

# ANÁLISE ESTOCÁSTICA DE FLUXO DE VEÍCULOS

**Ariane B. Timo**

Departamento de Estatística – ICEX – UFMG  
Av. Antônio Carlos, 6627, 31270-901 – Belo Horizonte – MG  
[arianeti@ufmg.br](mailto:arianeti@ufmg.br)

**Frederico R. B. Cruz**

Departamento de Estatística – ICEX – UFMG  
Av. Antônio Carlos, 6627, 31270-901 – Belo Horizonte – MG  
[fcruz@ufmg.br](mailto:fcruz@ufmg.br)

## Resumo

Este trabalho apresenta resultados de um estudo para caracterização de fluxo de veículos em vias urbanas, em diferentes horários. Para isso, coletamos dados sobre fluxos de veículos (taxas de saída) e os tempos gastos para realização de um percurso, sob diversos volumes de tráfego, de leve a severo. Através destes dados foi possível encontrar uma curva de velocidade média em função da densidade média de veículos, através da qual várias outras importantes medidas de desempenho podem ser derivadas. Além disso, também foi possível fazer comparações de modelos estocásticos alternativos, através de ferramentas estatísticas básicas. Os resultados obtidos foram bastante satisfatórios e evidenciaram a adequação de um modelo de filas com taxas de serviço gerais dependente do estado em função da densidade média de automóveis na via.

**Palavras-Chaves:** Teoria de filas; Sistemas estocásticos; Redes dependentes do estado.

## Abstract

In this work we present a study to characterize urban traffic flows under different traffic conditions. We collected data from the vehicular traffic flows and the respective travel time, for several conditions, based on which we were able to find a function to relate the service time and the average vehicular density and to derive several important performance measures. Two different alternative stochastic models that were compared by means of basic statistical techniques showed the adequacy of a queueing model with general state-dependent service rates as a modeling tool for describing urban traffic.

**Keywords:** Queue theory; Stochastic Systems; State-dependent networks;

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E MOTIVAÇÃO

As maiores cidades brasileiras, assim como muitas grandes cidades de países em desenvolvimento, foram adaptadas nas últimas décadas para o uso eficiente do automóvel. O sistema viário foi adaptado e ampliado, e foram criados órgãos governamentais responsáveis pela garantia de boas condições de fluidez. Este processo ocorreu paralelamente à grande ampliação da frota de automóveis formando-se, assim, uma “cultura do automóvel”. Deve-se lembrar também que a tarifa do transporte público tornou-se relativamente mais cara com o passar do tempo, enquanto que o custo da gasolina vinha decaindo recentemente, incentivando o uso do automóvel. Estes também são fatores determinantes para o crescimento do número de automóveis que, conseqüentemente, gera cada vez maiores dificuldades no tráfego das rodovias. Hoje, ao contrário de tempos recentes, a avalanche de automóveis e outros veículos que invadem o centro da cidade tem determinado constantes congestionamentos, dificultando a indispensável circulação e a chegada aos locais de destino.

Nos países desenvolvidos, não é tão recente a preocupação com os problemas de

congestionamentos nas vias urbanas, causados pela grande demanda de tráfego. Um estudo realizado recentemente em rodovias americanas propôs um modelo estocástico que apresenta vantagens em relação a outros modelos anteriormente desenvolvidos. Neste novo modelo, a velocidade média de um veículo é modelada como uma função decrescente com a densidade de veículos no sistema naquele momento. A Figura 1, extraída de Jain & Macgregor Smith [3], apresenta estes resultados.

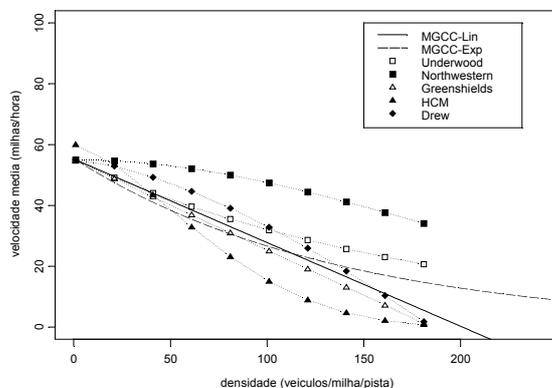


Figura 1: Novos modelos estocásticos M/G/c/c, linear e exponencial, e algumas curvas empíricas para tráfego de veículos [3].

