Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística

Determinação do Número Ótimo de Classificações Imperfeitas na Avaliação da Conformidade de Produtos

R. C. Quinino e E. Suyama

Relatório Técnico RTP-02/99

Relatório Técnico
Série Pesquisa

DETERMINAÇÃO DO NÚMERO ÓTIMO DE CLASSIFICAÇÕES IMPERFEITAS NA AVALIAÇÃO DA CONFORMIDADE DE PRODUTOS

Roberto da Costa Quinino & Emílio Suyama
Departamento de Estatística - Universidade Federal de Minas Gerais - Brazil
e-mail: roberto@est.ufmg.br & suyama@est.ufmg.br

Abstract
In this paper we study the optimal number of independent classifications on each produced unit when there are two types of classification errors: the type I where a product is classified as non-conform when actually it is conform, and the type II where a product is classified as conform when actually it isn't. We develop an economic model to minimize the total expected cost as a function of the classification errors and the cost of each classification. Due to the complexity of the objective function associated to the model, we used an exhaustive procedure with an upper bound for the optimal number of independent classifications. All procedure has a simple implementation and is available as macro of the statistical software Minitab.

Keywords: Quality, control of attributes, conformity, repeated classifications, misclassification, minimization, total expected cost, Minitab.

1. Introdução

Testes para verificação da qualidade de atributos constituem parte importante da maioria dos processos produtivos. São primordiais especialmente quando os processos apresentam características de incontrolabilidade ou possuem diversos componentes montados em série. Como exemplo de processos onde sempre há verificação de atributos, podemos citar a manufatura de circuitos integrados, verificação de unidades de discos rígidos, verificação de disquetes e o teste de conjuntos montados como veículos e autopeças.

Os testes de qualidade constituem-se da classificação de cada produto fabricado em conforme ou não-conforme. Estes são normalmente realizados supondo que o sistema de classificação é perfeito, apesar de nem sempre podermos considerar essa hipótese como verdadeira.

Burke *et al.* (1995) e Gramopadhye *et al.* (1996) argumentam que os erros estão longe de serem considerados desprezíveis em muitas tarefas de classificação e podem comprometer seriamente o processo de avaliação da qualidade de atributos. Johnson *et al.* (1991) apresentam numerosos estudos onde verificam que os erros de classificação influenciam seriamente o processo da avaliação da qualidade de atributos.

Neste trabalho tratamos de testes cujas classificações podem apresentar erros. Estamos considerando que dois tipos de erros são possíveis: um é o erro de classificação tipo II no qual classifica-se um produto como conforme sendo na realidade não-conforme; outro é o erro de classificação tipo I no qual classifica-se um produto como não-conforme sendo na realidade conforme. Além disso, estamos supondo que as classificações não são destrutivas. Devido aos erros citados os testes podem indicar um falso controle da qualidade dos atributos. A questão aqui será de como melhorar o desempenho dos testes de qualidade através da diminuição da influência dos erros de classificação.

Uma estratégia que propomos para resolver o problema apresentado é realizar *m* ($m \geq 0$ e inteiro) classificações independentes por produto fabricado e considerar o produto conforme se o número de resultados conformes for superior a um valor inteiro $a = bm$ $(0 \leq b < 1)$. Tal procedimento pode minimizar as classificações incorretas, mas também pode tornar o processo economicamente inviável. Essa inviabilidade, conforme veremos adiante, vai depender de uma ponderação entre quanto custa cada classificação, cada envio de produto não-conforme para o mercado e cada produto julgado erroneamente não-conforme. Sendo assim, há necessidade de um modelo que indique qual o número ótimo de classificações independentes repetidas no sentido econômico.

Greenberg & Stokes (1995) apresentam um modelo que pode ser adaptado para determinar o número ótimo de classificações repetidas considerando apenas a presença do erro tipo I. Quinino *et al* (1998) sugere realizar *m* ($m \geq 0$ e inteiro) classificações independentes por produto fabricado e considerar como classificação final do produto aquela que corresponder à maioria dos resultados obtidos. Ele elabora uma função de custo e propõe um método aproximado de determinação do valor de *m* que minimize o custo esperado. Neste trabalho modificamos o critério de decisão de Quinino *et al* (1998) de tal forma a diminuir o custo médio esperado. Além disso, propomos um critério de busca exaustiva com um limitante superior para determinação exata dos parâmetros "*m*" e "*a*" ideais no sentido econômico.

