Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística

MANUAL DO APLICATIVO “EASY SAMPLE SIZE” PARA O CÁLCULO DO TAMANHO DA AMOSTRA

Autores:
Thiago Rezende,
Lucas Emanuel Ferreira Ramos
e Roberto Quinino

Belo Horizonte, 05/08/2019

1. Resultados e Discussão

Todos os cálculos a seguir supõem esquema de coleta dos dados de Amostragem Aleatória Simples com reposição (AASc), distribuição Normal da(s) variável(eis) aleatórias e, no caso de duas amostras, independência entre elas.

1. Intervalo de confiança para uma proporção

A. Bilateral

Um intervalo de confiança bilateral para uma proporção p com nível de confiança de $100(1-\alpha)\%$ é dado pela aproximação normal à distribuição binomial:

$$\left[\hat{p} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\ ;\hat{p} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$$

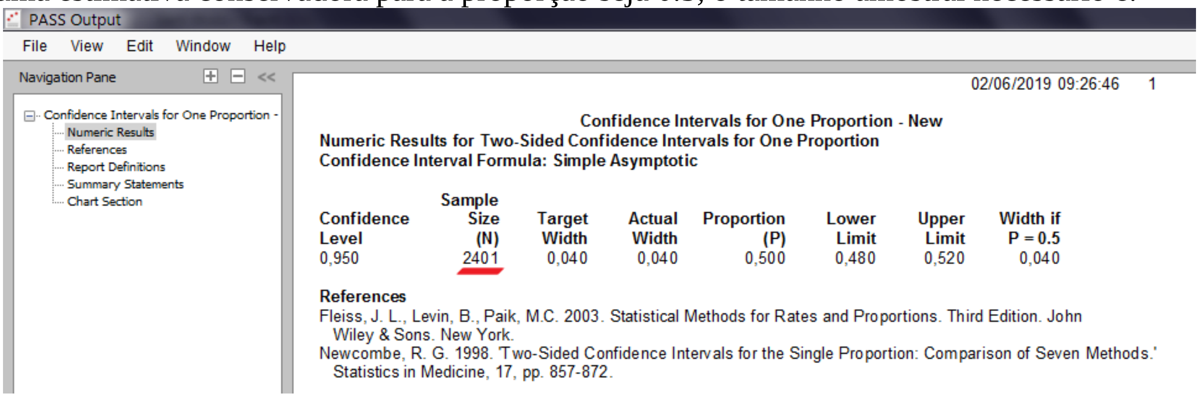
Dessa forma, a margem de erro d do intervalo e o tamanho da amostra n são, respectivamente, dados por:

$$d = z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \rightarrow n = z^2_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{p(1-p)}{d^2} \qquad (1.1)$$

Como p é desconhecido, é necessária uma estimativa para o mesmo. Uma estimativa conservadora é $\hat{p} = \frac{1}{2}$.

- **Exemplo 1.A**

Deseja-se construir um intervalo de 95% de confiança bilateral para a proporção de indivíduos que tem intenção de voto no político X. Supondo que se queira uma margem de erro de 0.02 e uma estimativa conservadora para a proporção seja 0.5, o tamanho amostral necessário é:



PASS Output

File View Edit Window Help

Navigation Pane

Confidence Intervals for One Proportion -
Numeric Results
References
Report Definitions
Summary Statements
Chart Section

02/06/2019 09:26:46 1

Confidence Intervals for One Proportion - New
Numeric Results for Two-Sided Confidence Intervals for One Proportion
Confidence Interval Formula: Simple Asymptotic

Confidence Level	Sample Size (N)	Target Width	Actual Width	Proportion (P)	Lower Limit	Upper Limit	Width if P = 0.5
0,950	2401	0,040	0,040	0,500	0,480	0,520	0,040

References
Fleiss, J. L., Levin, B., Paik, M.C. 2003. Statistical Methods for Rates and Proportions. Third Edition. John Wiley & Sons. New York.
Newcombe, R. G. 1998. 'Two-Sided Confidence Intervals for the Single Proportion: Comparison of Seven Methods.' Statistics in Medicine, 17, pp. 857-872.

Figura 1.A.1: Saída do Software PASS

Figura 1.A.2: Saída do 'Easy Size Project' ShinyApp

B. Unilateral Inferior ou Superior

Para um intervalo unilateral, substitui-se $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ por $z_{1-\alpha}$ na equação *(1.1)*.

- **Exemplo 1.B**

Para construir um intervalo de confiança idêntico ao *Exemplo 1.A*, entretanto, unilateral o tamanho amostral é:

