

UMA ANÁLISE BAYESIANA DE PONTOS DE MUDANÇA NA VOLATILIDADE E RETORNO ESPERADO DE ÍNDICES DE MERCADOS LATINO AMERICANOS.

Vinicius Diniz Mayrink

Departamento de Estatística – ICEX - Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Presidente Antônio Carlos, 6627, Campus Pampulha, Belo Horizonte, Minas Gerais, CEP:
31270-010
Email: vdm@est.ufmg.br

Rosangela Helena Loschi

Departamento de Estatística – ICEX - Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Presidente Antônio Carlos, 6627, Campus Pampulha, Belo Horizonte, Minas Gerais, CEP:
31270-010
Email: loschi@est.ufmg.br

Frederico R. B. da Cruz

Departamento de Estatística – ICEX - Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Presidente Antônio Carlos, 6627, Campus Pampulha, Belo Horizonte, Minas Gerais, CEP:
31270-010
Email: fcruz@est.ufmg.br

Resumo: Mercados emergentes são, grosso modo, mercados cuja economia é mais suscetível a atmosfera mundial e portanto estão sujeitos a um maior número de mudanças em seu comportamento do que mercados desenvolvidos. O objetivo deste trabalho é apresentar uma análise Bayesiana de pontos de mudança nos principais índices financeiros de Argentina, Brasil, Chile e México. Nossa meta é fornecer: (i) as estimativas a posteriori da volatilidade e retorno esperado de cada índice em cada instante do tempo; (ii) as distribuições a posteriori do número de pontos de mudança, dos instantes em que as mudanças ocorreram e da probabilidade de ocorrer uma mudança em um instante qualquer para cada índice. Utilizaremos o modelo partição produto e métodos computacionais propostos na literatura.

Palavras Chaves: modelo partição Produto, distribuição gama invertida, amostrador de Gibbs.

Abstract: Emerging markets are more susceptible to shocks and to the political atmosphere. Consequently, they experience more changes in their behavior than developed markets. In this paper we present a Bayesian change points analysis for the stock market indexes of Argentina, Brazil, Chile and Mexico. We obtain (i) the product estimates for the volatility and the expected return in each instant; (ii) the posterior distributions for the number of change points, for the instants when the changes occur and for the probability of a change takes place in any model and computational procedures proposed in the literature.

Keywords: Product partition model, Inverted-Gamma distribution, Gibbs sampling.

1. Introdução

Neste trabalho utilizaremos o modelo partição produto (MPP) (Barry e Hartigan, 1992) para identificar múltiplos pontos de mudança em seqüências de dados que são condicionalmente

normais com média e variâncias desconhecidas (Loschi, 1998) e para estudar o comportamento ao longo do tempo da volatilidade e do retorno esperado dos índices Merval (Argentina), IBOVESPA (Brasil), IPSA (Chile) e IPyC (México). Consideramos a extensão do MPP proposta por Loschi e Cruz (2003) fornecendo, além das estimativas produto para a volatilidade e retorno esperado, as distribuições a posteriori para o número de pontos de mudança, para os instantes quando as mudanças ocorreram e para a probabilidade de que cada instante seja uma ponto de mudança.

O MPP introduz mais flexibilidade na análise do problema de pontos de mudança por considerar como aleatório o número de pontos de mudança na série. Apesar disto as distribuições a posteriori são fortemente influenciadas pelas distribuições a priori (Loschi e Cruz, 2002) . Outras referências sobre análise de pontos de mudança usando o MPP são Barry e Hartigan (1993), Crowley (1997), Quintana e Iglesias (2003), Loschi , Cruz, Iglesias e Arellano Valle (2003).

Este artigo está assim organizado: Na seção 2 apresentamos o MPP assumindo as coesões de Yao (1984); na seção 3 apresentamos o MPP para dados condicionalmente normais com média e variância desconhecidas; na seção 4 descrevemos alguns métodos computacionais propostos na literatura para estimar as distribuições a posteriori envolvidas no MPP. Finalmente, na seção 5 apresentamos uma análise comparativa dos principais índices de Argentina , Brasil, Chile e México.