O restante do trabalho é dividido em três seções. A seção 2 descreve o modelo probabilístico adequado. Na seção 3, discutimos o modelo de custo para determinação do número ótimo de classificações repetidas independentes. Derivamos um limitante superior para determinação do número ótimo de classificações repetidas. Uma aplicação numérica com implementação computacional do modelo proposto é apresentada na seção 4. Finalizamos o trabalho com algumas discussões que podem ser relevantes para novas aplicações e trabalhos futuros.

2. Modelo Probabilístico

Considere uma classificação de *n* produtos em conforme ou não-conforme. Seja *p* a probabilidade de que um produto qualquer seja fabricado conforme, e_1 a probabilidade de que um produto conforme seja classificado como não-conforme em uma única classificação e e_2 a probabilidade de que um produto não-conforme seja classificado como conforme em uma única classificação. A figura 1 mostra uma árvore de eventos para facilitar a visualização destas probabilidades.

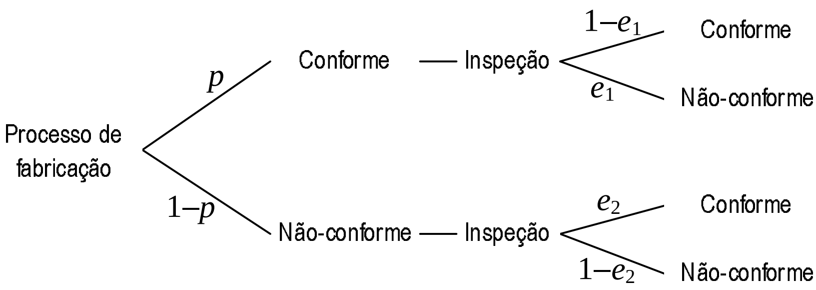

figura 1: árvore de eventos das probabilidades consideradas

Suponha que cada um dos n produtos seja classificado independentemente m vezes. Considere C_{ij} (i=1,...,n; j=1,...,m) como uma variável 0-1, correspondente ao ij-ésimo evento, isto é, a j-ésima classificação do i-ésimo produto; C_i também uma variável 0-1, correspondente à classificação final do i-ésimo produto após as m classificações independentes. Neste sentido, C_{23}=1 significa que a terceira classificação independente do produto 2 foi considerada conforme e C_3=1 significa que o produto 3 foi considerado conforme após as m classificações independentes. Observe a tabela 1 para uma melhor visualização.

Produto	Classificações (C_{ij})					Classificação final (C_i)
	1	2	3	...	m	
1	C_{11}	C_{12}	C_{13}	...	C_{1m}	C_1
2	C_{21}	C_{22}	C_{23}	...	C_{2m}	C_2
3	C_{31}	C_{32}	C_{33}	...	C_{3m}	C_3
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
n	C_{n1}	C_{n2}	C_{n3}	...	C_{nm}	C_n

tabela 1: classificação de ***n*** **produtos,** ***m*** **vezes cada**

Neste ambiente, estaremos considerando que o i-ésimo produto será julgado conforme, C_i=1 , se e somente se $\sum_{j=1}^{m} C_{ij} > a$, i = 1,...,n . Quinino *et al*. (1998) considera o produto conforme se $\sum_{j=1}^{m} C_{ij} > 0{,}5$, i = 1,...,n . Assim, trata-se de um caso particular do modelo que estamos aqui propondo com $a = 0{,}5$.