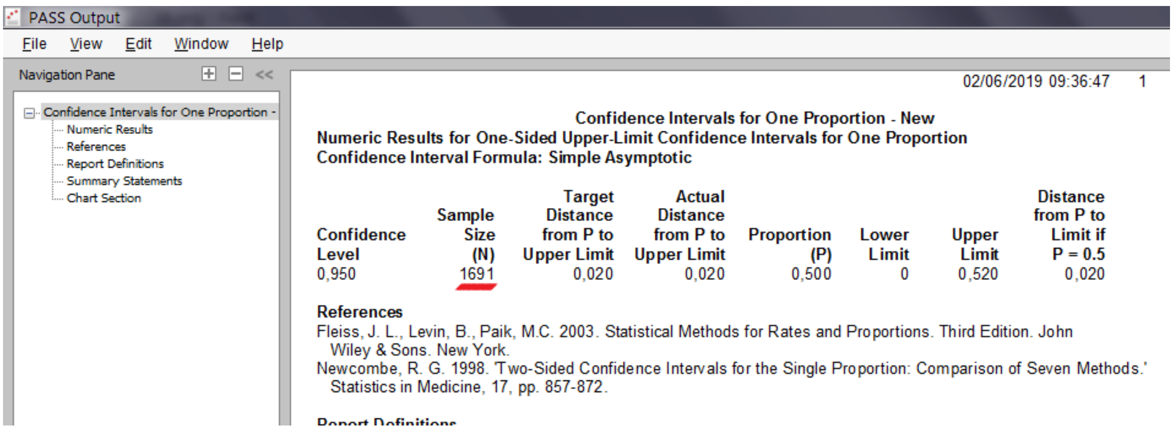


Figura 1.B.1: Saída do Software PASS

Figura 1.B.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

C. Com correção de continuidade

I. Bilateral

A correção de continuidade melhora a aproximação normal ao compensar problemas ao se aproximar uma distribuição discreta por uma contínua. O intervalo de confiança é, então, dado por:

$$\left[\hat{p} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} - \frac{1}{2n}\ ;\ \hat{p} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} + \frac{1}{2n}\right]$$

O tamanho amostral é calculado ao se isolar n na equação:

$$d = z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} + \frac{1}{2n} \qquad (1.2)$$

- **Exemplo 1.C.I**

Exemplo 1.A com correção de continuidade:

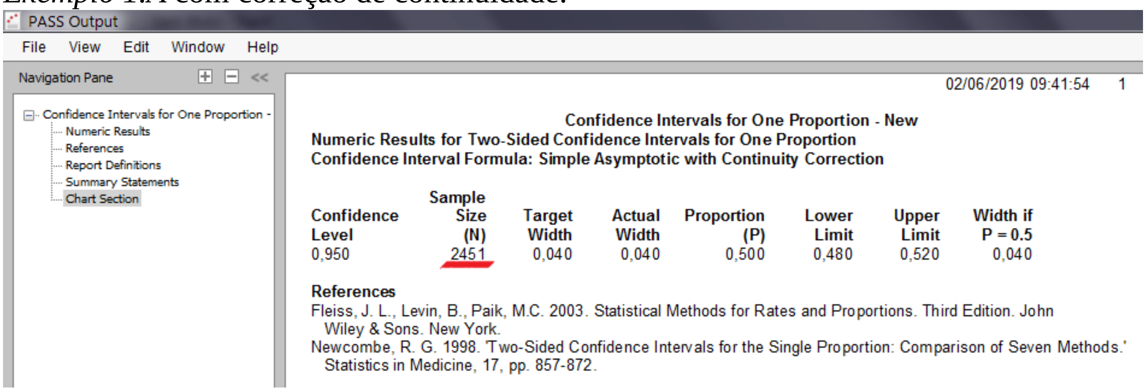


Figura 1.C.I.1: Saída do Software PASS

Figura 1.C.I.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

II. Unilateral Inferior ou Superior

Para um intervalo unilateral, substitui-se $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ por $z_{1-\alpha}$ na equação *(1.2)*.

- **Exemplo 1.C.II**

Exemplo 1.A com correção de continuidade e unilateral:

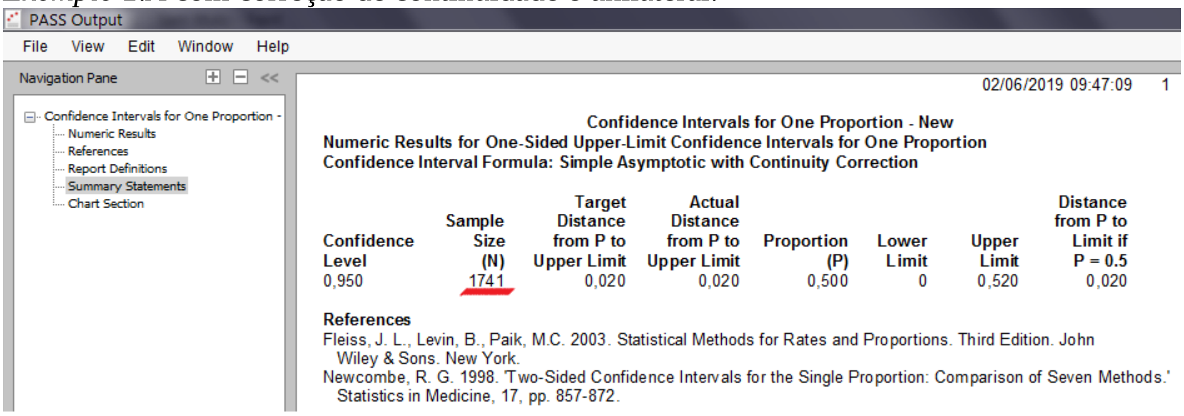


Figura 1.C.II.1: Saída do Software PASS

Figura 1.C.II.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

D. Com correção para população finita

I. Bilateral

Quando a população estudada é finita N, o seguinte ajuste é feito no intervalo de confiança:

$$\left[\hat{p} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)(N-n)}{n(N-1)}}\ ;\hat{p} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)(N-n)}{n(N-1)}}\right]$$