2. Modelo Partição Produto para Coesões de Yao

Seja X_1, \dots, X_n uma seqüência de dados seqüencialmente observados e considere o conjunto de índices $I = \{1, \dots, n\}$. Considere uma partição aleatória $\rho = \{i_0, \dots, i_b\}$ do conjunto de índice I tal que, $0 = i_0 < i_1 < \dots < i_b = n$, e uma variável aleatória B que denota o número de blocos em ρ . Considere que cada partição divide a seqüência X_1, \dots, X_n em $B = b$ subseqüências contíguas, as quais serão denotadas aqui por $X_{[ij]} = (X_{i+1}, \dots, X_j)'$. Seja C_{ij} a coesão a priori associada com o bloco $[ij] = \{i+1, \dots, j\}$, para $i, j \in I \cup \{0\}$, e $j > i$, que representa o grau de similaridade entre as observações em $X_{[ij]}$ e pode ser interpretada aqui como a probabilidades de transição na cadeia de Markov definida por pontos de mudança ((Barry e Hartigan, 1992)).

Considere p , para $0 \leq p \leq 1$, a probabilidade de que uma mudança ocorra em um instante qualquer . A coesão a priori para o bloco $[ij]$ proposta por Yao (1984) e dada por:

$$C_{ij} = \begin{cases} p (1 - p)^{j-i-1}; & j < n \\ (1 - p)^{j-i-1}; & j = n \end{cases} \quad [2.1]$$

para todo $i, j \in I$, $i < j$. Essas coesões a priori implicam que a seqüência de pontos de mudança estabelece um processo de renovação, com tempos de ocorrência idêntica e geometricamente distribuídos.

Seja $\theta_1, \dots, \theta_n$ uma seqüência de parâmetros desconhecidos, de forma que condicionalmente em $\theta_1, \dots, \theta_n$ a seqüência de variáveis aleatórias X_1, \dots, X_n têm densidades condicionais marginais $f_1(X_1 | \theta_1), \dots, f_n(X_n | \theta_n)$ respectivamente. A distribuição a priori de $\theta_1, \dots, \theta_n$ é construída como segue. Dado uma partição $\rho = \{i_0, \dots, i_b\}$, para $b \in I$, temos que $\theta_i = \theta_{[i_{r-1}, i_r]}$, para todo $i_{r-1} < i \leq i_r$, $r = 1, \dots, b$, e que $\theta_{[i_0, i_1]}, \dots, \theta_{[i_{b-1}, i_b]}$ são independentes entre si e de p , com $\theta_{[ij]}$ tendo distribuição a priori $\pi_{[ij]}(\theta)$, $\theta \in \Theta_{[ij]}$, onde $\Theta_{[ij]}$ é o espaço paramétrico

correspondente ao parâmetro comum, ou seja, $\theta_{[ij]} = \theta_{i+1} = \dots = \theta_j$, que indexa a densidade condicional de $X_{[ij]}$. Então, seguindo Barry e Hartigan (1992) nós definimos o modelo partição produto para coesões a priori de Yao como segue:

i) dado p , a distribuição a priori de ρ é a seguinte distribuição produto:

$$P(\rho = \{i_0, i_1, \dots, i_b\} | p) = p^{b-1} (1-p)^{n-b} \quad [2.2]$$

para toda partição $\{i_0, \dots, i_b\}$, satisfazendo $0 = i_0 < i_1 < \dots < i_b = n$.

ii) condicionalmente em $\rho = \{i_0, \dots, i_b\}$ e p , a seqüência X_1, \dots, X_n são independentes de p e tem a densidade conjunta dada por:

$$f(X_1, X_2, \dots, X_n | \rho = \{i_0, \dots, i_b\}) = \prod_{j=1}^b f_{i_{(j-1)}, i_j}(X_{i_{(j-1)}, i_j}) \quad [2.3]$$

onde $f_{[ij]}(X_{[ij]}) = \int_{\Theta_{[ij]}} f_{[ij]}(X_{[ij]} | \theta) \pi_{[ij]}(\theta) d\theta$ é chamada de fator dado.

Barry e Hartigan (1992) também mostram que a esperança a posteriori (ou estimativa produto) para $\theta_k, k=1, \dots, n$, é dada por:

$$E(\theta_k | X_1, \dots, X_n) = \sum_{i=0}^{s-1} \sum_{j=0}^n r_{[ij]}^* E(\theta^s | X_{[ij]}), \quad s=1, \dots, n, \quad [2.4]$$

onde $r_{[ij]}^* = P([ij] \in \rho | X_0, \dots, X_n)$ denota a relevância a posteriori para o bloco $[ij]$.

