Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística
Estatística & Probabilidades – EST-031

Formulário

- Probabilidade condicional:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- Interseção:

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$$

- União:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- Probabilidade total:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A \cap E_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A|E_i)P(E_i)$$

- Regra de Bayes:

$$P(E_k | A) = \frac{P(E_k \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A|E_k)P(E_k)}{\sum_i P(A|E_i)P(E_i)}$$

- Esperança e variância de variáveis aleatórias discretas:

$$\mu = E(X) = \sum_i x_i p(x_i), \quad \sigma^2 = \mathrm{V}(X) = E\left[(X-\mu)^2\right] = \sum_i (x_i - \mu)^2 p(x_i) = \sum_i x_i^2 p(x_i) - \mu^2$$

- Distribuição Binomial:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \ E(X) = np, \ \mathrm{V}(X) = np(1-p)$$

- Distribuição binomial negativa (a geométrica é um caso particular, quando $r = 1$):

$$P(X = k) = \binom{k-1}{r-1}(1-p)^{k-r} p^r, \quad E(X) = \frac{r}{p}, \quad V(X) = \frac{r(1-p)}{p^2}$$

- Distribuição hipergeométrica:

$$P(X = k) = \frac{\binom{K}{k}\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \quad E(X) = np, \quad V(X) = np(1-p)\left(\frac{N-n}{N-1}\right), \quad p = \frac{K}{N}$$

- Distribuição Poisson:

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}, \quad E(X) = \lambda, \quad V(X) = \lambda$$

Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística
Estatística & Probabilidades – EST-031

- Esperança e variância de variáveis aleatórias contínuas:

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)dx, \qquad \sigma^2 = \mathrm{V}(X) = E\left[\left(X-\mu\right)^2\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx - \mu^2$$

- Distribuição Normal:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, -\infty < x < +\infty \qquad E(X) = \mu \qquad V(X) = \sigma^2$$

Se $X \sim \mathrm{Normal}(\mu, \sigma)$, então $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma} \sim \mathrm{Normal}(0,1)$

$\Phi(z) = P(Z < z)$ [valores tabelados, para a Normal(0, 1)]

- Distribuição Exponencial:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x \geq 0, \qquad E(X) = 1/\lambda \qquad V(X) = 1/\lambda^2$$

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}, x \geq 0$$

- Média e variância para dados agrupados (em que n_i é a frequência da classe, x_i é o seu ponto médio e n é o tamanho total da amostra, Σn_i):

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_i n_i x_i, \qquad s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_i n_i\left(x_i - \bar{x}\right)^2 = \frac{1}{n-1}\left[\left(\sum_i n_i x_i^2\right) - n\left(\bar{x}\right)^2\right]$$

Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística
Estatística & Probabilidades – EST-031

- Estimadores pontuais para média, variância e proporção:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_i x_i, \qquad s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1}\left[\left(\sum_i x_i^2\right) - n(\bar{x})^2\right] \qquad \hat{p} = x/n$$

Resumo dos Procedimentos para Intervalo de Confiança para Uma Amostra

Caso	Tipo de Problema	Estimativa Pontual	Intervalo Bilateral de Confiança de 100(1 − α)%
1.	Média μ, com variância σ^2 conhecida	$\bar{x}$	$\bar{x} - z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{n}$
2.	Média μ de uma distribuição normal com variância σ^2 desconhecida	$\bar{x}$	$\bar{x} - t_{\alpha/2,n-1}s/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\alpha/2,n-1}s/\sqrt{n}$
3.	Variância σ^2 de uma distribuição normal	s^2	$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2,n-1}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}}$
4.	Proporção ou parâmetro de uma distribuição binomial p	$\hat{p}$	$\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \leq p \leq \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

Resumo dos Procedimentos dos Testes de Hipóteses para Uma Amostra

Caso	Hipótese Nula	Estatística de Teste	Hipótese Alternativa	Critérios para Rejeição
1.	$H_0: \mu = \mu_0$ σ^2 conhecida	$z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$H_1: \mu \neq \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$	$\lvert z_0\rvert > z_{\alpha/2}$ $z_0 > z_\alpha$ $z_0 < -z_\alpha$
2.	$H_0: \mu = \mu_0$ σ^2 desconhecida	$t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$	$H_1: \mu \neq \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$	$\lvert t_0\rvert > t_{\alpha/2,n-1}$ $t_0 > t_{\alpha,n-1}$ $t_0 < -t_{\alpha,n-1}$
3.	$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$	$\chi_0^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$	$H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$	$\chi_0^2 > \chi^2_{\alpha/2,n-1}$ ou $\chi_0^2 < \chi^2_{1-\alpha/2,n-1}$ $\chi_0^2 > \chi^2_{\alpha,n-1}$ $\chi_0^2 < \chi^2_{1-\alpha,n-1}$
4.	$H_0: p = p_0$	$z_0 = \frac{x - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}$	$H_1: p \neq p_0$ $H_1: p > p_0$ $H_1: p < p_0$	$\lvert z_0\rvert > z_{\alpha/2}$ $z_0 > z_\alpha$ $z_0 < -z_\alpha$