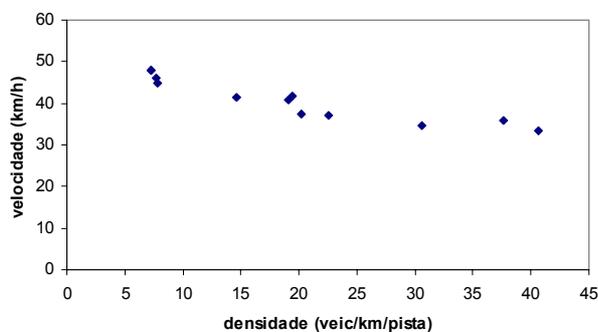


Figura 2: Resultado de medições realizadas para tráfego de veículos da Av. Antônio Carlos, Belo Horizonte – MG.

Isto despertou nosso interesse em analisar vias de acesso brasileiras e modelar o comportamento do tráfego urbano por meio desta promissora ferramenta. Para nossa conveniência, concentramo-nos em uma determinada via urbana de Belo Horizonte, a Av. Antônio Carlos, umas das maiores, mais utilizadas e congestionadas avenidas da cidade.

## 1.2. OBJETIVOS E ORGANIZAÇÃO

O principal objetivo deste artigo é (i) apresentar resultados de levantamento empírico de curvas da velocidade de veículos em via urbana em função da sua densidade média, Figura 2, (ii) verificar a ocorrência de diferença significativa entre alguns horários estabelecidos, que parecem estar diretamente relacionados com o fluxo de veículos, (iii) e apresentar resultados de modelagem via filas finitas dependentes do estado, uma metodologia recentemente desenvolvida para análise de tráfego sujeito a congestionamento.

Na seção 2 deste trabalho encontram-se os dados coletados e uma análise inicial dos mesmos. A verificação dos dados, através de análise descritiva e análise de variância (ANOVA), pode ser encontradas na seção 3. As seções 4 e 5 apresentam o ajuste do modelo de filas finitas dependentes do estado e resultados de experimentos computacionais realizados. A seção 6 apresenta algumas considerações finais e conclui o artigo.

## 2. COLETA E ANÁLISE INICIAL DOS DADOS

Os dados deste trabalho foram coletados da seguinte forma. Primeiramente foi escolhido um trecho de 1 km da Av. Antônio Carlos, Belo Horizonte, MG, e que não apresentava nenhum desvio de pista que pudesse interferir no fluxo analisado. Este trecho refere-se às pistas centrais da avenida no sentido bairro-centro. Posteriormente, definimos três horários de fluxo de veículos, alto, médio e baixo. São eles, respectivamente, de 7:00 às 7:45 h, de 13:00 às 13:45 h e de 21:00 às 21:45 h. Para cada horário foram observados os tempos gastos para percorrer o trecho escolhido e a taxa de saída dos veículos. Estes valores estão na Tabela 1.

Tabela 1: Dados coletados.

Fluxo	Horário	Tempo (s)	Velocidade (Km/h)	θ1 (veic/5m)	θ2 (veic/5m)	θ3 (veic/5m)	θ-med (veic/h/pista)	EPM	Densidade
alto	07:00	86	<b>41,9</b>	109	181	116	812	22,9	<b>19,4</b>
	07:15	104	<b>34,6</b>	162	191	176	1058	8,4	<b>30,6</b>
	07:30	108	<b>33,3</b>	182	246	250	1356	22,0	<b>40,7</b>
	07:45	100	<b>36,0</b>	221	218	239	1356	6,6	<b>37,7</b>
médio	13:00	87	<b>41,4</b>	98	110	94	604	4,8	<b>14,6</b>
	13:15	88	<b>40,9</b>	113	138	140	782	8,7	<b>19,1</b>
	13:30	97	<b>37,1</b>	126	139	153	836	7,8	<b>22,5</b>
	13:45	96	<b>37,5</b>	115	123	141	758	7,7	<b>20,2</b>
baixo	21:00	80	<b>45,0</b>	49	76	51	352	8,7	<b>7,8</b>
	21:15	78	<b>46,2</b>	51	74	53	356	7,4	<b>7,7</b>
	21:30	75	<b>48,0</b>	57	69	47	346	6,4	<b>7,2</b>
	21:45	75	<b>48,0</b>	51	73	49	346	7,7	<b>7,2</b>

Para cada fluxo (alto, médio e baixo) um veículo realizou o percurso quatro vezes, de 15 em 15 minutos, e o motorista mediu com um cronômetro o tempo (em segundos) que gastou para percorrê-lo, e depois os dados foram transformados para km/h. Estas medições encontram-se nas colunas Tempo (s) e Velocidade (km/h). Para cada 15 minutos observou-se a taxa de saída três vezes (θ1, θ2 e θ3) de 5 em 5 minutos e depois foi calculada a média da mesma, θ-med, transformada em veic/h/pista. É importante ressaltar que o trecho contém duas pistas e, portanto, o θ-med foi dividido por dois. Além disso, foram calculados os erros padrão da média (EPM) e a densidade de veículos, em veic/km/pista, pela lei de Little:

$$\text{densidade média de veículos} = (\text{taxa média de saída}) \times (\text{tempo médio de percurso}).$$

Através dos dados coletados, foram feitos gráficos que comprovam que a velocidade média de um veículo está diretamente relacionada com o fluxo de veículos, que é diferente para cada horário estabelecido. A Figura 2 mostra o decréscimo da velocidade de acordo com o aumento da densidade de veículos, conforme era nossa hipótese inicial.