Vamos assumir que p tem distribuição a posteriori Beta com parâmetros α e β . Como conseqüência dessa consideração, segue que as distribuições a posteriori de ρ e B , são respectivamente dadas por:

$$P(\rho = \{i_0, \dots, i_b\} | X_1, \dots, X_n) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \cdot \frac{\Gamma(\alpha + b - 1)\Gamma(n + \beta - b)}{\Gamma(n + \beta + \alpha - 1)} \prod_{j=1}^b f_{i_{(j-1)}, i_j}(X_{i_{(j-1)}, i_j}) \quad [2.5]$$

$$P(B = b | X_1, \dots, X_n) = \binom{n-1}{b-1} \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \cdot \frac{\Gamma(\alpha + b - 1)\Gamma(n + \beta - b)}{\Gamma(n + \beta + \alpha - 1)} \prod_{j=1}^b f_{i_{(j-1)}, i_j}(X_{i_{(j-1)}, i_j}) \quad [2.6]$$

A distribuição a posteriori para p é dada por:

$$\pi(p | X_1, \dots, X_n) \propto \sum \prod_{j=1}^b f(X_{i_{j-1}}, i_j) p^{b+\alpha-2} (1-p)^{n-b+\beta-1} \quad [2.7]$$

onde a soma é sobre todas as partições de $\{1, \dots, n\}$ em b blocos com pontos finais em i_0, i_1, \dots, i_b , satisfazendo a condição $0 = i_0 < i_1 < \dots < i_b = n$.

3. O Modelo Partição Produto para dados com distribuição Normal (μ, σ^2)

Seja $\theta_1 = (\mu_1, \sigma_1^2), \dots, \theta_n = (\mu_n, \sigma_n^2)$ uma seqüência de parâmetros. Assuma que, condicional em $\theta_1, \dots, \theta_n$, a seqüência de variáveis aleatórias X_1, \dots, X_n , são independentes tal que $X_i | \theta_i \sim Normal(\mu_i, \sigma_i^2)$, $i = 1, \dots, n$. Conseqüentemente, temos que :

$$f(X_{[ij]} | \mu_{[ij]}, \sigma_{[ij]}^2) = \left(\frac{1}{\sigma_{[ij]} \sqrt{2\pi}} \right)^{j-i+1} \exp \left\{ \frac{-1}{2\sigma_{[ij]}^2} \sum (X_{[ij]} - \mu_{[ij]})^2 \right\}$$

[3.1]

Assuma que o parâmetro comum $(\mu_{[ij]}, \sigma_{[ij]}^2)$ tem distribuição Normal Gama Invertida com parâmetros $m_{[ij]}, v_{[ij]}, a_{[ij]} / 2, d_{[ij]} / 2$ (O'Hagan, 1994). Dessa forma, a distribuição de $(\mu_{[ij]}, \sigma_{[ij]}^2)$ dado as observações no bloco [i j] é uma distribuição Normal Gama Invertida tal que :

$$\mu_{[ij]} | \sigma_{[ij]}^2, X_{[ij]} \sim Normal(m_{[ij]}, v_{[ij]} \sigma_{[ij]}^2) \quad [3.2]$$

$$\sigma_{[ij]}^2 | X_{[ij]} \sim G.I. \left(\frac{a_{[ij]}^*}{2}, \frac{d_{[ij]}^*}{2} \right) \quad [3.3]$$

onde:

$$m_{[ij]}^* = \frac{(j-1)v_{[ij]}\bar{X}_{[ij]} + m_{[ij]}}{(j-1)v_{[ij]} + 1},$$

$$v_{[ij]}^* = \frac{v_{[ij]}}{(j-1)v_{[ij]} + 1},$$

$$d_{[ij]}^* = d_{[ij]} + j - 1,$$

$$a_{[ij]}^* = a_{[ij]} + \sum_{r=i+1}^j (X_r - \bar{X}_{[ij]})^2 + \frac{(j-i)(\bar{X}_{[ij]} - m_{[ij]})^2}{(j-i)v_{[ij]} + 1}$$

com

$$\bar{X}_{[ij]} = \frac{1}{j-i} \sum_{r=i+1}^j X_r.$$

Neste caso de [2.4], [3.2] e [3.3], as estimativas produto de μ_k e σ_k^2 , $k = 1, \dots, n$ são dadas por:

$$E(\mu_k | X_1, \dots, X_n) = \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{j=k}^n m_{[ij]}^* \cdot r_{[ij]}^*, \quad \text{se } d_{[ij]}^* > 1, \quad [3.4]$$

$$E(\sigma_k^2 | X_1, \dots, X_n) = \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{j=k}^n \frac{a_{[ij]}^*}{d_{[ij]}^* - 2} \cdot r_{[ij]}^*, \quad \text{se } d_{[ij]}^* > 2 \quad [3.5]$$

onde $r_{[ij]}^*$ é estimada usando o procedimento descrito na seção 4.

