

# O PROGRAMA SCAP- MÓDULO CI - PARA O CONTROLE DE QUALIDADE DE PROCESSOS AUTOCORRELACIONADOS E VARIÁVEIS CONTÍNUAS

Sueli Aparecida Mingoti

Fernando Luiz Pereira de Oliveira

Departamento de Estatística - ICEx - UFMG  
e-mails: [sueli@est.ufmg.br](mailto:sueli@est.ufmg.br), [fernandoest@ig.com.br](mailto:fernandoest@ig.com.br)

## Resumo

Neste artigo apresentamos o módulo CI (*continuous inspection*) do programa SCAP (*Statistical Control for Autocorrelated Processes*) que implementa os estimadores de Geoestatística desenvolvidos por Mingoti (2000) para variabilidade de processos autocorrelacionados. O programa funciona acoplado ao *software* estatístico *Minitab for Windows* e permite ainda que o usuário construa gráficos da série de valores amostrais, de controle de Shewhart e de autocorrelação amostral além de estimar a variância do processo pelo método de Geoestatística e pelos métodos clássicos como amplitude e variância amostral.

---

*Palavras chave:* Processos autocorrelacionados. Variabilidade. Geoestatística.

## Abstract

In this paper we present the CI (continuous inspection) program which is part of the SCAP (Statistical Control for Autocorrelated Processes) software. The Geostatistics estimators for the variance of autocorrelated processes developed by Mingoti (2000) are implemented in SCAP. It works in the Minitab for Windows environment and has available the plots for the process observations, the autocorrelation function, Shewhart control charts and also it allows the user to estimate the variance of the process by Geostatistics and by the usual methods such as range and sample variance.

---

*Key Words:* Autocorrelated processes. Dispersion. Geostatistics.

## 1. Introdução

A teoria clássica de controle de qualidade (Montgomery, 2001) assume que as unidades amostrais são independentes no que se refere as variáveis respostas (características de qualidade) que estão sendo avaliadas. No entanto, existem vários exemplos de processos autocorrelacionados (Zhang, 1998; Box & Luceno, 1997). O desprezo das correlações na construção de modelos estatísticos para avaliar a qualidade de processos pode na realidade deturpar as estimações feitas para os parâmetros de interesse, como também invalidar certas conclusões ou intervenções tomadas com base em testes de hipóteses, quando se avalia por exemplo, a precisão das estimações de parâmetros de locação, como média e mediana, ou quando se compara a variabilidade, como amplitude e desvio padrão de procedimentos de amostragem diferentes (Alwan & Roberts, 1995). No caso de construção de gráficos de controle, a não consideração da correlação quando esta na realidade está presente, pode resultar em falhas de dois tipos: (a) os limites de controle calculados são menores do que aqueles construídos usando-se a informação de correlação sendo este o caso no qual a variabilidade do processo produtivo está sendo subestimada e a observação do gráfico de controle pode estar indicando erroneamente que o processo produtivo está fora de controle quando na realidade ele está sob controle estatístico (o chamado "alarme falso"); (b) os limites de controle calculados são maiores do que aqueles construídos usando-se a informação da correlação sendo este o caso no qual a variabilidade do processo produtivo está sendo superestimada e a observação do gráfico de controle pode estar indicando que o processo produtivo

está sob controle estatístico quando na realidade ele não está, é o chamado Erro do Tipo II na terminologia de testes de hipóteses.

As falhas na estimação da variabilidade dos processos também influenciam de maneira negativa o cálculo dos índices de capacidade como pode ser observado em Zhang (1998) sendo que a não incorporação da correlação existente entre os itens amostrais pode resultar num índice que não represente adequadamente a qualidade final do produto. Uma forma de se levar em consideração a informação referente as correlações existentes entre as unidades amostrais do processo, é resolver-se o problema de estimação de parâmetros utilizando-se a metodologia conhecida como Geoestatística (Cressie,1993). Dentro deste novo contexto a variabilidade existente entre as unidades amostrais é modelada através de medidas de distância como Variograma, Madograma e Rodograma (Mingoti & Neves, 1999). Em Mingoti (2000) novos estimadores de variabilidade construídos usando-se Geoestatística foram propostos. Em Mingoti & Fidelis (2001) e Neves (2001) estes estimadores foram avaliados e apresentaram qualidade superior aos estimadores clássicos usuais como o desvio padrão amostral e o de amplitude amostral, nos casos em que as observações do processo eram correlacionadas. Dentro do contexto de Geoestatística, o controle de processos para características de qualidade contínuas pode ser feito através do gráfico de controle de Shewhart (Montgomery, 2001) substituindo-se, nos limites superior e inferior de controle, a estimativa clássica de desvio padrão por alguma das estimativas obtidas via metodologia de Geoestatística como mostrado em Mingoti & Fidelis (2001). Deste modo, os novos estimadores corrigem automaticamente o efeito da correlação de um modo mais simples do que as alternativas propostas dentro do contexto de séries temporais, como a modelagem via processos ARIMA ou gráficos do tipo *EWMA (Exponentially Weighted Moving Average)*. Artigos como o de Masterangelo & Montgomery (2001), Hunter (1998) são referências importantes nesta linha de séries temporais.

