

9

Lista 6 - Solução

Cap. 9 – Testes de Hipóteses para uma Única Amostra

1. Ex. 9.163:

a) Seguindo os 7 passos de um teste de hipóteses e arbitrando-se um nível de significância α :

- 1) **Parâmetro de interesse:** o parâmetro de interesse é o percentual médio de proteína, μ ;
- 2) **Hipótese nula:** $H_0: \mu = 80$ (**sempre de igualdade**);
- 3) **Hipótese alternativa:** $H_1: \mu > 80$ (**porque se aceitarmos H_1 sabemos que a probabilidade do erro tipo I será $\leq \alpha$**);
- 4) **Estatística de teste:** A estatística de teste é (dada pela tabela de testes de hipóteses):

$$t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

- 5) **Região de rejeição de H_0 :** Assumindo-se um $\alpha = 0,05$, a região crítica (região de rejeição de H_0) é $t_0 > t_{\alpha; n-1}$, sendo $t_{\alpha; n-1} = t_{0,05; 15} = 1,753$, rejeita-se H_0 se $t_0 > 1,753$;

- 6) **Cálculos:**

$$\bar{x} = 80,68, \quad s = 7,38, \quad n = 16$$

$$t_0 = (80,68 - 80) / (7,38 / \sqrt{20}) = 0,369$$

- 7) **Conclusões:** Como **não** é verdade que $t_0 > t_{0,05; 15}$, pois $0,369 < 1,753$, **não** rejeitamos H_0 e **não** aceitamos a alegação de que o percentual médio de proteína exceda 80%, **ao nível de significância de 5%**.

b) **Pode-se também estimar o valor P , por consulta à tabela de distribuição t de student:**

- 5) **Rejeita H_0 se:** Se houver uma evidência muito forte (valor $P < 0,01$), forte ($0,01 < \text{valor } P < 0,05$) ou moderada ($0,05 < \text{valor } P < 0,10$) contra H_0 , rejeita-se H_0 ; portanto:

$$\text{valor } P = P(t \geq 0,369) \Rightarrow 0,25 < \text{valor } P < 0,40 \Rightarrow \text{Não se rejeita } H_0$$

Cap. 9 – Testes de Hipóteses para uma Única Amostra

2. Ex. 9.150

- a) A “aceitação” da hipótese alternativa H_1 , isto é, a rejeição da hipótese nula H_0 , produz uma conclusão **forte**, pois o erro dessa decisão, denominado erro tipo I, tem uma probabilidade α , que é controlada.

Por outro lado, a “aceitação” da hipótese nula H_0 está sujeita a um erro denominado erro tipo II, cuja probabilidade β não é controlada e pode ser muito maior que α .

Assim, é melhor **colocar sempre o que estamos tentando demonstrar na hipótese alternativa**, pois se “aceitamos” a hipótese alternativa H_1 estamos sujeitos a um erro (tipo I) cuja probabilidade podemos controlar, por uma escolha adequada do α (valores típicos para α são 0,10, 0,05 ou 0,01).

Cap. 9 – Testes de Hipóteses para uma Única Amostra

2. Ex. 9.150 (cont.):

b) Assumimos que os dados seguem uma distribuição normal. Seguem os 7 passos de um teste de hipóteses.

1) o parâmetro de interesse é a resistência média da solda, μ ;

2) $H_0: \mu = 150$

3) $H_1: \mu > 150$ (coloca-se no H_1 aquilo que você quer testar, isto é, se a resistência excede 150 psi)

4) A estatística de teste é t_0 , uma vez que a variância é desconhecida e precisa ser estimada através da amostra, pelo s :

$$t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

5) A região crítica é $t_0 > t_{\alpha;n-1}$; assumindo-se um nível de significância $\alpha = 0,05$ (5%), rejeita-se H_0 se $t_0 > 1,729$, pois $t_{\alpha;n-1} = t_{0,05;20} = 1,729$;

6) Cálculos: $\bar{x} = 153,7$, $s = 11,3$, $n = 20$

$$t_0 = \frac{153,7 - 150}{11,3 / \sqrt{20}} = 1,46$$

7) Conclusões: Como não é verdade que $t_0 > t_{\alpha;n-1}$, pois $1,46 < 1,729$, então não se rejeita H_0 e conclui-se que a solda não tem a resistência especificada, que é exceder 150 psi.

Note, entretanto, que se o nível de significância adotado for $\alpha = 0,10$ (isto é, se for aceita uma probabilidade de erro tipo I igual a 10%), então $t_0 > t_{0,10;n-1}$, pois $1,46 > 1,328$, e rejeitamos a hipótese nula, concluindo que a resistência atende a resistência especificada, pois excede 150 psi.

Cap. 9 – Testes de Hipóteses para uma Única Amostra

3. Ex. 9.153:

Assumimos que os dados seguem uma distribuição aproximadamente normal.

- 1) o parâmetro de interesse é a variância da concentração, σ^2 ;
- 2) $H_0: \sigma^2 = 4^2$ (a hipótese nula é sempre de igualdade);
- 3) $H_1: \sigma^2 < 4^2$ (coloca-se na hipótese alternativa o que se quer testar);
- 4) A estatística de teste é (consultar na tabela):

$$\chi_0^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

- 5) A região crítica é $\chi_0^2 < \chi_{1-\alpha; n-1}^2$; assumindo-se um nível de significância $\alpha = 0,05$ (5%), tem-se que $\chi_{1-\alpha; n-1}^2 = \chi_{0,95; 9}^2 \approx 3,33$ (consultar na tabela) e rejeita-se H_0 se $\chi_0^2 < 3,33$;

- 6) Cálculos:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i^2) - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{2763,94 - \frac{1}{10} (166,25)^2}{10-1}} \cong 0,0040,$$

$$\chi_0^2 = \frac{(10-1)0,004^2}{4^2} \cong 0,000009.$$

- 7) Conclusão: Como é verdade que $\chi_0^2 < \chi_{1-\alpha; n-1}^2$, pois $0,000009 < 3,33$, rejeitamos a hipótese nula e concluimos que o desvio-padrão da concentração é menor que 4 g/l.

Cap. 9 – Testes de Hipóteses para uma Única Amostra

4. Ex. 9.98:

Seguindo os passos de um teste de hipóteses:

- 1) o parâmetro de interesse é a proporção de uma população, p ;
- 2) $H_0: p = 0,50$ (a hipótese nula é sempre de igualdade);
- 3) $H_1: p \neq 0,50$;
- 4) A estatística de teste é (consultar na tabela):

$$z_0 = \frac{x - np_0}{\sqrt{np_0(1 - p_0)}}$$

- 5) A região crítica é $z_0 < -z_{\alpha/2}$ ou $z_0 > z_{\alpha/2}$; assumindo-se um nível de significância $\alpha = 0,05$ (5%), tem-se que $z_{\alpha/2} = z_{0,025} \approx 1,96$ (consultar na tabela) e rejeita-se H_0 se $z_0 < -1,96$ ou $z_0 > 1,96$;
- 6) Cálculos:

$$z_0 = \frac{117 - 484 \times 0,50}{\sqrt{484 \times 0,50(1 - 0,50)}} \approx -11,36$$

- 7) Conclusão: Como é verdade que $z_0 < -z_{\alpha/2}$, pois $-11,36 < -1,96$, rejeitamos a hipótese nula H_0 e concluímos que a proporção não é igual 0,50 (50%).

O valor $P = 2 \times P(Z < -11,36) \approx 0$.