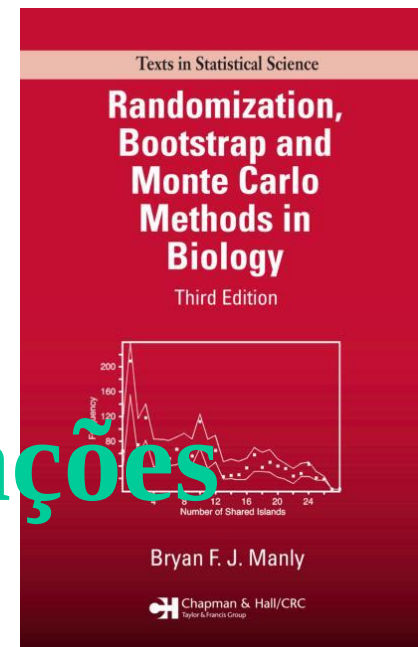


5

Algumas Considerações Gerais



- Manly, B. F. J. *Randomization, Bootstrap and Monte Carlo Methods in Biology*. 3ª ed., Chapman & Hall/CR Press, Boca Raton, 2007.

ESQUEMA DO CAPÍTULO

5.1 QUESTÕES SOBRE MÉTODOS
COMPUTACIONALMENTE INTENSIVOS

5.2 PODER DO TESTE

5.3 NÚMERO DE CONJUNTOS ALEATÓRIOS PARA
UM TESTE

5.4 DETERMINAÇÃO EXATA DE UMA
DISTRIBUIÇÃO DE ALEATORIZAÇÃO

5.5 NÚMERO DE REPLICAÇÕES PARA
INTERVALOS DE CONFIANÇA

5.6 MÉTODOS BOOTSTRAP MAIS EFICIENTES

5.7 GERAÇÃO DE NÚMEROS PSEUDO-
ALEATÓRIOS

5.8 GERAÇÃO DE PERMUTAÇÕES
ALEATÓRIAS

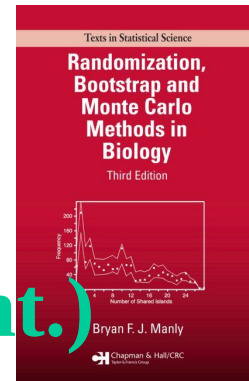
5.1 Questões Sobre Métodos Computacionalmente Intensivos

1. Quão *eficientes* são esses métodos em comparação com métodos alternativos (se houver métodos alternativos)?
2. Se a distribuição de aleatorização é determinada por uma enumeração completa, como isso pode ser feito *sistematicamente*?
3. Ainda considerando a enumeração completa de uma distribuição de aleatorização, há formas de reduzir o número de cálculos via, por exemplo, reconhecimento de possíveis *simetrias* nos padrões dos arranjos?

As respostas para as questões 1 a 3 dependem da *particular* situação considerada.

Dessa forma, somente é possível fazer afirmações *genéricas*.

5.1 Questões Sobre Métodos Computacionalmente Intensivos (cont.)



4. Se uma estatística de teste observada é comparada com uma distribuição gerada por dados aleatorizados (para um método de aleatorização), reamostragem *bootstrap* (para um teste *bootstrap*) ou dados simulados (para um teste Monte Carlo), **quantas replicações** são requeridas para assegurar-se que o nível de significância estimado para os dados é próximo do que seria encontrado da determinação exata da distribuição amostral?
5. Similarmente, **quantas replicações** são necessárias para a determinação dos limites de confiança por aleatorização e *bootstrap*?
6. Quais são os **bons algoritmos** para geração de números pseudo-aleatórios e produção de permutações dos arranjos dos dados?

As respostas das questões 4 a 6 aplicam-se a **todos** os testes.

5.2 Poder do Teste

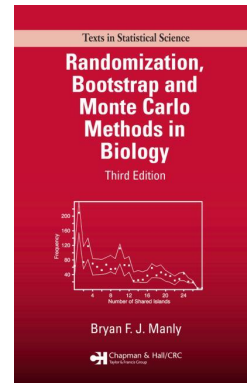
Definição:

- O poder de um teste estatístico é a probabilidade de se obter um resultado significativo quando a hipótese nula sob teste não for verdadeira.

Comentários:

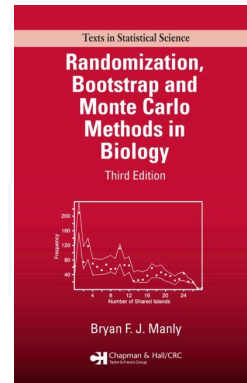
- Essa probabilidade depende de quanta diferença existe entre a situação verdadeira e a hipótese nula e do nível de significância utilizado;
- É uma regra geral que os testes de aleatorização e os testes paramétricos clássicos darão aproximadamente a mesma significância, quando os dados aparentarem justificar as condições necessárias para aplicação dos testes paramétricos;
- Quando os dados forem provenientes de distribuições não padrão, há evidências que sugerem que os testes de aleatorização têm poder superior aos testes clássicos;
- É difícil dizer qualquer coisa mais geral sobre os testes Monte Carlo, uma vez que cada um deles parece ser um caso especial.