4. Métodos Computacionais

Como descrito em Loschi (1998) e Loschi e Cruz (2003) a distribuição a posteriori de ρ e, conseqüentemente, a distribuição a posteriori de p , B e θ_l são facilmente obtidas levando em conta a seguinte transformação sugerida por Barry e Hartigan (1993).

Considere a quantidade aleatória auxiliar U_l , de forma que $U_l = 1$, se $\theta_l = \theta_{l+1}$ e $U_l = 0$, se $\theta_l \neq \theta_{l+1}$ para $l = 1, \dots, n-1$. Note que a partição aleatória ρ é imediatamente identificada ao considerarmos vetores $U = (U_1, \dots, U_{n-1})$ dessas quantidades aleatórias.

Cada partição $(U_1^s, \dots, U_{n-1}^s)$, $s \geq 1$, é gerada usando o amostrador de Gibbs como segue. Iniciando do valor inicial $(U_1^0, \dots, U_{n-1}^0)$, o r -ésimo elemento no passo s , U_r^s , é gerado considerando a seguinte razão:

$$R_r = \frac{f_{[xy]}(X_{[xy]}) \int_0^1 p^{b-2} (1-p)^{n-b+1} d\pi(p)}{f_{[xr]}(X_{[xr]}) f_{[ry]}(X_{[ry]}) \int_0^1 p^{b-1} (1-p)^{n-b} d\pi(p)}, \quad [4.1]$$

para $r = 1, \dots, n-1$, e x e y como definido em Loschi, Cruz, Iglesias e Arellano Valle (2003). Então, cada amostra da distribuição a posteriori de p é gerada da distribuição seguinte:

$$p^s | X_1, \dots, X_n \sim p^{b^s-1} (1-p)^{n-b^s} \pi(p),$$

para $s \geq 1$, onde b^s é o número de blocos no s -ésimo vetor U e é obtido notando-se que o número de blocos em ρ é dado por:

$$B = 1 + \sum_{l=1}^{n-1} (1 - U_l)$$

Conseqüentemente, a distribuição a posteriori de B (ou do número de pontos de mudança $B-1$) é estimada por:

$$P(B = b | X_1, \dots, X_n) = \frac{\sum_{s=1}^T 1_{\{B^s = b\}}}{T},$$

onde T é número total de vetores U considerados para a análise, $1_{\{B\}}$ denota a função indicadora de B . O somatório presente no numerador representa o total de vetores U que estão indicando a formação de b blocos.

Loschi, Cruz, Iglesias e Arellano-Valle (2003) obtêm as estimativas produto computando a relevância a posteriori do bloco $[i, j]$, $i, j = 1, \dots, n$, $i < j$, como segue:

$$r_{[ij]}^* = \frac{M}{T},$$

[4.2]

onde M é o número de vetores U para os quais é observado que $U_i = 0, U_{i+1} = \dots = U_{j-1} = 1$, e $U_j = 0$.

5. Aplicação

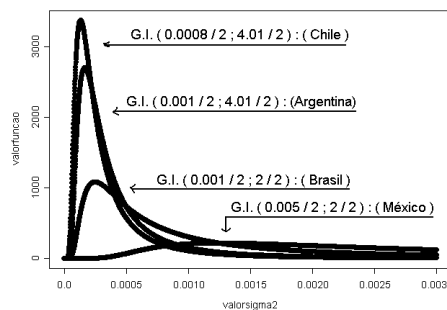
Nesta seção nosso objetivo será identificar pontos de mudança no retorno esperado e na volatilidade (variância) de quatro importantes índices de mercados Latino Americanos: Merval (Índice de Mercado de Valores de Buenos Aires) da Argentina, o IBOVESPA (Índice da Bolsa de valores do Estado de São Paulo) do Brasil, o IPSA (Índice de Precios Selectivos de Acciones) do Chile e o IPyC (Índice de Precios y Cotizaciones) do México, medidos quinzenalmente. Aplicamos a metodologia apresentada nas seções anteriores para analisar o comportamento desses índices durante o período que vai da 1ª quinzena de novembro de 1995 até a 2ª quinzena de outubro de 2000. Uma série de retornos é definida usando a transformação:

$$X_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

onde P_t é o último preço observado na t-ésima quinzena.

Consideraremos séries de retornos de quatro índices de mercados emergentes Latino Americanos assumindo que, condicionalmente no retorno esperado e na volatilidade (medido aqui como variância), os retornos são normalmente distribuídos com média e variância desconhecidas. Para estimarmos a distribuição a posteriori 10.000 amostras de valores 0-1 foram geradas com a dimensão da série temporal, partindo de uma seqüência de zeros. As 1.000 interações iniciais foram descartadas para *burn-in* e um *lag* de tamanho 10 foi selecionado. Discussões sobre o número de interações a serem descartadas, assim como o tamanho do *lag* a ser escolhido, podem facilmente ser encontrados na literatura (ver Gamerman (1997)).