Então o tamanho amostral é calculado ao se isolar n na equação:

$$d = z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)(N-n)}{n(N-1)}} \qquad (1.3)$$

- **Exemplo 1.D.I**

Exemplo 1.A com correção para população finita $N = 150000$:

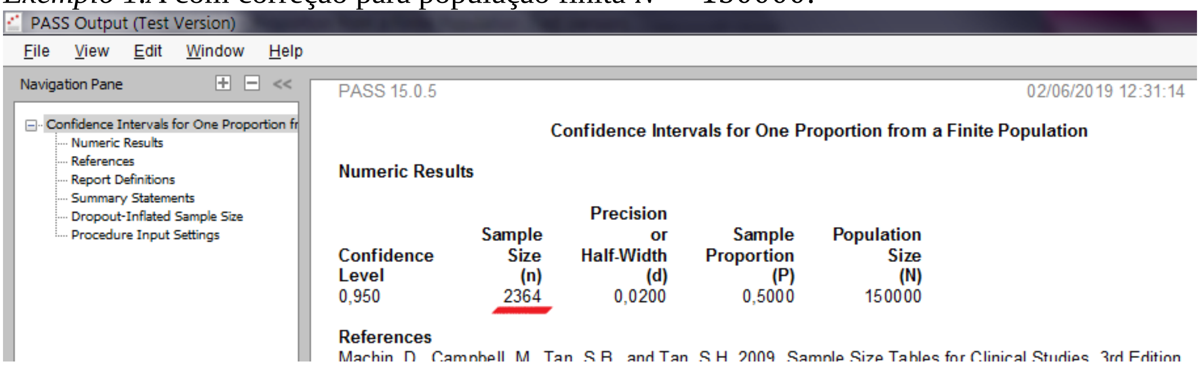


Figura 1.D.I.1: Saída do Software PASS

Figura 1.D.I.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

II. Unilateral Inferior ou Superior

Para um intervalo unilateral, substitui-se $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ por $z_{1-\alpha}$ na equação *(1.3)*.

- **Exemplo 1.D.II**

Exemplo 1.A com correção para população finita $N = 150000$ e unilateral:

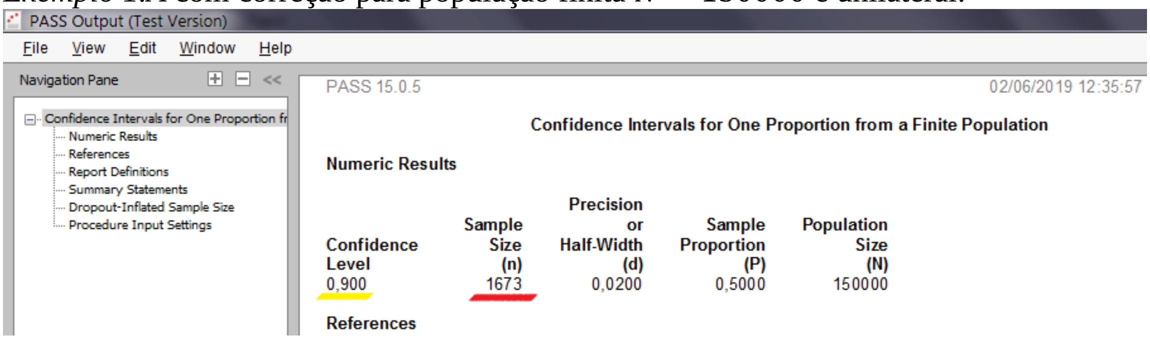


Figura 1.D.II.1: Saída do Software PASS

OBS: Neste caso, um intervalo de confiança bilateral com 90% de confiança é equivalente a um intervalo unilateral com 95% de confiança. Pois a única diferença entre o caso unilateral e bilateral no cálculo amostral é no termo $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ (Bilateral) ou $z_{1-\alpha}$ (Unilateral). Como se deseja um teste unilateral com $\alpha = 0.05$, ou seja, $z_{0.95}$, para adequar o teste bilateral se usa $\alpha = 0.1$ para, assim, obter $z_{1-\frac{0.1}{2}} = z_{0.95}$.