Os estimadores de Geoestatística propostos por Mingoti (2000) foram implementados no programa *SCAP- módulo CI* - que também permite que o usuário faça a estimação da variância do processo pelos estimadores clássicos como variância amostral e o de amplitude amostral além de gráficos de controle de Shewhart e de autocorrelação amostral do processo para avaliação. É um programa que funciona interativamente com o usuário dentro do ambiente do *software* estatístico *Minitab for Windows*, é muito simples de ser utilizado e não necessita do usuário conhecimentos específicos sobre o *Minitab* para seu uso. A proposta deste artigo é apresentar os estimadores de Geoestatística e o programa *SCAP*.

## 2. Estimadores de variabilidade e desvio padrão de processos: metodologia clássica de controle de qualidade

A estimativa clássica da variância  $\sigma^2$  do processo é obtida a partir de amostras coletadas do mesmo. Suponha que tenhamos uma amostra aleatória de tamanho  $n$  de unidades amostrais simples do processo, denotadas por  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , onde  $X_i$  representa a característica de qualidade sob avaliação medida na  $i$ -ésima unidade amostral, com distribuição Normal  $(\mu, \sigma^2)$ . Então, o estimador não-viciado para a variância do processo  $\sigma^2$  é dado por:

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad (1)$$

onde,  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  é a média amostral. Para o desvio padrão populacional, o estimador é definido por:

$\hat{\sigma} = s = \sqrt{s^2}$ , que é viciado para  $\sigma$ . Um outro estimador clássico ainda muito utilizado para  $\sigma$  é o de amplitude móvel definido por :

$$\hat{\sigma} = \frac{\overline{AM}}{d_2} \quad (2)$$

onde,  $\overline{AM} = \frac{\sum_{i=2}^n AM_i}{n}$  e  $AM_i = |X_i - X_{i-1}|$ ,  $i=1,2,3,\dots,n$ . A quantidade  $\overline{AM}$  é chamada de amplitude média amostral e  $d_2 = 1,128$  é uma constante de correção. Para a estimação da variância populacional basta elevar a estimativa de  $\sigma$  em (2) ao quadrado. Embora o estimador de amplitude seja não-viciado para  $\sigma$ , para amostras grandes ele apresenta menor precisão pois a amplitude é muito influenciada por valores extremos. Os estimadores apresentados em (1) e (2) estão fundamentados na suposição de independência entre as unidades amostrais do processo no que se refere à característica de qualidade  $X$ . Uma discussão sobre a influência da correlação entre unidades amostrais do processo nestes estimadores pode ser encontrada em Zhang (1998) e Mingoti & Fidelis (2001).

### 3. Estimação da variância $\sigma^2$ via semi-variograma e semi-madograma experimentais

Para que se possa entender os estimadores que serão apresentados nesta seção, vamos definir brevemente o semi-variograma e o semi-madograma experimentais e a autocorrelação amostral. Dada uma amostra de tamanho  $n$  do processo,  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , o estimador de Matheron (1963) do semi-variograma ( $\gamma(h)$ ) de ordem  $h$  teórico do processo e o estimador do semi-madograma de ordem  $h$  teórico do processo ( $\gamma_M(h)$ ) (Cressie, 1993; Mingoti & Fidelis, 2001), chamados de semi-variograma e semi-madograma experimental, são definidos respectivamente por:

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^{n-h} [X_i - X_{i+h}]^2}{n-h}, \quad \forall h \in T \quad (3)$$

$$\hat{\gamma}_M(h) = \frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^{n-h} |X_i - X_{i+h}|}{n-h}, \quad \forall h \in T \quad (4)$$

onde  $X_i$  denota o valor da característica de qualidade de interesse medida no  $i$ -ésimo item amostrado,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $T = \{1, 2, \dots, n\}$ , e  $(n-h)$  é o número de pares  $(X_i, X_{i+h})$  que estão a distância de  $h$  unidades. A autocorrelação amostral de ordem  $h$  ( $\hat{\rho}_h$ ) é definida por:

$$\hat{\rho}_h = \frac{\sum_{i=1}^{n-h} (X_i - \bar{X})(X_{i+h} - \bar{X})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (5)$$

onde  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  é a média amostral. Os estimadores (3) e (4) são construídos supondo-se a estacionariedade da série de observações do processo, o que significa dizer que o processo a ser analisado deve ter média e variância constantes em  $\mathfrak{R}$ , ou que o processo está sob “controle

estatístico”. No Quadro 1 os estimadores de Geoestatística para  $\sigma^2$  propostos por Mingoti (2000) e que estão implementados no programa *SCAP- módulo CI (continuous inspection)* são apresentados. O estimador de Geoestatística 1 ( $\hat{\sigma}_1^2$ ) considera apenas a informação do semi-variograma experimental de ordem 1 e faz uma correção usando a estimativa da correlação amostral de ordem 1. O estimador de Geoestatística 2 ( $\hat{\sigma}_2^2$ ) considera as três primeiras estimativas de semi-variograma e corrige pelas respectivas correlações amostrais. Seria a opção para aqueles processos nos quais existam correlações significativas além da de ordem 1. O estimador de Geoestatística 3 ( $\hat{\sigma}_3^2$ ) considera a média dos valores do semi-variograma experimental até a ordem  $M$ , onde  $M$  é uma constante que pertence ao conjunto  $\{1, 2, \dots, (n-1)\}$ . Na prática,  $M$  deve ser escolhido na vizinhança de  $[n/2]$ , onde  $[x]$  denota o maior inteiro menor ou igual a  $x$ . Esta região seria aquela em que as estimativas do semi-variograma teriam maior validade por estarem construídas com um número maior de pares. Além disso, sugere-se que  $M$  seja escolhido de modo que o número de pares usados para estimar  $\gamma(h)$  seja no mínimo 30 (Journel e Huijbregts, 1978, p. 194). Este estimador foi primeiramente apresentado no artigo de Mingoti & Fidelis (2001), no qual se faz uma discussão em relação ao vício do estimador e uma comparação com os estimadores clássicos de variância amostral e de amplitude amostral apresentados na seção 2 deste artigo. Os autores mostram que o estimador  $\hat{\sigma}_3^2$  é viciado mas que este vício é semelhante ao do estimador  $s^2$  dado em (1) dependendo do tamanho  $n$  da amostra observada. Entretanto, há uma diferença significativa na precisão destes dois estimadores. Mingoti & Fidelis (2001) mostram que a variância de  $\hat{\sigma}_3^2$  é menor que a variância do estimador  $s^2$ , a menos que  $M=n-1=1$ , valor no qual a variância dos dois estimadores coincidem. O estimador de Geoestatística 4 ( $\hat{\sigma}_4^2$ ) é uma extensão do estimador  $\hat{\sigma}_3^2$ , em que a soma dos valores do semi-variograma experimental é corrigida pela soma das respectivas correlações amostrais, também com o objetivo de redução do vício. O estimador de Geoestatística 5 ( $\hat{\sigma}_5^2$ ) é uma modificação do estimador  $\hat{\sigma}_4^2$  onde  $M$  é definida como anteriormente e a correção do semi-variograma experimental pela correlação amostral é feita em cada parcela da soma individualmente. Finalmente, tem-se o estimador de Geoestatística  $\hat{\sigma}_6^2$  construído usando-se a informação da função de semi-madograma experimental do processo. Em todos os casos a estimação do desvio padrão do processo é feita através da raiz quadrada do estimador de  $\sigma^2$ . Pode ser mostrado que o estimador de amplitude amostral do desvio padrão  $\sigma$  dado em (2) é um caso particular da metodologia de Geoestatística quando esta é usada para construção de estimadores de desvio padrão do processo, utilizando-se o madograma como medida de variação espacial (Mingoti, 2000).