Os resultados tipo Bernoulli C_i são independentes e identicamente distribuídos. Definindo E_i (i=1,...,n) como uma variável 0-1, correspondente ao estado real de fabricação do i-ésimo produto e utilizando o teorema da probabilidade total podemos expressar Pr[C_i=1] da seguinte forma:

$$\Pr[C_i = 1] = \Pr[E_i = 1]\Pr[C_i = 1/E_i = 1] + \Pr[E_i = 0]\Pr[C_i = 1/E_i = 0]$$
$$= p\left[\sum_{x=0}^{a}\binom{m}{x} e_1^{x}(1-e_1)^{m-x}\right] + (1-p)\left[1 - \sum_{x=0}^{a}\binom{m}{x} e_2^{x}(1-e_2)^{m-x}\right]$$

Utilizando a notação $B[d;e;f]$ para uma função distribuição Binomial, com parâmetros d e e, calculada no ponto f, temos

$$Pr[C_i = 1] = pB[m;e_1;a] + (1-p)(1 - B[m;e_2;a]) \tag{2.1}$$

Em situações reais, é razoável assumir que $e_1 < 0{,}5$ e $e_2 < 0{,}5$. Se adotarmos $a \geq m/2\,(b = 0.5)$, o crescimento de m irá decrescer a probabilidade de julgamentos equivocados sobre a conformidade ou não dos produtos, isto é, com o aumento de m o número de produtos considerados conforme converge para a proporção de produtos conformes fabricados. Neste sentido, para custos de inspeção muito pequenos, recomenda-se realizar o maior número possível de classificações repetidas com $a \geq m/2$. Tudo isto pode ser observado de uma forma um pouco mais geral na proposição 1.

Proposição 1. Com o aumento de m, a proporção de produtos classificados conforme converge para a proporção de produtos fabricados conforme quando $e_1,e_2 < b$. Matematicamente, a expressão (2.2) converge para p, quando $m \to \infty$, $e_1,e_2 < b$.

Prova. A demonstração pode ser realizada através da aproximação da distribuição Binomial pela distribuição Normal. Assim, temos:

$$\lim_{m \to +\infty} \Pr[C_i = 1] = \lim_{m\to\infty}\left\{ p\Phi\left[\frac{\sqrt{m}(b-e_1)}{\sqrt{e_1(1-e_1)}}\right] + (1-p)\left(1 - \Phi\left[\frac{\sqrt{m}(b-e_2)}{\sqrt{e_2(1-e_2)}}\right]\right)\right\}$$
$$= p\Phi[+\infty] + (1-p)(1-\Phi[+\infty]) = p$$

pois $b > e1,e2$ e $\Phi[\cdot]$ indica a função de distribuição da Normal padrão.

3. Modelo para Minimização de Custos

Conforme foi mostrado no tópico anterior, realizar um grande número de classificações repetidas é recomendável desde que a não seja pequeno e o custo de classificação repetida seja pequeno. Esta solução gera problemas de indecisão na prática. Não existe conceito preciso sobre qual deva ser a magnitude do custo de classificação para ser considerado pequeno. O mesmo questionamento ocorre com relação à quantidade de classificações repetidas que pode ser considerado grande. Para evitar estes problemas, torna-se necessário um modelo que indique quais os valores de m e a ideais no sentido econômico.

Consideremos c_0 o custo de classificar um produto uma única vez, c_1 o custo de erroneamente julgar um produto conforme como não-conforme e c_2 o custo de julgar erroneamente um produto não-conforme como conforme. Consideramos $c_0 \leq c_1 \leq c_2$.

Se não houver classificações (m=0), o custo médio total ($E_{m,a}$) será definida como

$$E_{m,a}(p,e_1,e_2) = n(1-p)c_2,\ m{=}0{=}a.$$

(2.3)

Em última análise, estamos considerando que toda a produção é conforme e por conseqüência somente o erro tipo II pode estar presente. O número médio de produtos não-conformes no mercado será $n(1-p)$.