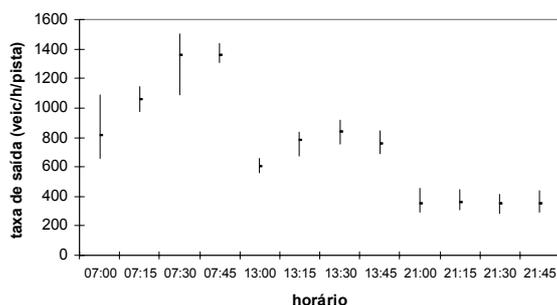


Figura 3: Fluxo de veículos por horário.

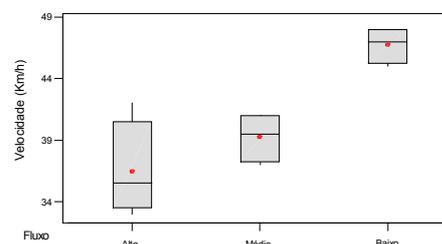


Figura 4: Velocidade por tipo de fluxo.

Observando a Figura 3, visualizamos perfeitamente a diferença entre as taxas de saída de acordo com o fluxo de veículos (alto, médio e baixo) que é determinado pelos horários de coleta. Podemos dizer que, para o sentido “bairro-centro”, realmente há um congestionamento maior de veículos no horário de 7:00 às 7:45 h. Provavelmente isto pode ser explicado pelo fato de que a grande maioria dos usuários é de trabalhadores que vão para o centro pegar serviço às 08:00 h. Da mesma maneira, notamos que, para o horário de 13:00 às 13:45 h, o fluxo de veículos é intermediário se comparado aos demais. Uma possível explicação para este resultado é que um determinado número de pessoas vai almoçar em suas casas, e neste horário está voltando para o trabalho no centro. Já no horário de baixo fluxo de veículos (21:00 às 21:45 h), podemos notar que a taxa de saída é praticamente constante, podendo indicar que durante o restante da noite, a partir deste horário, esta taxa de saída não se altera significativamente.

### 3. VERIFICAÇÃO DOS RESULTADOS

Através de ferramentas estatísticas vamos nos certificar das “suspeitas” que estamos



do número de veículos,  $p(n) = P(N = n)$ , num modelo de fila M/G/c/c dependentes do estado por:

$$p(n) = P(N = n) = \left[ \frac{[\lambda E(S)]^n}{n! f(n) \dots f(2) f(1)} \right] \times P(N = 0), \quad n = 1, 2, \dots, c, \quad (1)$$

sendo

$$P^{-1}(N = 0) = 1 + \sum_{i=1}^c \left[ \frac{[\lambda E(S)]^i}{i! f(i) \dots f(2) f(1)} \right], \quad (2)$$

em que  $P(N=0)$  é a probabilidade de não ter veículos esperando na fila,  $E(S)$  é o tempo esperado de serviço (atendimento) para um único veículo no sistema e  $f(n) = V_n/V_1$  é a taxa de serviço.

Utilizando-se (1) para o modelo de fila M/G/c/c dependente do estado, é possível calcular as medidas de desempenho. Essas medidas incluem, entre outras, a probabilidade de bloqueio, a taxa de atendimento, o número médio de usuários e o tempo médio no sistema. O bloqueio ocorre quando  $n$  for igual à capacidade máxima  $c$  da rodovia.

A taxa de atendimento pode ser denotada por:

$$\theta = \lambda[1 - p(c)]. \quad (3)$$

O número médio de usuários no sistema é:

$$E(Q) = \sum_{n=1}^c nP(N = n). \quad (4)$$

O tempo médio no sistema pode ser dado pela lei de Little:

$$E(Ts) = E(Q)/\theta. \quad (5)$$

Analisando as várias propriedades de fluxo de veículos através de uma única rodovia, comprovamos a existência de três fatores que afetam significativamente o tráfego e suas correspondentes medidas de desempenho. São elas, o comprimento, o número de pistas e a taxa de chegada. Dessa forma, variando-se apenas um deles e mantendo-se os outros constantes, pode-se avaliar o efeito desse fator no fluxo. De fato, Mitchell e MacGregor Smith [4] mostraram que a “largura” de um sistema M/G/c/c parece ter um efeito mais significativo sobre a taxa de atendimento do que seu “comprimento”.