Figura 1.D.II.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

2. Intervalo de confiança para uma média

A. Desvio Padrão conhecido

I. Bilateral

Se X tem distribuição Normal com média μ e desvio padrão conhecido σ, então a média de X dada por $\bar{X} = \sum_{i=1}^{n} x_i$ tem distribuição Normal com média μ e desvio padrão $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Portanto, o intervalo bilateral para a média é dado por:

$$\left[\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ;\ \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

Dado uma margem de erro d, o tamanho amostral é calculado isolando n em:

$$d = z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow n = z_{1-\frac{\alpha}{2}}^{2}\frac{\sigma^2}{d^2} \qquad (2.1)$$

- **Exemplo 2.A.I**

Deseja-se construir um intervalo de 98% de confiança bilateral para a média salarial dos empregados de uma empresa Y (em reais). Supondo que o desvio padrão é conhecido e igual a 200 reais e se quer uma margem de erro de 20 reais, o tamanho amostral necessário é:

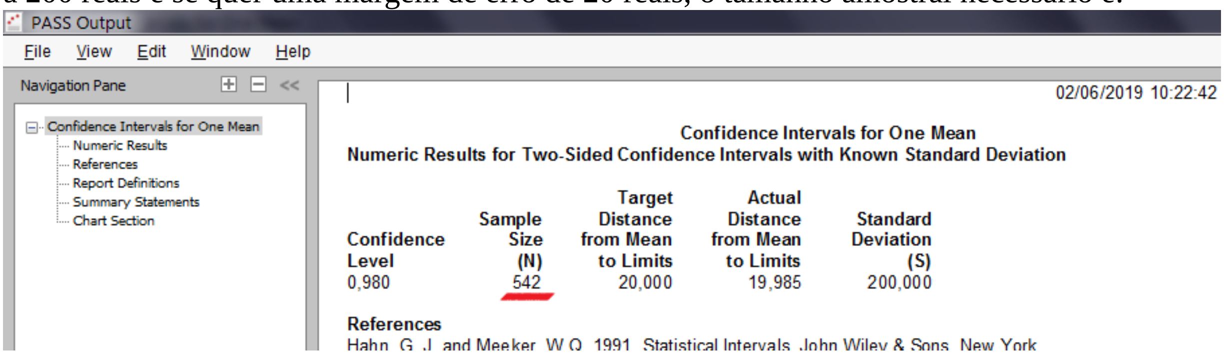


Figura 2.A.I.1: Saída do Software PASS

Figura 2.A.I.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

II. Unilateral Inferior ou Superior

Para um intervalo unilateral, substitui-se $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ por $z_{1-\alpha}$ na equação *(2.1)*.

- **Exemplo 2.A.II**

Exemplo 2.A.I, entretanto, unilateral:

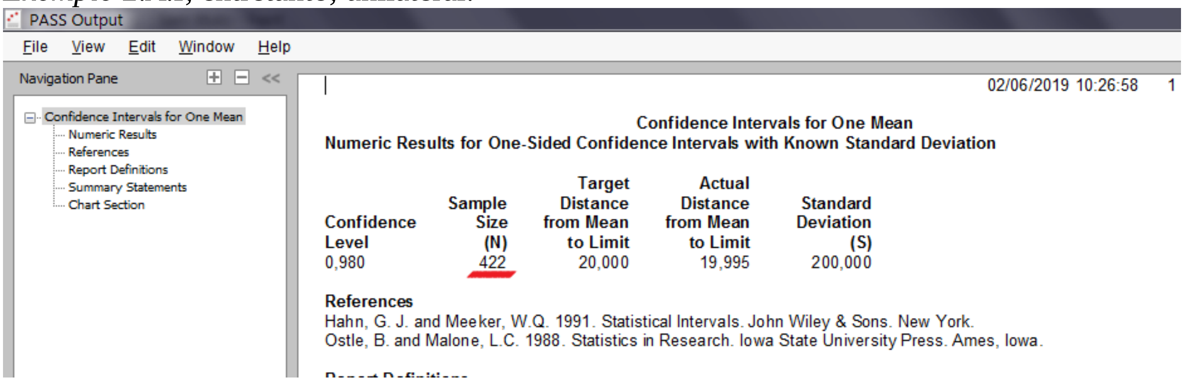


Figura 2.A.II.1: Saída do Software PASS

Figura 2.A.II.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

B. Desvio Padrão desconhecido

I. Bilateral

Se o desvio padrão σ é desconhecido, então a média de $\bar{X}$ tem distribuição *t de student* com $n-1$ graus de liberdade, média μ e desvio padrão $\frac{s}{\sqrt{n}}$. Em que s é o desvio padrão amostral. O intervalo de confiança bilateral é dado por:

$$\left[\bar{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\ ;\ \bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$

E para o tamanho amostral n, resolve-se:

$$d = t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} \qquad (2.2)$$

Como a quantidade $t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}$ depende de n, resolve-se numericamente encontrando o valor de n que é raiz da função:

$$f(n) = t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} - d \qquad (2.3)$$

- **Exemplo 2.B.I**

Exemplo 2.A.I em que a estimativa do desvio padrão é igual a 200:

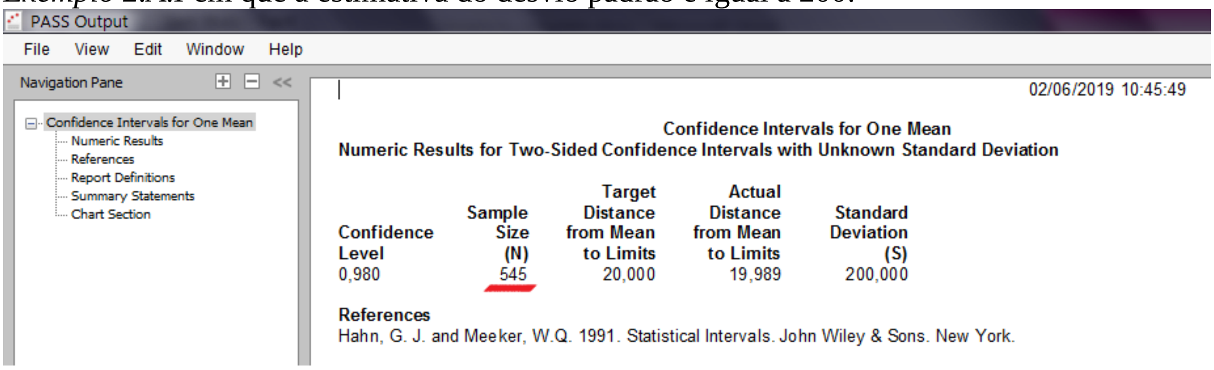


Figura 2.B.I.1: Saída do Software PASS

Figura 2.B.I.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

II. Unilateral Inferior ou Superior

Para um intervalo unilateral, substitui-se $t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}$ por $t_{1-\alpha\,;n-1}$ nas equações *(2.1)* e *(2.3)*.

- **Exemplo 2.B.II**

Exemplo 2.A.I em que a estimativa do desvio padrão é igual a 200 e o intervalo é unilateral:

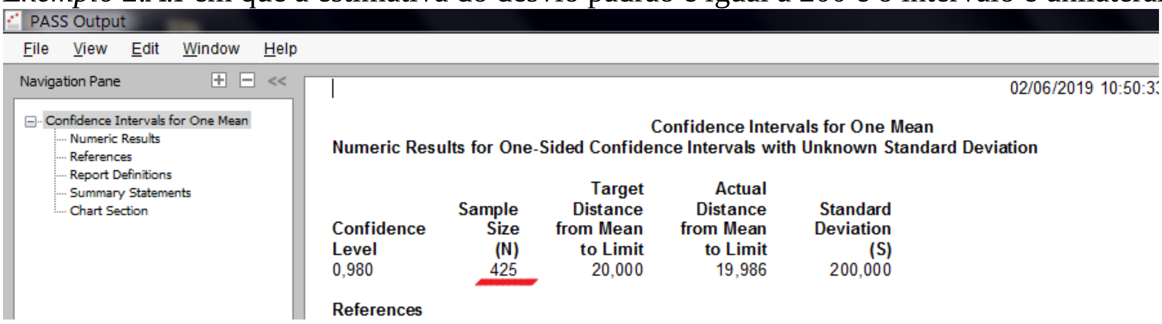


Figura 2.B.II.1: Saída do Software PASS

Figura 2.B.II.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

C. Com correção para população finita

Para corrigir o erro padrão em caso população finita N, basta multiplicá-lo por $\sqrt{\frac{(N-n)}{(N-1)}}$ assim como feito para o cálculo no intervalo de confiança para uma proporção na equação *(1.3)*.

- **Exemplo 2.C**

Exemplo 2.A.I com correção para população finita $N = 2000$:

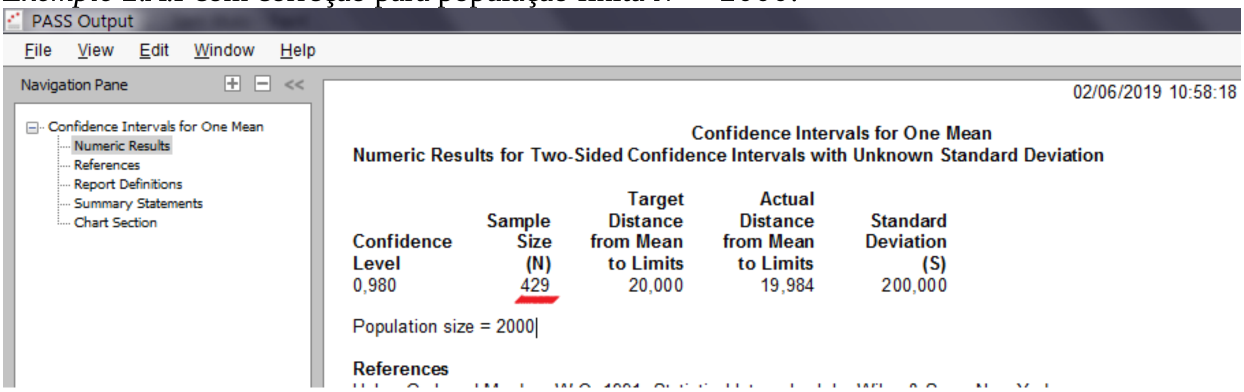


Figura 2.C.1: Saída do Software PASS

Figura 2.C.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

3. Intervalo de confiança para uma variância

Se $X \sim Normal(\mu\,;\,\sigma)$, então a estatística $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$ tem distribuição Qui-Quadrado com $n-1$ graus de liberdade. Um intervalo de confiança bilateral para σ^2 pode ser construído:

$$\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1\,;\,\frac{\alpha}{2}}}\,;\,\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1\,;\,1-\frac{\alpha}{2}}}\right]$$