Uma discussão sobre a qualidade destes e de outros estimadores de variabilidade de processos pode ser encontrada em Neves (2001). É interessante observar que todos os estimadores para  $\sigma^2$  e  $\sigma$ , construídos via metodologia de Geoestatística, são obtidos amostralmente através do semi-variograma ou semi-madograma experimentais, não sendo portanto, necessário o reconhecimento e ajuste de modelos de semi-variograma ou semi-madograma teóricos do processo. Do ponto de vista prático, todos os estimadores construídos via Geoestatística são fáceis de serem implementados.

Quadro 1: Estimadores de Geoestatística para variância  $\sigma^2$

Estimador de	Fórmula Matemática
Geoestatística 1	$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{\hat{\gamma}_I}{I - \hat{\rho}_I}$
Geoestatística 2	$\hat{\sigma}_2^2 = \frac{\sum_{h=1}^3 \frac{\hat{\gamma}_h}{3}}{I - \sum_{h=1}^3 \frac{\hat{\rho}_h}{3}}$
Geoestatística 3	$\hat{\sigma}_3^2 = \frac{I}{M} \sum_{h=1}^M \hat{\gamma}_h$
Geoestatística 4	$\hat{\sigma}_4^2 = \frac{\sum_{h=1}^M \hat{\gamma}_h}{\sum_{h=1}^M (I - \hat{\rho}_h)}$
Geoestatística 5	$\hat{\sigma}_5^2 = \frac{I}{M} \sum_{h=1}^M \frac{\hat{\gamma}_h}{(I - \hat{\rho}_h)}$
Geoestatística 6	$\hat{\sigma}_6^2 = \left[ \frac{\sqrt{\pi} \hat{\gamma}_M(I)}{\sqrt{I - \hat{\rho}_I}} \right]^2$

#### 4. O programa SCAP- módulo CI

O programa *SCAP* (*Statistical Control for Autocorrelated Processes*) foi desenvolvido para tratamento de dados provindos de processos autocorrelacionados, tanto para o caso de inspeção de atributos (*SCAPAI*) quanto para a inspeção via variáveis contínuas (*SCAPCI*). Neste artigo vamos apresentar apenas um exemplo relacionado a variáveis contínuas. Detalhes sobre o *SCAP* para controle de atributos podem ser obtidos em Mingoti & Carvalho (2002, 2003). O programa funciona de modo interativo bastando que o usuário vá respondendo as questões passo a passo para que a análise seja realizada. No módulo *SCAPCI* o usuário tem disponível os estimadores de variabilidade clássicos descritos na seção 2 e os construídos via Geoestatística descritos na seção 3. O programa permite ainda que o usuário faça gráficos da série de dados do processo, da autocorrelação amostral e de controle de Shewhart considerando a estimativa de desvio padrão obtida por ambas as metodologias. O *SCAPCI* funciona acoplado ao *software* estatístico *Minitab for Windows* e tem uma boa velocidade de processamento. Seu uso no entanto, não exige que o usuário tenha conhecimentos específicos sobre o *Minitab*. A seguir apresentamos um exemplo de aplicação.

**Exemplo de Aplicação:** Os dados do Quadro 2 representam  $n=50$  observações do tempo de espera na fila (em segundos) para atendimento em um determinado banco. O Gráfico 2 mostra a função de autocorrelação amostral destes dados e como pode ser visto estes são altamente correlacionados. Tendo os dados na planilha de dados (*worksheet*) do *Minitab*, para obter a estimativa da variância e desvio padrão do processo por qualquer um dos métodos descritos neste artigo, bem como construir o gráfico de controle para a média do processo, basta escolher no menu do programa *SCAPCI* a opção desejada como mostra o exemplo da Figura 1 no qual o estimador de Geoestatística 1 ( $\hat{\sigma}_1^2$ ) é solicitado. O Gráfico 1 é o gráfico de controle correspondente. Os resultados do programa estão sumarizados no Quadro 3 e pode ser visto que o estimador de amplitude é insatisfatório. O nome da macro que implementa os estimadores e gráficos é **scapci.mac**.

Quadro 2: Tempos de espera na fila de  $n=50$  clientes de um banco (em segs.)