Já para n produtos, cada um classificado $m>0$ vezes, podemos expressar o custo médio total ($E_{m,a}$) como

$$\begin{aligned} E_{m,a}(p,e_1,e_2) &= nmc_0 + n\Pr[E_i{=}1]\Pr[C_i = 0 / E_i = 1]c_1 + n\Pr[E_i{=}0]\Pr[C_i = 1 / E_i = 0]c_2 \\ &= nmc_0 + npB[m;(1\text{-}e_1);a]c_1 + n(1-p)(1-B[m;e_2;a])c_2,\ m \geq 1 \text{ e } 0 \leq a < m. \end{aligned}$$

(2.4)

onde $B[m;(1-e_1);a] = F_1$ representa a probabilidade de considerar erroneamente um produto conforme como não-conforme e $1-B[m;e_2;a] = F_2$ representa a probabilidade de considerar um produto não-conforme como conforme.

O problema que estamos considerando se reduz a determinar os valores de $(m^\circ;a^\circ)$ que satisfaçam a equação (2.5) ou semanticamente, os valores $(m^\circ;a^\circ)$ cujo custo médio total ($E_{m,a}$) seja mínimo, considerando todos os m e a válidos.

$$(m^\circ;a^\circ) = \arg \min_{\substack{m\in Z^+ \\ 0\leq a\leq m}} \{E_{m,a}(p,e_1,e_2)\}$$

(2.5)

A princípio, desejaríamos encontrar uma forma analítica para m que satisfizesse a equação (2.5) e computacionalmente fosse facilmente implementável. Tentamos utilizar diversos procedimentos convencionais de otimização entretanto sem sucesso. Em grande parte a dificuldade acontece devido aos limites do somatório serem discretos e função de m.

Uma solução possível seria escrever F_1 e F_2 como uma função beta incompleta. Tal procedimento provocaria a necessidade de técnicas de cálculo numérico sofisticadas com a conseqüente dificuldade de implementação computacional. Tudo isto nos levou a desenvolver um procedimento exaustivo. Por sua característica intrínseca, os procedimentos exaustivos devem trabalhar juntamente com limitantes, fazendo com que a busca se processe em um intervalo finito de pontos. Assim sendo, nas proposições que seguem, reduziremos o número de candidatos aptos para m° e consequentemente para a° uma vez que $0 \leq a^\circ < m^\circ$.

Para erros de inspeção muito pequenos, o valor de m que minimiza (2.5) será $m = 0$ ou $m = 1$. Embora intuitivamente correto, fornecemos a prova abaixo mostrando a validade de nosso modelo.

Proposição 2. Se os erros de inspeção são muito pequenos, ou seja, $e_1,e_2 \to 0$, $m^\circ = 0$ ou $m^\circ = 1$.

Prova. Para $m = 0$, $E_{0,a}(p,0,0) = n(1-p)c_2$. Para $m \geq 1$, $E_{m,a}(p,0,0) = nmc_0$ pois com $a < m$, $F_1 = 0$ e $F_2 = 1$. Portanto o menor valor de $E_{m,a}(p,e_1,e_2), m \geq 1$ é $E_{1,a}(p,0,0) = nc_0$. Logo, se $E_{0,a}(p,0,0) \leq E_{1,a}(p,0,0)$ então $m^\circ = 0$; caso contrário,

$m^\circ = 1$.

Devemos observar que $E_{m,a}(p,0,0)$ e $E_{m,a}(p,1,1)$ indicam custos associados respectivamente a um sistema classificador sem erros e a um sistema classificador onde se erra sempre. Desta forma podemos interpretá-los respectivamente como limitantes inferior e superior para $E_{m,a}(p,e_1,e_2)$. Para um sistema classificador sem erros, só faz sentido a = 0.

Outro ponto importante a observar é que se o valor $m = 0$ minimiza $E_{m,a}(p,0,0)$, então minimiza também $E_{m,a}(p,e_1,e_2)$. Em conjunto com a proposição 2 significa que se $(1-p)c_2 < c_0$ então $m^\circ = 0$, quando não é viável, considerando o custo médio total, realizar qualquer plano de inspeção.

Proposição 3. Se o valor $m = 0$ minimiza $E_{m,a}(p,0,0)$, então minimiza também $E_{m,a}(p,e_1,e_2)$.