Figura 1: Distribuições a priori de $\sigma^2_{[ij]}$ para cada índice.



Observe da Figura 1 que assumimos diferentes distribuições a priori de $\sigma^2_{[ij]}$ para cada índice. Com essas escolhas estamos assumindo que temos menor incerteza sobre a volatilidade dos índices Merval e IPSA. Para o IBOVESPA e, principalmente, o IPyC consideramos maior incerteza. Perceba também que a priori, acreditamos que a volatilidade é menor nos índices IPSA e Merval, seguidas pelo IBOVESPA. Na nossa opinião o IPyC é o que possui maior volatilidade.

Consideramos o mercado chileno o menos suscetível a mudanças dentre os quatro analisados. Assumiremos que a probabilidade p de ocorrer uma mudança em um instante qualquer tem uma distribuição Beta com parâmetros $\alpha = 2$ e $\beta = 33.5$, para o caso do IPSA, e parâmetros $\alpha = 5$ e $\beta = 50$ para os outros índices. A distribuição a priori escolhida para o IPSA tem moda 0.029, média 0.056 e variância 0.0014. A distribuição Beta considerada para os outros índices tem moda 0.075, média 0.091 e variância 0.0014. Veja que ambas possuem variabilidade parecida porém a média e a moda da primeira são menores indicando que a probabilidade de ocorrer uma mudança no mercado chileno é menor. Essas especificações a priori implicam que o número esperado de blocos é de 7,7 para o IPSA e de 11,82 para os demais índices. O valor modal para o número de blocos é 4 para o caso do IPSA e 10 para os demais, o que significa que o mais provável número

de pontos de mudança para o índice chileno é 3 e no caso dos índices Merval, IBOVESPA e IPyC seriam 9. Assumimos assim que, a priori, consideramos o IPSA menos suscetível a alterações no mercado. Os demais índices seriam igualmente suscetíveis.

As Figuras 2 e 3 apresentam, respectivamente, as estimativas produto quinzenais para o retorno esperado e volatilidade das séries de retornos dos índices Merval, IBOVESPA, IPSA e IPyC. Podemos notar que todos os índices apresentam mudanças em ambas as estimativas. Veja pela figura 2 que as estimativas produto para retorno esperado sofrem uma importante mudança aproximadamente em junho de 1997. Para todos os índices é observado uma queda nessa estimativa, no caso do IPSA veja que logo ocorre uma recuperação, onde a estimativa retorna a um patamar próximo àquele seguido antes da ocorrência da mudança. Para os outros índices o mesmo não acontece. A respeito da volatilidade, note pela figura 3 que novamente em junho de 1997, uma mudança é detectada para todos os índices. O IBOVESPA é o primeiro índice a reagir perante a mudança, e também é o que sofre a alteração mais significativa. Veja que o IPSA demora para captar a mudança na volatilidade.

Figura 2 : Estimativas produto retorno esperado

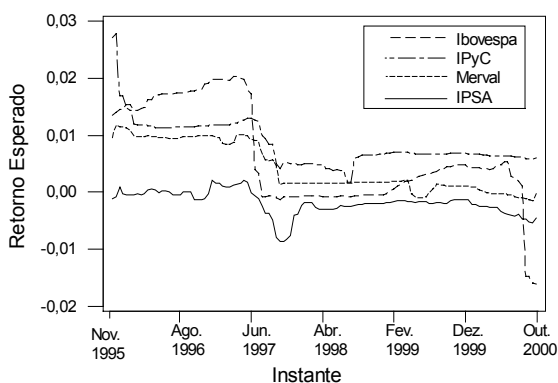
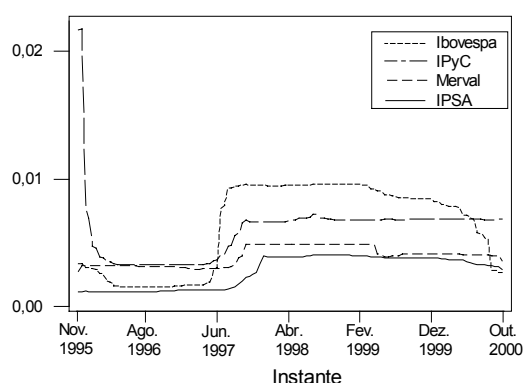