#### 4.2. MODELOS DE CONGESTIONAMENTO PARA FLUXO DE VEÍCULOS

Utilizando-se o modelo de filas M/G/c/c dependentes do estado, um trecho da via de acesso pode ser considerado como servidor para seus ocupantes. O número de servidores em paralelo é igual à capacidade da via que também representa o número total de veículos permitidos simultaneamente no sistema e é dado pela expressão:

$$c = \lfloor k \times l \times w \rfloor, \quad (6)$$

em que  $\lfloor x \rfloor$  é o maior inteiro não superior a  $x$ ,  $l$  é o comprimento da rodovia,  $w$  é o número de pistas e  $c$ , sua capacidade. A constante  $k$  representa a densidade máxima de aglomeração. No caso deste estudo, estamos trabalhando por km e por pista, ou seja,  $l$  e  $w$  são iguais à unidade.

Nos modelos de congestionamento, o fluxo de tráfego (unidirecional) através das vias se dá a uma velocidade média  $V_n$ , função do número de veículos  $n$  que ocupam a via e

sua capacidade,  $c$ . Para apresentarmos os modelos de congestionamento a serem utilizados, faz-se necessário primeiramente definirmos mais um pouco de notação:

$V_n \rightarrow$  velocidade média para uma ocupação de  $n$  veículos;

$V_1 \rightarrow$  velocidade média de um veículo sozinho;

$V_a \rightarrow$  velocidade média quando a densidade de aglomeração é  $a=20$  veículos/km/pista;

$V_b \rightarrow$  velocidade média quando a densidade de aglomeração é de  $b=40$  veículos/km/pista;

$a \rightarrow 20 \times l \times w = 20 \times 1 \times 1 = 20$ ;

$b \rightarrow 40 \times l \times w = 40 \times 1 \times 1 = 40$ .

De acordo com Jain & MacGregor Smith [3], encontrando a velocidade média de um único automóvel na pista,  $V_1$  (usualmente o limite de velocidade da pista), e assumindo que uma população de veículos igual a  $n=c+1$  não é possível,  $V_n$  deve ser zero para todo  $n \geq c+1$ . Uma relação linear que satisfaz a essas condições é como segue:

$$V_n = \frac{V_1}{c}(c+1-n). \quad (7)$$

Reagrupando termos, encontramos:

$$V_n = \frac{V_1(c+1)}{c} - \frac{V_1 n}{c}. \quad (8)$$

Ou ainda:

$$V_n = \left( \frac{V_1(c+1)}{c} \right) + \left( -\frac{V_1}{c} \right) n. \quad (9)$$

Observando (9) podemos compará-la com uma reta de regressão,  $y = A + Bx$ , em que:

$$y = V_n,$$

$$x = n,$$

$$A = \frac{V_1(c+1)}{c},$$

$$B = -V_1/c.$$

Um modelo exponencial parece fornecer uma aproximação igualmente razoável para a média da velocidade de um veículo *versus* a densidade de aglomeração, conforme o formato das curvas apresentadas na Figura 1 [3]. O modelo exponencial de fluxo unidirecional, proposto por Yuhaski & MacGregor Smith [7] é o seguinte:

$$V_n = V_1 \exp \left[ - \left( \frac{n-1}{\beta} \right)^\gamma \right], \quad (10)$$

em que:

$$\gamma = \ln \left[ \frac{\ln(V_a/V_1)}{\ln(V_b/V_1)} \right] / \ln \left( \frac{a-1}{b-1} \right), \quad (11)$$

e

$$\beta = \frac{a-1}{[\ln(V_1/V_a)]^{\frac{1}{\gamma}}} = \frac{b-1}{[\ln(V_1/V_b)]^{\frac{1}{\gamma}}}. \quad (10)$$

Tendo como objetivo o ajuste dos dois modelos de congestionamento anteriormente apresentados, ajustamos retas de regressão linear,  $y = a + bx$ , e exponencial,  $\ln(y) = a + bx$ , utilizando a velocidade (em km/h) como variável resposta  $y$  e a densidade (em veic/km/pista) como variável explicativa  $x$ . Analisando as Figuras 5 e 6 podemos concluir que o modelo linear parece ser tão adequado quanto o exponencial para esse caso, já que o  $R^2=86,6\%$

(linear) é bastante próximo de  $R^2=88,1\%$  (exponencial).