Prova. Para $m \geq 1$, $E_{m,a}(p,e_1,e_2) > E_{m,a}(p,0,0)$, e de $E_{0,a}(p,e_1,e_2) = E_{0,a}(p,0,0)$, resulta que $E_{m,a}(p,e_1,e_2) - E_{0,a}(p,e_1,e_2) > E_{m,\,a}(p,0,0) - E_{0,a}(p,0,0)$; o lado direito é não negativo se o valor 0 minimiza $E_{m,a}(p,0,0)$.

Diversos limitantes são possíveis de serem gerados para (m°, a°), dependendo das hipóteses assumidas com relação ao modelo e seus parâmetros. A proposição 4 abaixo fornece um limitante bastante aberto, no sentido de que nenhuma hipótese foi considerada na sua elaboração.

Proposição 4. Existe um limitante superior para m° dado por:

$$m^\circ \leq \frac{(1-p)c_2}{c_0}. \tag{2.6}$$

Prova. Queremos m° tal que $E_{m^\circ,a^\circ}(p,e_1,e_2) \leq E_{m,a}(p,e_1,e_2)$, $m \geq 0$. Mas $E_{m^\circ,a^\circ}(p,0,0) \leq E_{m^\circ,a^\circ}(p,e_1,e_2)$. Assim, $E_{m^\circ,a^\circ}(p,0,0) \leq E_{0\;,a^\circ}(p,e_1,e_2)$, ou seja $nm^\circ c_0 \leq n(1-p)c_2 \Rightarrow m^\circ \leq (1-p)c_2 / c_0$

4. Aplicação Numérica

O exemplo descrito a seguir foi baseado em Greenberg & Stokes (1995). Considere uma empresa que fabrica 1000 Circuitos Integrados (CI) por dia. Toda a produção é testada e cada CI é classificado como conforme ou não-conforme. Sabe-se, através de experiências práticas, que a classificação de CI pode apresentar erros.

Seja $p = 0{,}92$ a probabilidade de que um CI seja fabricado conforme, $e_1 = 0{,}12$ a probabilidade de que um CI conforme seja classificado como não-conforme em uma única classificação e $e_2 = 0{,}12$ a probabilidade de que um CI não-conforme seja classificado como conforme em uma única classificação.

Os responsáveis pelo setor de planejamento e produção consideram primordial determinar o número ideal de classificações repetidas independentes (m) para os circuitos integrados bem como o valor que define o critério de decisão (a). O objetivo é minimizar o custo médio total da produção diária. Para tanto, consideram c_0 = \$ 1,00, c_1 = \$80,00 e c_2 = \$120,00.

Para o cálculo de $(m^\circ; a^\circ)$ realizamos implementação computacional no *software* estatístico MINITAB. Como $(1-p)c_2 > c_0$ concluímos que o planejamento com inspeção é viável. Assim sendo, a pesquisa procedeu-se para todos os pares $(m;a)$ de tal modo que $m \leq 9$ e $a < m$ como requerido pela proposição 4. O anexo 1 apresenta o programa implementado no software estatístico Minitab para o cálculo de $(a^\circ; m^\circ)$.

A utilização do programa implementado em MINITAB forneceu o m ótimo (m°) igual a 4 e o a ótimo (a°) igual a 1. O custo médio total foi de \$5165,60. Observe que o procedimento tradicional de classificar somente uma única vez produz um custo médio total de \$10984,00, maior inclusive que o valor \$9600,00 referente a não realizar qualquer plano de inspeção. A figura 2 mostra o comportamento de $E_{m,a}(p, e_1, e_2), \mathrm{m} \geq 0, 0 \leq \mathrm{a} \leq \mathrm{m}$. Os números representados ao lado de cada ponto representam os valores de a. Uma descrição completa dos valores pesquisados para $(m;a)$ está representada na tabela 2 contida no anexo 2.

