Lista 1: modelos discretos e contínuos- Gabarito

Profa. Denise Duarte - DEST-UFMG
Disciplina: Inferência -EST187

1. Seja X o número de garrafas verificadas até a primeira estar fora da especificação. X tem distribuição Geométrica com parâmetro $p = 0,0003$.

   a) $P(X = 1) = 0,0003$.

   b) Neste caso, X passaria a ser uma Binomial Negativa com parâmetros $p = 0,0003$ e $n = 3$, então $E(X) = 3 \times \frac{1}{3 \times 10^{-4}} = 10^4$.

2. Seja X o número de homens com um marcador no cromossomo. X tem distribuição hipergeométrica com parâmetros $N = 800$, $K = 240$ e $n = 10$.

   a) $P(X = 1) = \frac{\binom{240}{1}\binom{560}{9}}{\binom{800}{10}} = 0,1201$.

   b) $P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 0,8523$

3. Seja X o número de chamadas em uma hora. X tem distribuição Poisson com $\lambda = 10$.

   a) $P(X = 5) = \frac{e^{-10}10^5}{5!} = 0,0378$.

   b) $P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - (\frac{e^{-10}10^2}{2!} + \frac{e^{-10}10^1}{1!} + \frac{e^{-10}10^0}{0!}) = 1 - 0,0027 = 0.9973$

   Seja Y o número de chamada em duas horas. Y tem distribuição Poisson com $\lambda = 20$.

   c) $P(Y = 15) = \frac{e^{-20}20^{15}}{15!} = 0,0516$.

   d) Seja W o número de chamadas em 30 minutos. W é uma Poisson com $\lambda = 5$. $P(W = 5) = \frac{e^{-5}5^5}{5!} = 0,1755$.

4. **a)** $P(X > 3000) = e^{-3} = 0,05$

   b) $P(1000 < X < 2000) = e^{-3} = e^{-1} - e^{-2} = 0,233$

   c) $P(X < 1000) = 1 - e^{-1} = 0,6321$

   d) $P(X < x) = 1 - e^{-\frac{x}{1000}} = 0,10$ logo $x = -1000 \ln 9 = 105,36$.

5. **a)** $P(X < 60) = 1 - e^{-6} = 0,9975$

   b) $P(15 < X < 30) = e^{-1,5} - e^{-3} = 0,1733$

   c) $F(x) = 1 - e^{-x/10}$ para $x > 0$. $P(15 < X < 30) = F(30) - F(15) = e^{-1,5} - e^{-3} = 0,1733$

6. **a)**

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x < 0,95 \\ 10x - 9,5 & \text{se} \quad 0,95 \leq x < 1,05 \\ 1 & \text{se} \quad x \geq 1,05. \end{cases}$$

b) $P(X > 1,02) = 1 - P(X \leq 1,02) = 1 - F(1,02) = 0,3$

c) Se $P(X > x) = 0,9$ então $1 - F(x) = 0,9$ e $F(x) = 0,1$. Portanto $10x - 9,5 = 0,1$ o que implica que $x = 0,96$.

d) $E(X) = \frac{1,05+0,95}{2} = 1$ e $V(X) = \frac{(1,05-0,95)^2}{12}$.

7. Seja X o tempo (em minutos) entre a chegada e 10 h am.

a)

$$f(x) = \frac{1}{90} \text{ para } 0 \leq x \leq 90\,.$$

Então a função de distribuição cumulativa é

$$F(x) = \frac{x}{90} \text{ para } 0 \leq x \leq 90\,.$$

b) $E(X) = 45$ e $Var(X) = 675$.

c) Esse evento corresponde ao visitante chegar nos seguintes intervalos: 8:50-9:00 ou 9:20 - 9:30 ou 9:50 - 100. A probabilidade requerida é

$$P = \frac{30}{90}\,.$$

d) $1 - \frac{30}{90}$.

8. **a)** $P(X < 6250) = P(Z < 2,5) = 0,99379$

b) $P(5800 < X < 5900) = P(-2 < Z < -1) = 0,13591$

c) $P(X > x) = P\left(Z > \frac{x-6000}{100}\right) = 0,95$ então $x = 5835$.