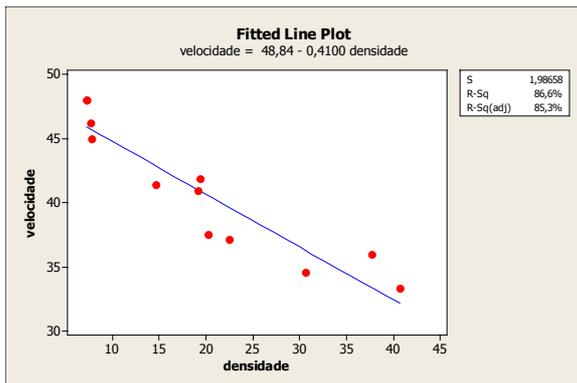


Figura 5: Ajuste para o modelo linear

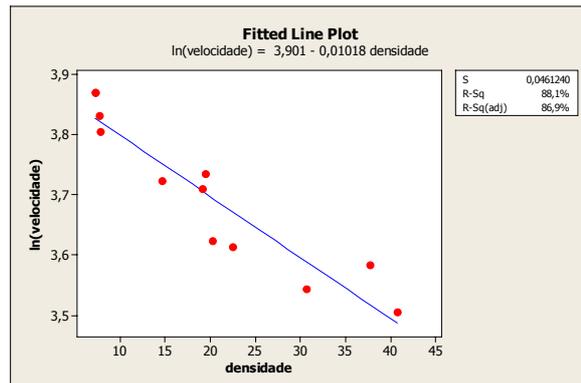


Figura 6: Ajuste para o modelo exponencial

Através dos valores de  $A$  e  $B$  encontrados para as duas retas de regressão, puderam ser encontrados os valores de  $V_l$ ,  $V_a$  e  $V_b$ , para os dois modelos (linear e exponencial), que foram utilizados em um programa (Anexo 1) para traçar as curvas de decrescimento apresentadas na Figura 7. A partir da Figura 7, concluímos que ambos os modelos parecem ser adequados e apresentam comportamento similar de decrescimento da velocidade em função da densidade de veículos.

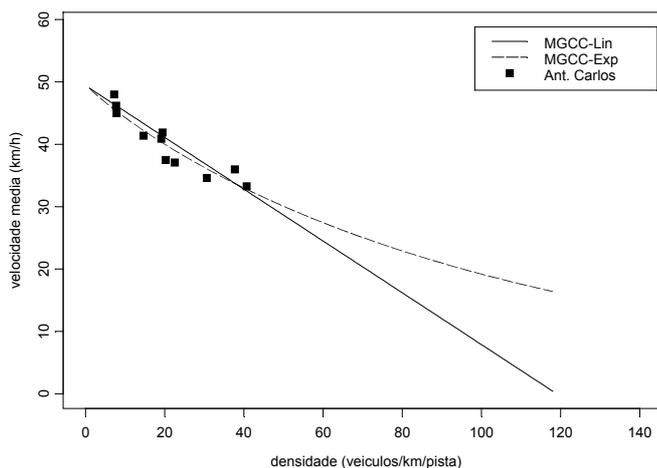


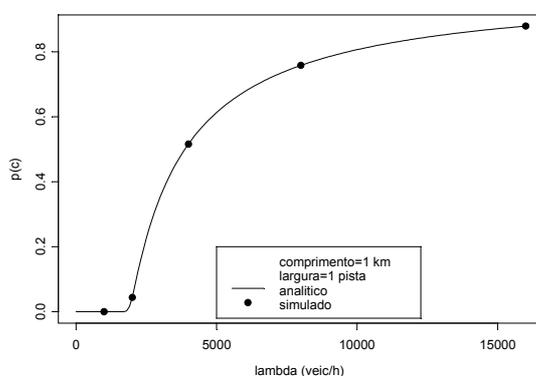
Figura 7: Curvas de decrescimento ajustadas aos dados coletados.

## 5. MODELO DE SIMULAÇÃO E EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

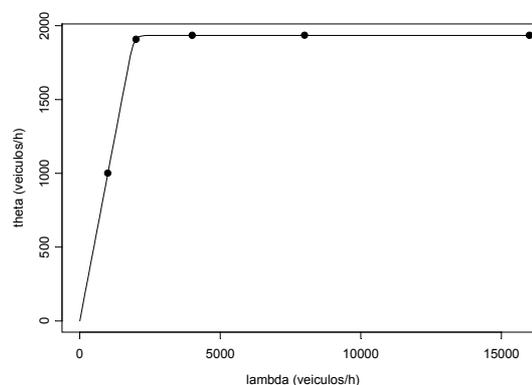
Para confirmar a precisão dos modelos de análise, foi utilizado um modelo de simulação a eventos discretos, recentemente desenvolvido [2]. Todos os experimentos foram conduzidos em um computador Intel<sup>®</sup> Pentium<sup>®</sup> 4, CPU: 1,80 GHz, 512 MB de RAM, sistema operacional Windows<sup>®</sup> XP. Os algoritmos utilizados encontram-se na linguagem de programação C++ e estão disponíveis a pedido. Os resultados de simulação foram obtidos com um tempo simulado de 20 horas, sendo descartadas as 10 primeiras horas para estabilização das simulações (*warm-up*), e 30 replicações, para construção dos IC's de 95%.