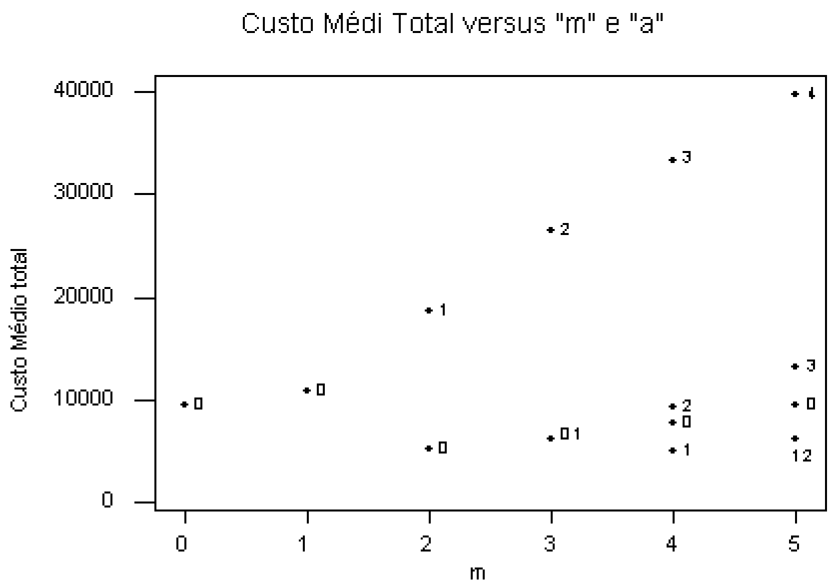

Figura 2: Custo Médio Total versus “m” e “a”

5 - Conclusão e Considerações Finais

Em controle de atributos, os erros de classificação podem causar um significativo impacto nas conclusões sobre a qualidade do processo de produção e consequentemente aumentar o custo médio total de todo o processo. Como forma de minimizar o problema sugerimos realizar, independentemente, mais de uma classificação por produto fabricado considerando como classificação final do produto aquela correspondente à maioria dos resultados obtidos. Tal procedimento mostrou-se capaz de gerar economias sensíveis.

Para tanto, construímos um modelo de minimização dos custos envolvidos. Este mostrou-nos ser bastante adequado. Além de ser interpretável, possibilitou a determinação de um limitante para o valor que minimiza o custo médio total. Constatamos que todo o processo computacional pode ser resolvido através de implementação simples e com isso tornar-se uma alternativa operacional e padronizada para o processo de produção.

Destacamos finalmente que na implementação real não é necessário realizar as m classificações repetidas para se concluir a conformidade ou não de cada um dos produtos. Devemos realizar as classificações repetidas até constatarmos $a + 1$ classificações conformes por produto. Isto gerará uma economia média adicional decorrente da não necessidade das nm classificações.

6. Referências Bibliográficas

BURKE, J. R. *et al.***:** "The effect of inspector errors on the true fraction non-conforming: an industrial experiment", *Quality Engineering*, 7, pp. 543-550, 1995.

GRAMOPADHYE, A. K. *et al.***:** "Compensating for Inspection Errors in Attribute Inspection", *Quality Engineering*, 8(2), p.311-22, 1995-96.

GRREENBERG, B. S. & STOKES, S. L.: "Repetitive testing in the presence of inspection errors", *Technometrics*, 37(1), pp. 102-111, 1995.

CHRISTER, A. H.: "Modeling the Quality of Automatic Quality Checks". *Journal of the Operational Research Society*, 45(7), pp.806-16, 1994.

GABA, A. & WINKLER, R. L.: "Implications of errors in survey data: a bayesian model". *Management Science*, 38(7), pp.913-25, 1992.

KOTZ, S.; JOHNSON, N. L.; KEMP, A. W.: "Univariate discrete distributions". New York. 2nd ed., John Wiley & Sons, Inc., 1992.

KEMP, A. W. & KEMP, C. D.: "A simple inspection scheme for two types of defect". *Journal of the Operational Research Society*, 39(3), pp.311-15, 1988.

JOHNSON, N. L., KOTZ, S.; & WU, X. "Inspection errors for attributes in quality control", London, Chapman &Hall, 1991.

QUININO, R. C. & COLIN, E. C. "Determinação do número de classificações repetidas em testes de atributos com erros". Relatório Técnico do departamento de Engenharia de Produção – USP, 1998.