Figura 3 : Estimativas produto para



volatilidade

Note da Figura 4 e da Tabela 1 que, para todos os índices, a distribuição a posteriori do número de blocos é assimétrica. Note que há uma concentração em valores pequenos. As estimativas a posteriori para o número de blocos em cada índice é menor em relação ao que considerávamos a priori (média 7.7 e moda = 4) para o caso do IPSA e (média = 11,82 e moda 10) para os demais índices. Temos então a indicação através dessas distribuições a posteriori que todos os quatro índices são mais estáveis do que considerávamos na avaliação a priori. Podemos perceber que o Merval é o mais estável dos índices. Se considerarmos a função de perda 0-1 (Bernardo e Smith,1994), podemos também concluir que, a posteriori, o Merval não apresenta pontos de mudança. Por outro lado, o IBOVESPA seria o menos estável com 3 pontos de mudança.

Figura 4: Distribuição a posteriori para o número de blocos

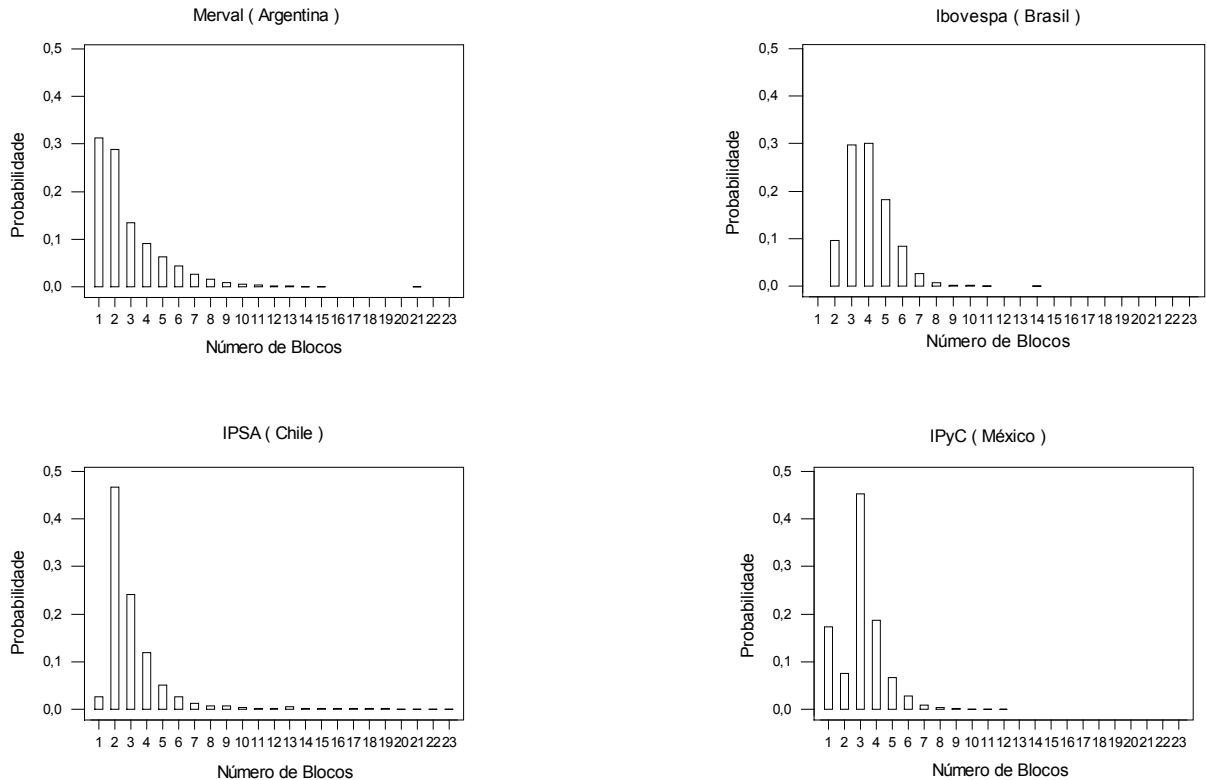


Tabela 1: Distribuição a posteriori para o número de blocos

<i>Índices</i>	<i>Esperança</i>	<i>Moda</i>	<i>Variância</i>
<i>MERVAL</i>	<i>2,789</i>	<i>1</i>	<i>4,384</i>
<i>IBOVESPA</i>	<i>4,002</i>	<i>4</i>	<i>1,737</i>
<i>IPyC</i>	<i>3,063</i>	<i>3</i>	<i>1,871</i>
<i>IPSA</i>	<i>3,188</i>	<i>2</i>	<i>5,669</i>

A Tabela 2 apresenta a partição mais provável a posteriori de cada índice. Podemos ver que a mais provável partição para o índice MERVAL e IPyC indica que não ocorrem mudanças em nenhum instante com probabilidades 0.31 e 0.17 respectivamente. A partição mais provável para o IBOVESPA indica que para esse índice temos mudanças nos instantes 40 (2^a quinzena de junho de 1997) e 116 (2^a quinzena de agosto de 2000). No caso do IPyC, uma mudança é identificada no instante 51 (1^a quinzena de dezembro de 1997).

