

6

Lista 5

Cap. 6 – Comparando Dois Grupos

- **Ex. 1:**

Sejam os dados:

Quadro	Especialidade		Total
	Anestesista	Outra	
Gestação normal	23	52	75
Aborto espontâneo	14	6	20
Total	37	58	95

- a) Desejamos comparar a proporção de abortos espontâneos em médicas anestesistas, p_A , com essa mesma proporção em médicas de outras especialidades, p_O . Assim, a hipótese nula H_0 é que as proporções são as **mesmas** e a hipótese alternativa H_1 é de que as proporções são **diferentes**:

$$H_0: p_A = p_O$$

$$H_1: p_A \neq p_O$$

- b) Como temos variáveis respostas **dicotômicas** (aborto espontâneo ou não), de dois grupos **independentes**, o teste estatístico indicado é o **teste χ^2** ;

Cap. 6 – Comparando Dois Grupos

- Ex. 1 (cont.):

b) Colocando-se os dados na *forma padrão*, temos:

	Ocorrência da evento					
	Aborto espontâneo					
Grupo	Sim		Não		Total	
I - Anestesista	$a =$	14	$b =$	23	$a + b = n_1 =$	37
II - Outra	$c =$	6	$d =$	52	$c + d = n_2 =$	58
Total	$m_1 = a + c =$	20	$m_2 = b + d =$	75	$n_1 + n_2 = N =$	95

Assim, os *valores esperados* são:

	Ocorrência da evento					
	Aborto espontâneo					
Grupo	Sim		Não		Total	
I - Anestesista	$(m_1 \times n_1)/N =$	7,79	$(m_1 \times n_1)/N =$	29,21	$a + b = n_1 =$	37
II - Outra	$(m_1 \times n_2)/N =$	12,21053	$(m_2 \times n_2)/N =$	45,79	$c + d = n_2 =$	58
Total	$m_1 = a + c$		$m_2 = b + d$		$n_1 + n_2 = N =$	95

Cap. 6 – Comparando Dois Grupos

- **Ex. 1 (cont.):**

- b) Optando-se, *por simplicidade*, pela versão do teste χ^2 sem correção de continuidade, tem o valor da estatística X^2 , com auxílio da tabela abaixo:

i	O_i	E_i	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$(O_i - E_i)^2/E_i$
1	14	7,79	6,21	38,57	4,95
2	23	29,21	-6,21	38,57	1,32
3	6	12,21	-6,21	38,57	3,16
4	52	45,79	6,21	38,57	0,84
Total	95	95	0	154,28	10,27

Ou seja,
$$X^2 = \sum_{i=1}^4 \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = 4,95 + 1,32 + 3,16 + 0,84 \cong 10,27.$$

Cap. 6 – Comparando Dois Grupos

- Ex. 1 (cont.):

Alternativamente, pode-se obter o valor da estatística X^2 de forma mais simples pelo uso da seguinte expressão prática, que usa os valores referentes à tabela 2×2 na **forma padrão**:

$$X^2 = N \times \frac{(ad-bc)^2}{m_1 \times m_2 \times n_1 \times n_2} = 95 \times \frac{(14 \times 52 - 23 \times 6)^2}{20 \times 75 \times 37 \times 58} \cong 10,27$$

O critério de rejeição de H_0 é que $X^2 > \chi^2_{1;\alpha}$, em que $\chi^2_{1;\alpha}$ é o valor obtido na tabela da distribuição qui-quadrado (Tabela A4), com 1 grau de liberdade. Para um nível de significância $\alpha = 0,05$, tem-se que $\chi^2_{1;0,05} = 3,841$, o que conduz à rejeição de H_0 e à conclusão de que as **proporções não são iguais**, pois $X^2 = 10,27 > \chi^2_{1;0,05} = 3,841$.

Tabela A4: Distribuição do χ^2 : $\Pr(X \geq x)$

Graus de liberdade	$\Pr(X \geq x)$						
	0,750	0,250	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005
1	0,102	1,323	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879

Cap. 6 – Comparando Dois Grupos

• Ex. 2:

Para verificar se o fármaco gemfibrozil reduz significativamente o nível de colesterol deve-se usar *um teste Z para comparação de médias*, (teste de médias $H_0: \mu_1 = \mu_2$ versus $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$), por se tratar de uma variável contínua e amostras grandes ($n \geq 30$). Calculando-se a estatística de teste, tem-se:

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{244,7 - 272,5}{\sqrt{\frac{33,7^2}{1973} + \frac{31,4^2}{1958}}} \cong -26,76.$$

Para um nível de confiança de 95%, $\alpha = 0,05$, o critério de rejeição de H_0 é que $|Z| > Z_{\alpha/2}$, em que $Z_{\alpha/2}$ é o valor tal que $P(Z < Z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 0,975$. Da tabela da gaussiana (Tabela A3), tem-se que $Z_{\alpha/2} = Z_{0,025} = 1,96$, o que conduz à **rejeição de H_0** da igualdade entre as médias e à conclusão de que o gemfibrozil *atua* sobre o nível de colesterol.