ANEXO 1

Utilize um editor de texto para escrever os arquivo crcge.mac. Salve-o, em formato ASCII (texto), no diretório MTBWIN. Entre no *software* MINITAB. Execute o comando *%crcge.* Siga as instruções que aparecerem na tela.

LINHAS DE COMANDO	EXPLICAÇÃO
gmacro crcge noecho note Entre, apertando enter apos cada entrada, note o Custo c0,c1,c2,p,(1-e1),(1-e2) e n read 'terminal'c100; nobs 7. end copy c100 k1-k7	ATIVA O MODO DE PROGRAMAÇÃO DE MACROS ENTRADA DOS SEGUINTES VALORES: • C_0 → O CUSTO DE CLASSIFICAR UM PRODUTO UMA ÚNICA VEZ. • C_1 → CUSTO DE ERRONEAMENTE JULGAR UM PRODUTO CONFORME COMO NÃO-CONFORME • C_2 → CUSTO DE JULGAR ERRONEAMENTE UM PRODUTO NÃO-CONFORME COMO CONFORME. • P→PROPORÇÃO DE PRODUTOS FABRICADOS CONFORMES. • $(1-e_1)$ → PROBABILIDADE DE CLASSIFICAR UM PRODUTO CONFORME COMO CONFORME. • $(1-e_2)$ → PROBABILIDADE DE CLASSIFICAR UM PRODUTO NÃO-CONFORME COMO NÃO-CONFORME. N → NÚMERO DE PRODUTOS

let k6=1-k6 let k8=(((1-k4)*k3)/k1)-0.5 round k8 k8 let k13=1 do k9=1:k8 let k14=k9-1 do k10=0:k14 cdf k10 k11; bino k9 k5. cdf k10 k12; bino k9 k6. let k12=1-k12 let c1(k13)=k11 let c2(k13)=k12 let c6(k13)=k9 let c7(k13)=k10 let k13=k13+1 enddo enddo	CALCULA OS VALORES DE $E_{ma}, m \geq 0$.

let c4=k7*c6*k1+k7*k4*c1*k2+k7*(1- k4)*c2*k3 let k11=k7*(1-k4)*k3 stack 0 c6 c6 stack 0 c7 c7 stack k11 c4 c4 sort c6 c5; by c4. sort c7 c8; by c4.	**COLUNAS AUXILIARES PARA** **DETERMINAÇÃO DO VALOR DE** m° **E** a° **E O CUSTO CORRESPONDENTE.**

sort c7 c8; by c4. let k13=c8(1) note O valor de m otimo e: let k12=c5(1) print k12 let k13=k13 note O valor do a otimo e: print k13 note O custo total esperado sera: min c4 endmacro	**DETERMINAÇÃO DO VALOR DE** m° **E** a° **E O CUSTO CORRESPONDENTE.**

ANEXO 2

Valores Pesquisados para Obtenção do Ótimo		
Custo	m	a
9600,0	Sem inspeção	Sem inspeção
10984,0	1	0
5225,6	2	0
18742,4	2	1
6185,0	3	0
6306,7	3	1
26460,2	3	2
7858,2	4	0
5165,6	4	1
9447,8	4	2
33464,4	4	3
9535,6	5	0
6148,5	5	1
6191,3	5	2
13285,4	5	3
39759,2	5	4
11141,9	6	0
7503,9	6	1
6437,7	6	2
7945,0	6	3
17455,6	6	4
45419,9	6	5
12676,7	7	0
8933,1	7	1
7430,9	7	2
7446,7	7	3
10068,7	7	4
21810,3	7	5
50521,5	7	6
14147,5	8	0
10381,3	8	1
8588,5	8	2
8168,2	8	3
8725,3	8	4
12474,7	8	5
26255,5	8	6
55130,9	8	7
15561,8	9	0
11833,1	9	1
9800,0	9	2
9165,5	9	3
9171,5	9	4
10168,3	9	5
15128,0	9	6
30720,6	9	7
59307,2	9	8

Tabela 2: valores pesquisados de “m” e “a”