Tabela 3: Medidas de desempenho por km, por pista, modelo exponencial.

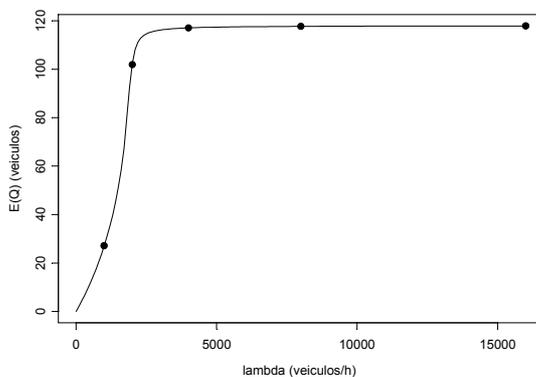
Lambda	Modelo	P (C=c)	Theta	E (q)	E (ts)	CPU (s)
1000	Analítico	0,000	1000,000	27,089	0,027	6,86
	Simulação	0,000	1001,523	27,143	0,027	
	I.C. 95%	(0,00;0,00)	(997,82;1005,23)	(27,01;27,28)	(0,027;0,027)	
2000	Analítico	0,045	1909,34	102,34	0,054	30,41
	Simulação	0,044	1907,78	101,87	0,053	
	I.C. 95%	(0,042;0,046)	(1905,99;1909,57)	(101,34;102,40)	(0,053;0,054)	
4000	Analítico	0,516	1934,94	117,06	0,060	38,24
	Simulação	0,516	1935,05	117,07	0,060	
	I.C. 95%	(0,515;0,517)	(1934,90;1935,19)	(117,06;117,08)	(0,060;0,061)	
8000	Analítico	0,758	1934,85	117,68	0,061	46,90
	Simulação	0,758	1935,15	117,67	0,061	
	I.C. 95%	(0,758;0,758)	(1935,03;1935,27)	(117,67;117,68)	(0,061;0,061)	
16000	Analítico	0,879	1934,80	117,86	0,061	62,12
	Simulação	0,879	1934,79	117,83	0,061	
	I.C. 95%	(0,879;0,879)	(1934,63;1934,95)	(117,82;117,84)	(0,061;0,061)	



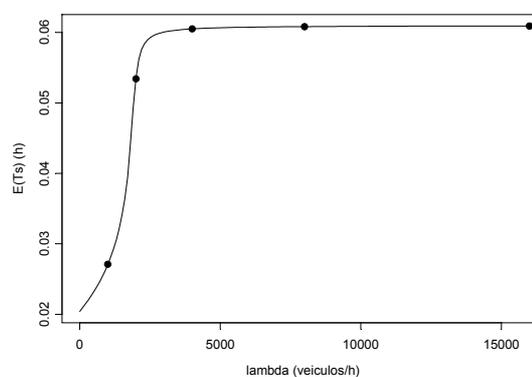
a) probabilidade de bloqueio



b) taxa de saída



c) número esperado de veículos



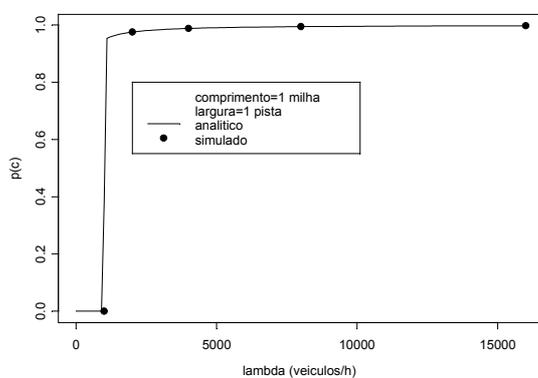
d) tempo esperado de serviço

Figura 8: Medidas de desempenho por km, por pista, modelo exponencial.