5.3 Número de Conjuntos Aleatórios para um Teste



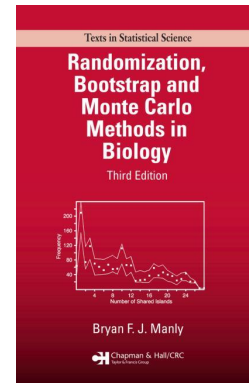
- Um teste que envolve amostragem de uma distribuição de aleatorização é **exato** no sentido em que, usando o nível de $100\alpha\%$ de significância, há a probabilidade α , ou menor, de dar um resultado significativo, quando a hipótese nula é verdadeira;
- Deste ponto de vista, **não** é necessário um número muito grande de aleatorizações;
- De todo jeito, um número **mínimo** de aleatorizações é necessário para garantir que o nível de significância estimado seja próximo ao nível que seria obtidos se todos os possíveis arranjos dos dados fosse considerado;
- Abordagem de Marriott (1979);
- Envolve o cálculo dos limites dentro dos quais o nível de significância estimado ficará com 99% das vezes, para um dado nível de significância.
- Parece que 1000 aleatorizações é um número **razoável**.

5.4 Determinação Exata de uma Distribuição de Aleatorização



- Envolve a determinação **sistemática** de todas as possíveis permutações dos dados;
- Frequentemente é mais **simples** amostrar da distribuição de aleatorização do que a enumeração completa;
- Algumas vezes é possível **reduzir** o número de permutações;
- Considere, por exemplo, a seguinte listagem **completa** de 5 dados, rotulados de 1 a 5:
 - 12345 12354 12435 12453 12534 12543 ... 54321
 - Há $5! = 120$ dessas ordenações;
- Entretanto, se esses 5 dados fossem divididos entre dois subconjuntos, haveria **apenas** 10 possibilidades:
(12)(345) (13)(245) (14)(235) (15)(234) (23)(145)
(24)(135) (25)(134) (34)(125) (43)(125) (45)(123)

5.5 Número de Replicações para Intervalos de Confiança



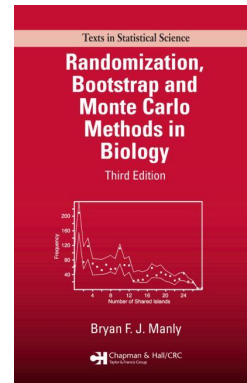
- O método *bootstrap* padrão para construção de limites de confiança usa os seguintes **valores**:

Estimativa $\pm z_{\alpha/2}$ (desvio-padrão *bootstrap*)

em que $z_{\alpha/2}$ é o percentil $1 - \alpha/2$ da distribuição normal padrão e o desvio-padrão *bootstrap* é estimado pela reamostragem da amostra original um **número grande B** de vezes;

- O que é um número grande **depende** da distribuição que é amostrada e do nível de confiança:
 - $B = 100$ ou 200 pode ser suficiente para a maioria das aplicações;
 - É sugerido que B seja ao menos 1.000 , para boas estimativas de limites de 90% de confiança com distribuição próxima da normal;
 - Para limites de 95% de confiança, $B = 2.000$.

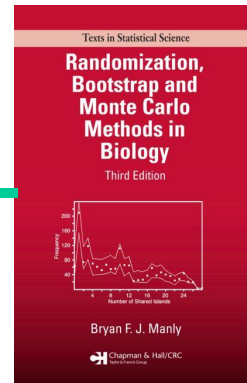
5.6 Métodos Bootstrap mais Eficientes



Há vários métodos para melhoria da **eficiência** da amostragem *bootstrap*:

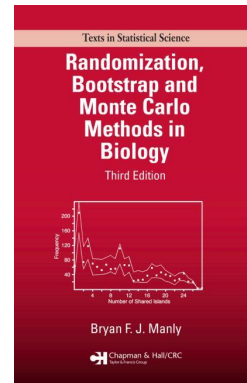
- Amostragem *bootstrap* **balanceada** (cada valor da amostra original ocorre o mesmo número de vezes na totalidade das B reamostras *bootstrap*);
- Amostragem **antitética** (gera pares de observações que são considerados opostos, de modo a reduzir a variância da estimativa);
- Amostragem por **importância** (amostragem com probabilidade diferente da uniforme);
- Amostragem **quase aleatória** (busca incorporar algum padrão regular para melhorar a representatividade da amostra);
- Etc.

5.7 Geração de Números Pseudo-Aleatórios



- Geradores de número pseudo-aleatórios ***uniformemente distribuídos*** entre 0 e 1 estão disponíveis em vários ambientes e linguagens;
- Transformações apropriadas possibilitam a geração de números pseudo-aleatórios de ***outras*** distribuições;
- Necessário cuidado para assegurar que sejam geradores ***satisfatórios***, segundo testes clássicos;
- Mesmo os melhores geradores são passíveis de pequenos ***erros sistemáticos*** devidos a sutis correlação nas sequências pseudo-aleatórias geradas;

5.8 Geração de Permutações Aleatórias



algoritmo

$j \leftarrow n$ # n é o tamanho da amostra a ser permutada

repita

$u \sim \text{runif}(0,1)$

$k \leftarrow \text{int}(u * j) + 1$ # k é um número entre 1 e j

trocar X_j e X_k

$j \leftarrow j - 1$

até $j = 1$

fim algoritmo