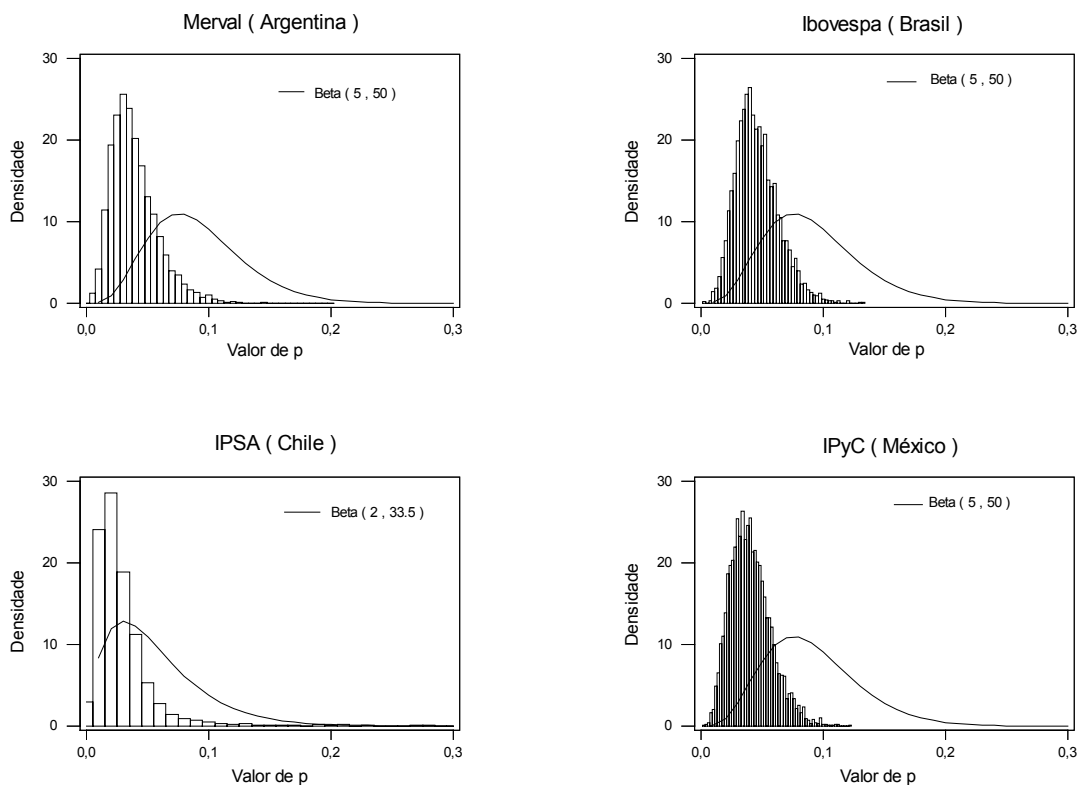
Tabela 2: Partições mais prováveis a posteriori e suas probabilidades a priori e a posteriori

<i>Índice</i>	<i>Partição</i>	<i>Prob. a priori</i>	<i>Prob. a posteriori</i>
MERVAL	$\rho = \{ 0 , 120 \}$	1.0×10^{-11}	0,313111
IBOVESPA	$\rho = \{ 0 , 40 , 116 , 120 \}$	1.0×10^{-11}	0,048667
IPyC	$\rho = \{ 0 , 120 \}$	1.0×10^{-11}	0,172444
IPSA	$\rho = \{ 0 , 51 , 120 \}$	6.5×10^{-4}	0,090889

 Tabela 3 : Estatísticas descritivas – Distribuição a posteriori de p

<i>Índices</i>	<i>Média</i>	<i>Moda</i>	<i>Var.</i>	<i>Mediana</i>
MERVAL	0,039	0,028	0,00036	0,036
IBOVESPA	0,046	0,04	0,00030	0,043
IPyC	0,040	0,034	0,00027	0,040
IPSA	0,031	0,03	0,00126	0,026

A Figura 5 e a Tabela 3 apresentam, respectivamente, a distribuição a posteriori de p para cada índice e suas estatísticas descritivas respectivamente. Note que todas essas distribuições são assimétricas, possuem única moda e concentram maior parte de sua massa em valores pequenos. Note que para todos os índices as estimativas a posteriori para a probabilidade de mudança em um instante qualquer é menor do que assumimos na avaliação a priori (média a priori = 0.091, para os índices MERVAL, IPyC e IBOVESPA, e média = 0.056 para o IPSA). Observe também que a probabilidade p apresenta maior valor de estimativa para o IBOVESPA (média a posteriori = 0.046) e o menor valor para o IPSA (média a posteriori = 0.031).