Dado um comprimento c do intervalo, resolve-se numericamente encontrando a raiz de:

$$f(n) = \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1\,;\,1-\frac{\alpha}{2}}} - \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1\,;\,\frac{\alpha}{2}}} - c \tag{3.1}$$

- **Exemplo 3**

Um pesquisador tem interesse em construir um intervalo de 99% de confiança para a variância do comprimento de uma determinada espécie animal. É desejado um intervalo com amplitude de 5 cm e se obteve, por um teste piloto, uma variância amostral de 10 cm. O número de medidas necessárias é:

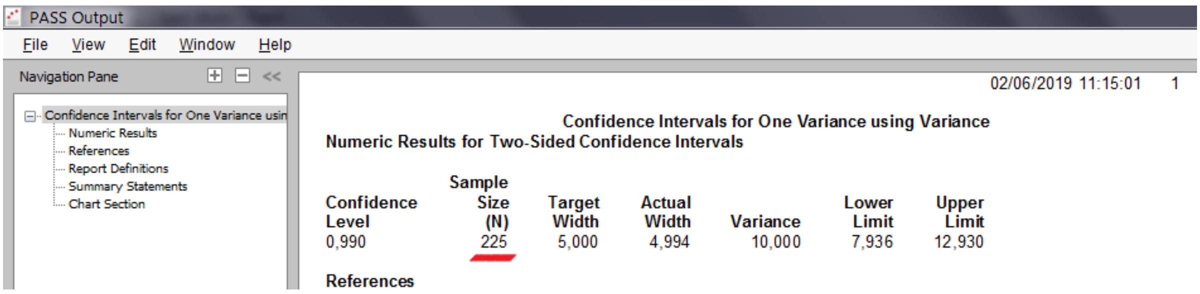


Figura 3.1: Saída do Software PASS

Figura 3.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

4. Teste de Hipóteses para uma proporção

A. Bilateral

Deseja-se testar as hipóteses: $\begin{cases} H_0: p = p_0 \\ H_1: p = p_1 \neq p_0 \end{cases}$. Rejeita-se H_0 se:

$$\left|\frac{(\hat{p} - p_0)\sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1 - p_0)}}\right| \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

Dado o Poder do teste $100(1 - \beta)\%$ que é a probabilidade de se Rejeitar H_0 dado que H_0 é falsa, ou seja, $p = p_1$, é possível mostrar com certa álgebra[31] que:

$$n = \left(\frac{z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{p_0(1 - p_0)} + z_{1-\beta}\sqrt{p_1(1 - p_1)}}{p_0 - p_1}\right)^2 \qquad (4.1)$$

- **Exemplo 4.A**

É de interesse de um pesquisador realizar um teste bilateral para apurar se a proporção de machos de uma espécie é igual a 0.5. Adota-se um nível de 5% de significância e para um poder desejado de 90% investiga-se caso a verdadeira proporção seja 0.4. O tamanho amostral necessário é:

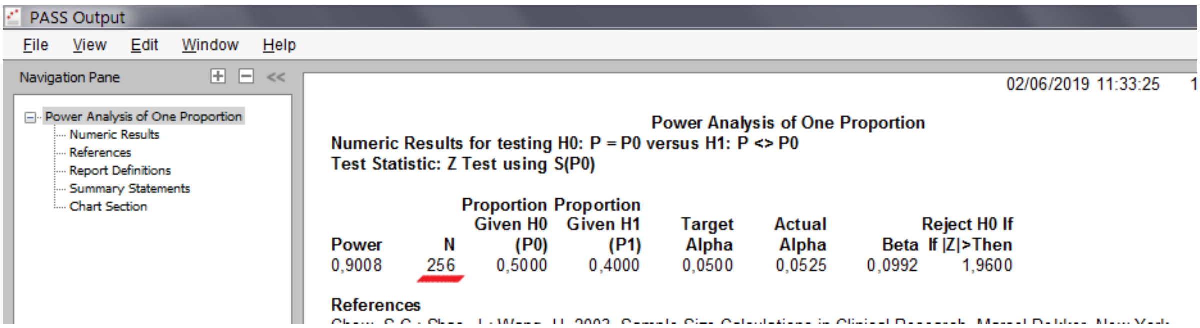


Figura 4.A.1: Saída do Software PASS

Figura 4.A.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

B. Unilateral Inferior ou Superior

Para o teste unilateral, substitui-se $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ por $z_{1-\alpha}$ na equação *(4.1)*.

- **Exemplo 4.B**

Exemplo 4.A em que o teste é unilateral inferior:

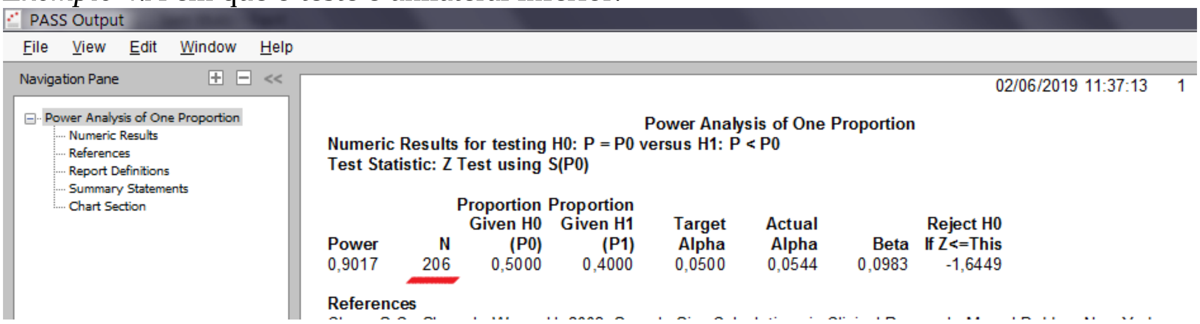


Figura 4.B.1: Saída do Software PASS

Figura 4.B.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

5. Teste de Hipóteses para duas proporções independentes

A. Bilateral

Sejam duas amostras independentes de mesmo tamanho n e com proporções p_1 e p_2. Deseja-se testar as hipóteses: $\begin{cases} H_0: p_1 - p_2 = 0 \\ H_1: p_1 - p_2 \neq 0 \end{cases}$. Rejeita-se H_0 se:

$$\left| \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)\sqrt{n}}{\sqrt{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1) + \hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}} \right| \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

Dado o poder do teste $100(1-\beta)\%$, é possível mostrar com certa álgebra[31] que:

$$n = \left(\frac{z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{(p_1 + p_2)\frac{(1 - p_1 + 1 - p_2)}{2}} + z_{1-\beta} \sqrt{p_1(1-p_1) + p_2(1-p_2)}}{p_1 - p_2} \right)^2 \qquad (5.1)$$

- **Exemplo 5.A**

Deseja-se testar se há diferenças significativas entre as proporções de itens defeituoso produzidos pelo método 1 e pelo método 2. É requerido um teste com poder de 90% e 5% de significância. Sendo que, em um estudo piloto, obtiveram-se estimativas para as proporções de 0.12 e 0.14 respectivamente, o número de observações necessárias é:

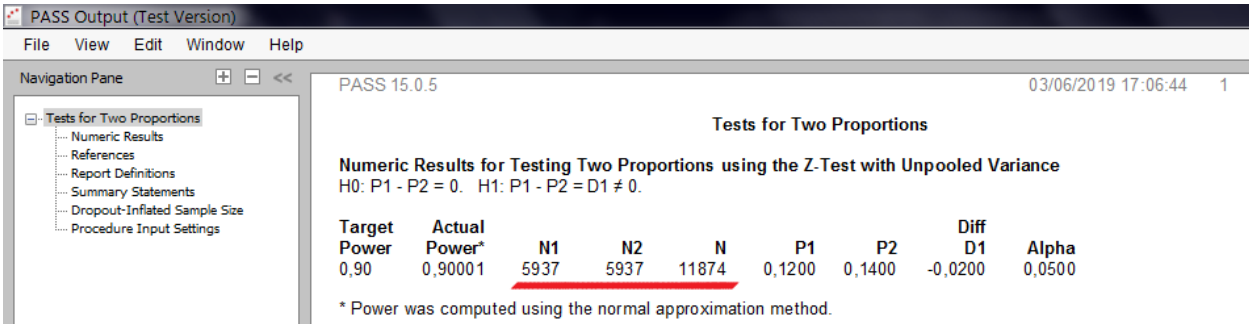


Figura 5.A.1: Saída do Software PASS

Figura 5.A.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

B. Unilateral Inferior ou Superior

Para o teste unilateral, substitui-se $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ por $z_{1-\alpha}$ na equação *(5.1)*.

- **Exemplo 5.B**

Exemplo 5.B em que se deseja realizar um teste unilateral para testar se o método 2 produz maior proporção de itens defeituosos:

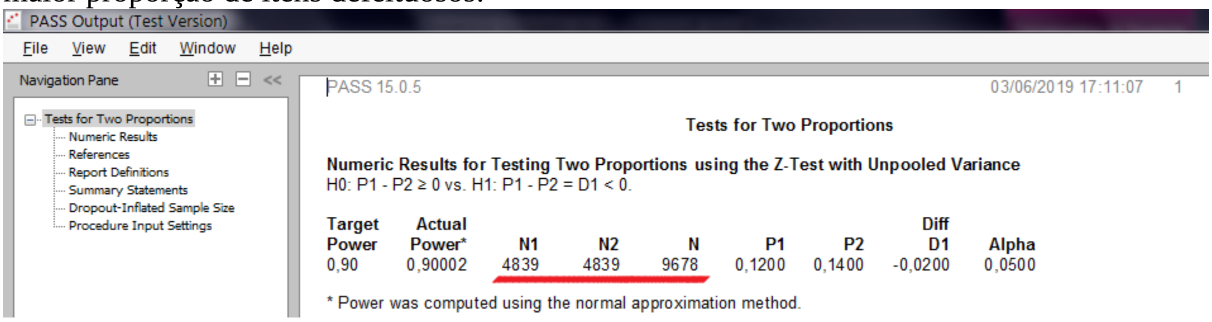


Figura 5.B.1: Saída do Software PASS

Figura 5.B.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

6. Teste de Hipóteses para uma média

A. Desvio Padrão conhecido

I. Bilateral

Deseja-se testar as hipóteses: $\begin{cases} H_0: \mu = \mu_0 \\ H_1: \mu = \mu_1 \neq \mu_0 \end{cases}$. Rejeita-se H_0 se:

$$\left| \frac{(\bar{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{\sigma} \right| \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