Cliente	Tempo Espera								
1	882	11	1007	21	1107	31	1196	41	1197
2	888	12	1006	22	1123	32	1185	42	1237
3	974	13	969	23	1166	33	1168	43	1259
4	979	14	985	24	1181	34	1165	44	1231
5	943	15	918	25	1202	35	1197	45	1180
6	994	16	954	26	1224	36	1206	46	1205
7	935	17	994	27	1217	37	1238	47	1228
8	938	18	1017	28	1205	38	1258	48	1256
9	1030	19	1049	29	1188	39	1196	49	1285
10	984	20	1092	30	1216	40	1168	50	1237

---

```

MTB > %scapci
Executing from file: a:\scapci.MAC

DETERMINE O MÉTODO DE ESTIMAÇÃO:
0 - MENU ANTERIOR
1 - CLÁSSICO
2 - GEOESTATÍSTICO SEMI-VARIOGRAMA
3 - GEOESTATÍSTICO SEMI-MADDOGRAMA
9 - SAIR

DATA> 2

SELECIONE O TIPO DE ESTIMADOR DESEJADO:
0 - MENU ANTERIOR
1 - SEMI-VARIOGRAMA DE ORDEM 1
2 - SEMI-VARIOGRAMA DE ORDEM 3
3 - SEMI-VARIOGRAMA DE ORDEM M
4 - SEMI-VARIOGRAMA DE ORDEM M CORRIGIDO - MÉTODO A
5 - SEMI-VARIOGRAMA DE ORDEM M CORRIGIDO - MÉTODO B
9 - SAIR

DATA> 1

ESTIMADOR SIGMA 1

Data Display

VARIÂNCIA          6934,78
DESVIO PADRÃO     83,2753

DESEJA VISUALIZAR O GRAFICO DE CONTROLE? (Y - SIM/N - NÃO)
Y

```

Figura 1: Resultados produzidos pelo programa SCAPCI - dados do quadro 2 - estimador  $\hat{\sigma}_j^2$ .

## GRÁFICO DE CONTROLE

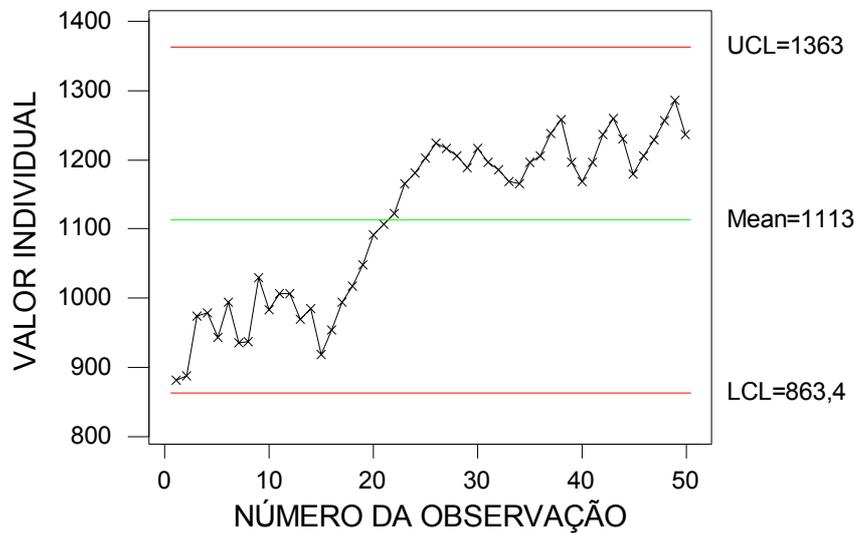
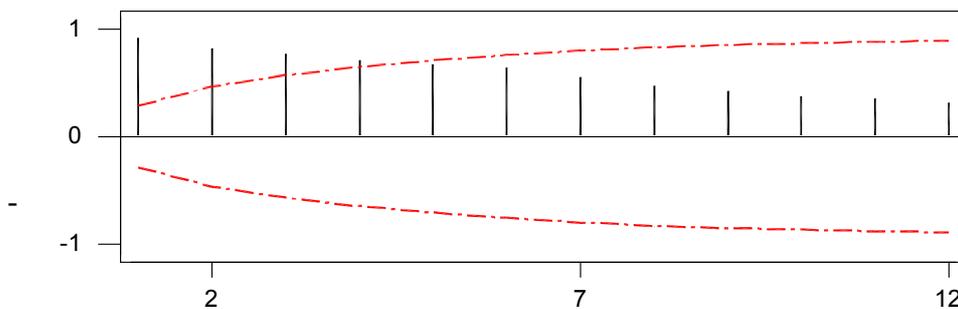


Gráfico 1: Gráfico de controle de Shewhart para a média do processo para os dados do quadro 2 construído no SCAPCI considerando a estimativa  $\hat{\sigma}_I^2$  de variabilidade.