Tabela A3: Distribuição gaussiana para valores positivos:
 $Pr(X \leq x)$ (continuação)

x	Segunda casa decimal de x									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1,9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767

Cap. 6 – Comparando Dois Grupos

- **Ex. 3:**

Sejam os dados, para um teste de hipóteses de **proporções**, $H_0: p_M = p_F$ versus $H_1: p_M \neq p_F$):

Sexo	Número de pacientes	Sobrevida		
		Média	Mediana	Zero (%)
Masculino	5281	374	357	10,9
Feminino	552	298	263	16,3

Para uma variável dicotômica e amostras independentes, usa-se o **teste qui-quadrado**. Além disso, os **números de pacientes** do sexo masculino e feminino com sobrevivida zero são, respectivamente:

$$a = 5281 \times \frac{10,9}{100} \cong 576 \text{ e } c = 552 \times \frac{16,3}{100} \cong 90$$

Cap. 6 – Comparando Dois Grupos

- Ex. 3 (cont.):

Colocando-se os dados em uma tabela 2×2 na *forma padrão*, tem-se:

	Sobrevida zero					
Grupo	Sim		Não		Total	
Masculino	$a =$	576	$b =$	4705	$a + b = n_1 =$	5281
Feminino	$c =$	90	$d =$	462	$c + d = n_2 =$	552
Total	$m_1 = a + c =$	666	$m_2 = b + d =$	5167	$n_1 + n_2 = N =$	5833

Pela expressão prática para X^2 a seguir, determina-se que:

$$X^2 = N \times \frac{(ad-bc)^2}{m_1 \times m_2 \times n_1 \times n_2} = 5833 \times \frac{(576 \times 462 - 4705 \times 90)^2}{666 \times 5167 \times 5281 \times 552} \cong 14,39$$

Isso conduz, ao nível $\alpha = 0,05$, à **rejeição** de H_0 e à conclusão que a proporção de homens com sobrevida zero, p_M , **não** é igual à proporção de mulheres, p_F , pois $X^2 = 14,39 > \chi^2_{1;0,05} = 3,841$ (ver Tabela A4).

Cap. 6 – Comparando Dois Grupos

- **Ex. 4:**

Sejam os seguinte dados, para um teste de hipóteses de *proporções* de doença coronariana, nos grupos Alto e Baixo, $H_0: p_A = p_B$ versus $H_1: p_A \neq p_B$:

Doença coronariana	Nível inicial de catecolamina		Total
	Alto	Baixo	
Presente	27	44	71
Ausente	95	443	538
Total	122	487	609

A variável é dicotômica e as amostras são independentes, recomendando-se o *teste qui-quadrado*.

Cap. 6 – Comparando Dois Grupos

- Ex. 4 (cont.):

Colocando-se os dados em uma tabela 2×2 na *forma padrão*, tem-se:

Nível inicial catecolamina	Doença coronariana					
	Sim		Não		Total	
Alto	$a =$	27	$b =$	95	$a + b = n_1 =$	122
Baixo	$c =$	44	$d =$	443	$c + d = n_2 =$	487
Total	$m_1 = a + c =$	71	$m_2 = b + d =$	538	$n_1 + n_2 = N =$	609

Determina-se a estatística de teste X^2 pela expressão a seguir:

$$X^2 = N \times \frac{(ad-bc)^2}{m_1 \times m_2 \times n_1 \times n_2} = 609 \times \frac{(27 \times 443 - 95 \times 44)^2}{71 \times 538 \times 122 \times 487} \cong 16,25$$

Ao nível $\alpha = 0,01$, **rejeita-se H_0** e conclui-se que a proporção de doenças coronarianas é *diferente* entre pessoas com diferentes níveis de catecolamina, pois $X^2 = 16,39 > \chi^2_{1;0,01} = 6,635$ (ver Tabela A4).

Cap. 6 – Comparando Dois Grupos

- Ex. 5:

Sejam os seguintes dados, para um teste de hipóteses de tempos *médios*, nos grupos com e sem hiperventilação, $H_0: \mu_1 = \mu_2$ versus $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$:

Indivíduo	Hiperventilação		Diferença	Desvio	Quadrado do desvio
	Com	Sem	$d = x_1 - x_2$	$d - \bar{d}$	$(d - \bar{d})^2$
1	155	151	4	3,44	11,86
2	150	152	-2	-2,56	6,53
3	174	172	2	1,44	2,09
4	158	150	8	7,44	55,42
5	155	152	3	2,44	5,98
6	148	150	-2	-2,56	6,53
7	142	144	-2	-2,56	6,53
8	164	169	-5	-5,56	30,86
9	143	144	-1	-1,56	2,42
soma	1389	1384	5,0	0,00	128,2

O teste estatístico recomendável é o teste T_P para dados *contínuos* e amostras *pareadas*.

Cap. 6 – Comparando Dois Grupos

• Ex. 5 (cont.):

Para o cálculo da estatística de teste T_p , determina-se:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^9 d_i}{9} = \frac{5}{9} \cong 0,56 \text{ e } s_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^9 (d_i - \bar{d})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{128,2}{9-1}} \cong 4,0.$$

Logo,

$$T_P = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}} = \frac{0,56}{4,0/\sqrt{9}} \cong 0,42.$$

Para um nível de significância de 5%, $\alpha = 0,05$, H_0 **não** é rejeitado, pois **não** é verdade que $|T_P| = |0,42| \geq t_{n-1, \alpha} = t_{8;0,05} = 2,306$ (Tabela A5), concluindo-se, portanto, que **não** há diferenças entre os tempos médios entre os grupos com e sem hiperventilação.

Tabela A5: Distribuição t de Student : $\Pr(X \leq -x) + \Pr(X \geq x)$

Graus de liberdade	$\Pr(X \leq -x) + \Pr(X \geq x)$						
	0,50	0,40	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
8	0,706	0,889	1,397	1,860	2,306	2,897	3,355