 Figura 5: Distribuições a priori e a posteriori de p .


Neste estudo note que identificamos importantes pontos de mudança para as estimativas produto do retorno esperado e da volatilidade aproximadamente em junho de 1997. Essa observação ocorreu para todos os índices. Podemos atribuir esse efeito captado pelo modelo, ao evento internacional conhecido como a crise asiática, que ocorreu em agosto de 1997.

Conclusões

O modelo partição produto (Barry e Hartigan, 1992) para coesões de Yao foi definido e aplicado para a identificação de múltiplos pontos de mudança nos parâmetros μ e σ^2 , que indexam a distribuição normal. Extensões do modelo partição produto (Loschi e Cruz, 2003a) e alguns métodos computacionais ((Loschi *et al.*, 1999), (Loschi *et.al.*,2003)) propostos na literatura foram considerados.

Para ilustrar o uso do modelo partição produto, alguns índices de mercados Latino Americanos (Merval, IBOVESPA, IPyC e IPSA) foram analisados. Através dessa análise podemos concluir que todos os índices apresentam pontos de mudança na volatilidade e retorno esperado, e essas mudanças ocorrem em instantes próximos. O índice IPSA se mostrou o mais estável no período considerado, enquanto que o IBOVESPA mostrou-se mais suscetível a mudanças. Um importante ponto de mudança foi identificado nas estimativas produto para o retorno esperado e para a volatilidade aproximadamente em junho de 1997. A razão para esse evento poderia ser atribuída à crise asiática que ocorreu em agosto de 1997.

Agradecimentos: V.D.Mayrink é bolsista de Iniciação Científica do CNPq. R.H.Loschi recebe apoio financeiro da PRPq-UFMG (fundos 3893-UFMG/RTR/PRPq/FUNDO/98 e 4801-UFMG/RTR/ FUNDO/ PRPq/ RECEM-DOCTORES/00).

Referências Bibliográficas

- BARRY, D., AND HARTIGAN, J. A. Product partition models for change point problems. *The Annals of Statistics* 20, 1(1992), 260-279.
- BARRY, D., AND HARTIGAN, J. A. A Bayesian analysis for change point problem. *Journal of the American Statistical Association* 88, 421 (1993), 309 – 319.
- BERNARDO, J.M. AND SMITH, A. F. M. *Bayesian Theory*. John Wiley e Sons, New York, U.S.A. 1994.
- CROWLEY, E. M. Product partition models for normal means. *Journal of the American Statistical Association* 92. 437 (1997). 192 – 198.
- GAMERMAN, D. *Markov Chain Monte Carlo: Stochastic Simulation for Bayesian Inference*. Chapman & Hall, London, U.K., 1997.
- LOSCHI, R. H. *Imprevistos e suas Conseqüências*. Tese de Doutorado, Departamento de Estatística, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brazil, 1998.
- LOSCHI, R. H. , AND CRUZ, F. R. B. An analysis of the influence of some prior specifications in the identification of change points via product partition model. *Computational Statistics & Data Analysis* 39, 4 (2002) , 477 – 501.

- LOSCHI, R. H. , CRUZ, F.R.B., IGLESIAS, P. L., AND ARELLANO – VALLE, R. B. A Gibbs sampling scheme to the product partition model: An application to change point problems. *Computers and Operations Research* 30, 3 (2003),463-482.
- LOSCHI, R. H. , AND CRUZ, F. R. B. Extension to the product partition model: Computing the probability of a change. (submetido para publicação).
- O'HAGAN, A . Bayesian Inference. *Kendall's Advanced Theory of Statistics 2A*. John Wiley eSons, New York, USA, 1994.
- QUINTANA, F. A. AND IGLESIAS, P.L. Nonpaametric Bayesian clustering and product partition model. *Journal of the Royal Statistical Society B*. 2003. (a ser publicado).
- YAO, Y. estimation of a noisy discrete-time step function:Bayes and empirical Bayes approaches. *The Annals of Statistics* 12, 4(1984), 1434-1447.