## Função Auto-Correlação



LAG	COR	T	LBQ	LAG	COR	T	LBQ
1	0,91	6,42	43,75	8	0,47	1,14	221,53
2	0,81	3,54	79,67	9	0,42	0,99	232,59
3	0,76	2,70	111,85	10	0,37	0,87	241,68
4	0,71	2,20	139,99	11	0,35	0,80	249,79
5	0,67	1,91	165,96	12	0,31	0,69	256,19
6	0,63	1,69	189,57				
7	0,55	1,39	207,85				

Gráfico 2: Função de autocorrelação amostral dos dados do quadro 2.

Quadro 3: Resultados do programa SCAPCI estimativas de desvio padrão

Estimador	Desvio Padrão	Estimador	Desvio Padrão
Clássico 1 (dp amostral)	120,699	Geo. 3	98,712
Clássico 2 (amplitude)	25,798	Geo. 4	112,945
Geo. 1	83,275	Geo. 5	105,401
Geo. 2	81,765	Geo. 6	86,789

## 5. Considerações finais

O programa SCAP - módulo CI - com respectivo manual está disponível para *download* gratuito no site: [www.est.ufmg.br/scap](http://www.est.ufmg.br/scap).

## Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq e a FAPEMIG pelo apoio financeiro que possibilitou a execução deste trabalho.

## Referências Bibliográficas

Alwan, L. C., Roberts, H. V. The Problem of Missplaced Control Limits. *Applied Statistics, JRSS, Series C* Vol. 44, n. 3, p. 269-278, 1995.

Box, G. P., Luceno, A. *Statistical Control by Monitoring and Feedback Adjustment*. New York: John Wiley & Sons, 1997.

Cressie, N. *Statistics for Spatial Data*. New York: John Wiley & Sons, 1993.

Hunter, J. S. The Box-Jenkins Bounded Manual Adjustment Chart: A Graphical Tool Designed for Use on The Production Floor. *Quality Progress*, p. 129-137, 1998.

Journel, A. G., Huijbregts, Ch. J. *Mining Geostatistics*. New York: Academic Press, 1978.

Matheron, G. Principles of Geostatistics. *Economic Geology* Vol.58, p. 1246-1266, 1963.

Mingoti,, S. A. *Aplicação de Novas Ferramentas Estatísticas no Monitoramento do Controle de Qualidade de Processos de Produção*. Relatório Técnico de Pesquisa: CNPq. Belo Horizonte: EST/UFMG, 2000.

Mingoti, S. A., Carvalho, J. P. O Programa SCAP para Monitoramento de Processos Autocorrelacionados e Inspeção por Atributos. *Anais da III Jornada Regional de Estatística e II Semana de Estatística*, Universidade Estadual de Maringá, p. 124-132, 2002.

Mingoti, S. A., Carvalho, J. P. A cadeia de Markov no monitoramento, via inspeção por atributos, de processos autocorrelacionados: o programa SCAP- módulo AI. *In Anais do XXIII ENEGEP - Ouro Preto*, MG, Brasil, 2003 (em cd-rom).

Mingoti, S. A., Fidelis, M. T. Aplicando a Geoestatística no Controle Estatístico de Processos. *Produto & Produção* Vol.5,n.2, p. 55-70, 2001.

Montgomery, D.C. *Introduction to Statistical Quality Control* . New York: John Wiley, 2001.

Montgomery, D. C., Mastrangelo, C. M. Some Statistical process control methods for autocorrelated data. *Journal of Quality Technology* Vol. 23, n. 3, p. 179-193, 1996.

Neves, O. F. *Estudo de Novos Estimadores para a Variabilidade de Processos*. Tese de Mestrado em Estatística (orientadora: Profa. Sueli A. Mingoti). Departamento de Estatística: UFMG, 2001.

Zhang, N. F. (1998) - Estimating Process Capability Indexes for Autocorrelated Data. *Journal of Applied Statistics* Vol. 25, n. 4, p. 559-574.