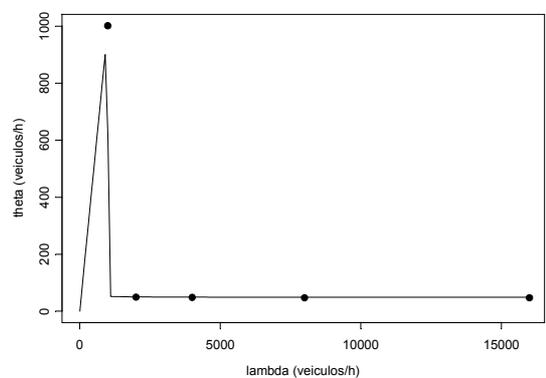
Foram realizadas simulações para os modelo exponencial e linear, em uma via de uma pista e um km, e diferentes taxas de chegada  $\lambda$  (Tabelas 3 e 4 e Figuras 8 e 9). Estudo semelhante, para tráfego de veículos em rodovias norte americanas, pode ser visto no trabalho de Timo [6].

Tabela 4: Medidas de desempenho por km, por pista, modelo linear.

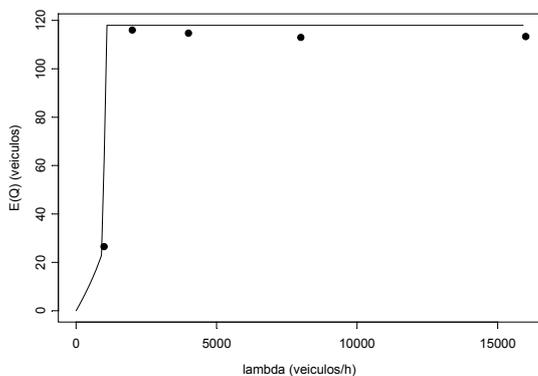
Lambda	Modelo	P (C=c)	Theta	E (q)	E (ts)	CPU (s)
1000	Analítico	0,365	634,82	61,67	0,097	4,65
	Simulação	0,000	1001,52	26,47	0,026	
	I.C. 95%	(0,00;0,00)	(997,83;1001,22)	(26,33;26,61)	(0,026;0,026)	
2000	Analítico	0,975	50,27	117,97	2,347	4,78
	Simulação	0,975	49,45	115,98	2,345	
	I.C. 95%	(0,975;0,975)	(49,32;49,59)	(115,67;116,29)	(2,344;2,346)	
4000	Analítico	0,988	49,61	117,99	2,378	8,72
	Simulação	0,988	48,26	114,71	2,377	
	I.C. 95%	(0,988;0,988)	(48,08;48,44)	(114,29;115,13)	(2,376;2,378)	
8000	Analítico	0,994	49,30	117,99	2,393	16,77
	Simulação	0,994	47,20	112,92	2,392	
	I.C. 95%	(0,994;0,994)	(47,20;47,20)	(112,91;112,93)	(2,392;2,393)	
16000	Analítico	0,997	49,15	117,97	2,401	33,42
	Simulação	0,997	47,20	113,30	2,400	
	I.C. 95%	(0,997;0,997)	(47,20;47,20)	(113,29;113,31)	(2,400;2,401)	



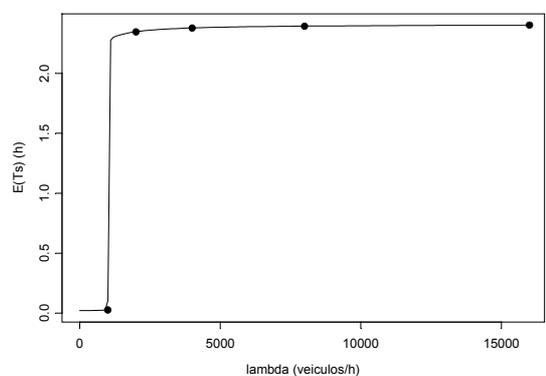
a) probabilidade de bloqueio



b) taxa de saída



c) número esperado de veículos



d) tempo esperado de serviço

Figura 9: Medidas de desempenho por km, por pista, modelo linear.

```

# curva linear
cap <- 118 # veic/km/pista
V1 <- 49 # km/h
xLin <- seq(1,cap,1)
VnLin <- V1*(cap+1-xLin)/cap

# curva exponencial
cap <- 118 # veic/km/pista
V1 <- 49 # km/h
Va <- 40 # km/h
Vb <- 33 # km/h
dens1 <- 1 # veic/km/pista
densA <- 20 # veic/km/pista
densB <- 40 # veic/km/pista
expGamma <- log(log(Va/V1)/log(Vb/V1))/log((densA-dens1)/(densB-dens1))
expBeta <- (densA-dens1)/(log(V1/Va)**(1/expGamma))
xExp <- seq(1,cap,1)
VnExp <- V1*exp(-((xExp-1)/expBeta)**expGamma)

```

Figura 10: Programa em R [5] utilizado para traçar as curvas de decrescimento M/G/c/c.

Quando analisamos o desempenho de uma rodovia para diferentes taxas de chegada para o modelo exponencial (Tabela 3 e Figura 8), notamos que a probabilidade de bloqueio é nula até um valor próximo de 1.500 veic/h, quando esta começa a crescer atingindo uma probabilidade de bloqueio de 0,879. A taxa de saída cresce linearmente com a taxa de chegada e ao atingir mais ou menos 4.000 veic/h, a taxa de saída se estabiliza. Podemos observar também que o tempo de serviço esperado e o número esperado de veículos apresentam o mesmo comportamento, em forma de "S", ambos crescendo à medida que se aumenta a taxa de chegada. Para este caso, os resultados analíticos são confirmados pelas simulações, já que nenhum ponto encontra-se fora das curvas apresentadas.

Quando analisamos o modelo linear (Tabela 2 e Figura 9), observamos que a probabilidade de bloqueio começa a crescer um pouco antes do que no modelo exponencial (a partir de 1.000 veic/h). Esta sobe bruscamente e depois se estabiliza em um valor próximo de 1,0. A taxa de saída aumenta até uma taxa de chegada próxima de 1.000 veic/h, quando decai bruscamente e se mantém constante em um valor muito baixo. O número esperado de veículos no sistema e o tempo esperado de serviço possuem comportamentos similares aos do modelo exponencial, porém com crescimentos mais bruscos. Neste modelo (linear) alguns pontos encontram-se fora da curva, o que significa que há divergências entre o modelo analítico e o de simulação.

## 6. CONCLUSÕES E OBSERVAÇÕES FINAIS

Através de ferramentas estatísticas básicas, pudemos verificar a adequação de um modelo estocástico de filas finitas para análise de tráfego urbano. Neste modelo, podemos assumir com segurança que a velocidade média de um usuário decai com o aumento da densidade média de usuários naquele corredor de acesso, confirmando ajustes anteriormente feitos, sob diferentes condições de tráfego. Através do levantamento empírico da curva de velocidade média em função da densidade média, em uma via de acesso típica, observamos que o comportamento do tráfego brasileiro parece tender rapidamente à situação de congestionamento presentemente observada em países com maior volume de tráfego, como os norte-americanos. Dois modelos de congestionamento foram ajustados e ambos foram

considerados adequados aos dados levantados. Trabalhos futuros incluem a modelagem de áreas mais complexas, possivelmente com a utilização de filas configuradas em redes, e estudo de modelos de atribuição de tráfego e de dimensionamento, com vistas à identificação de gargalos e à determinação de locais ótimos para construção de rotas alternativas. Estes são apenas alguns tópicos interessantes para futuros trabalhos de pesquisa na área.

## **ANEXO 1: PROGRAMA PARA GERAÇÃO DAS CURVAS DE DECRESCIMENTO**

O programa em R [5], apresentado na Figura 10, foi utilizado para gerar as curvas de decréscimento do modelo  $M/G/c/c$ . Nele podemos observar as capacidades para cada modelo, assim como as velocidades, quando há apenas um veículo na pista, bem como quando há 20 e 40 veículos na pista, com as velocidades 40 km/h e 33 km/h, respectivamente.

### **7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- [1] Cheah, J. & Macgregor Smith, J. (1990). Generalized M/G/C/C state dependent queueing networks, *Queueing Systems*, **15**:365-386.
- [2] Cruz, F. R. B.; Macgregor Smith, J. & Medeiros, R. O. (2003). An M/G/C/C state dependent network simulation model, *Computers & Operations Research* (em impressão, disponível em URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2003.09.006>).
- [3] Jain, R. & Macgregor Smith, J. (1997). Modeling vehicular traffic flow using M/G/C/C state dependant queueing models, *Transportation Science*, **31**(4): 324-336.
- [4] Mitchel, D. H. & Macgregor Smith, J. (2001). Topological network design of pedestrian networks, *Transportation Research Part B*, **35**:107-135.
- [5] Venables, W. N. & Smith, D. M. (2004). *An Introduction to R*. R Development Core Team (disponível em URL: <http://www.r-project.org>).
- [6] Timo, A. B. (2003). Redes de filas M/G/c/c em rodovias: Avaliando modelos de tráfego. *Relatório de trabalho de final de curso*, Departamento de Estatística, UFMG, Belo Horizonte.
- [7] Yuhaski, S. J. & Macgregor Smith, J. (1989) .Modeling circulation systems in buildings using state dependent models. *Queueing Systems*, **4**:319-338.