Dado poder do teste $100(1-\beta)\%$ e a hipótese alternativa μ_1 mostra-se[31] que:

$$n = \sigma^2 \left(\frac{z_{1-\frac{\alpha}{2}} + z_{1-\beta}}{\mu_0 - \mu_1} \right)^2 \qquad (6.1)$$

- **Exemplo 6.A.I**

Para testar se a nota média final dos alunos do curso de Amostragem é igual a 70 pontos com 5% de significância, poder de 85% sob hipótese alternativa de 65 pontos e desvio padrão conhecido de 8.5 pontos, o tamanho amostral necessário é:

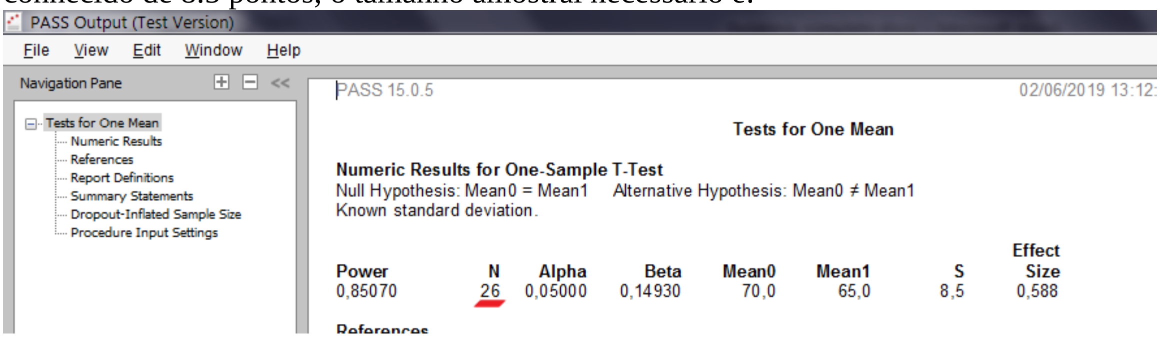


Figura 6.A.I.1: Saída do Software PASS

Figura 6.A.I.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

II. Unilateral Inferior ou Superior

Para o teste unilateral, substitui-se $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ por $z_{1-\alpha}$ na equação *(6.1)*.

- **Exemplo 6.A.II**

Exemplo 6.A.I em que o teste é unilateral com hipótese alternativa para testar se o nota média é menor que 70:

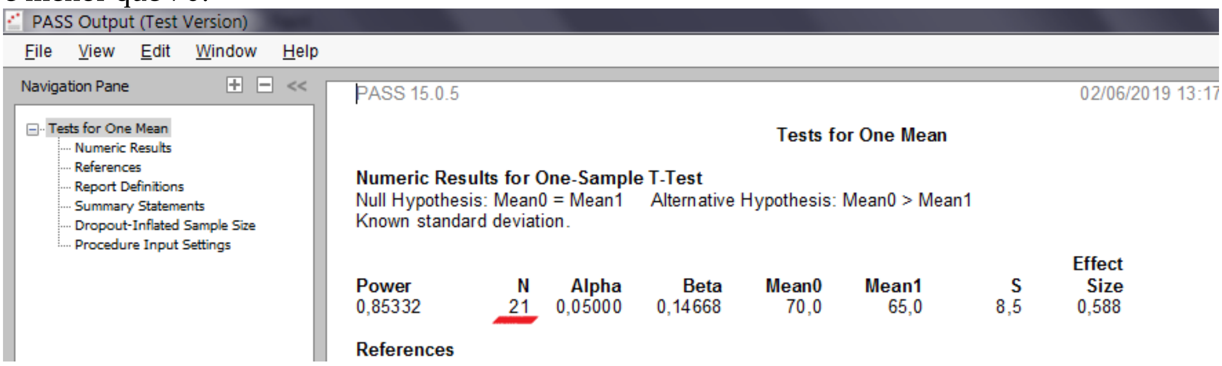


Figura 6.A.II.1: Saída do Software PASS

Figura 6.A.II.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

B. Desvio Padrão desconhecido

I. Bilateral

Estima-se σ^2 por s^2 e usa-se, agora, um teste *t de student* com $n-1$ graus de liberdade. Nesse caso, tem-se:

$$n = s^2 \left(\frac{t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1} + t_{1-\beta\,;n-1}}{\mu_0 - \mu_1} \right)^2 \tag{6.2}$$

Como a quantidade $t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}$ e $t_{1-\beta\,;n-1}$ dependem de n, o tamanho da amostra é calculado numericamente encontrando a raiz da função:

$$f(n) = s^2 \left(\frac{t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1} + t_{1-\beta\,;n-1}}{\mu_0 - \mu_1} \right)^2 - n \tag{6.3}$$

- **Exemplo 6.B.I**

Exemplo 6.A.1 em que a estimativa para o desvio padrão é 9.5 pontos:

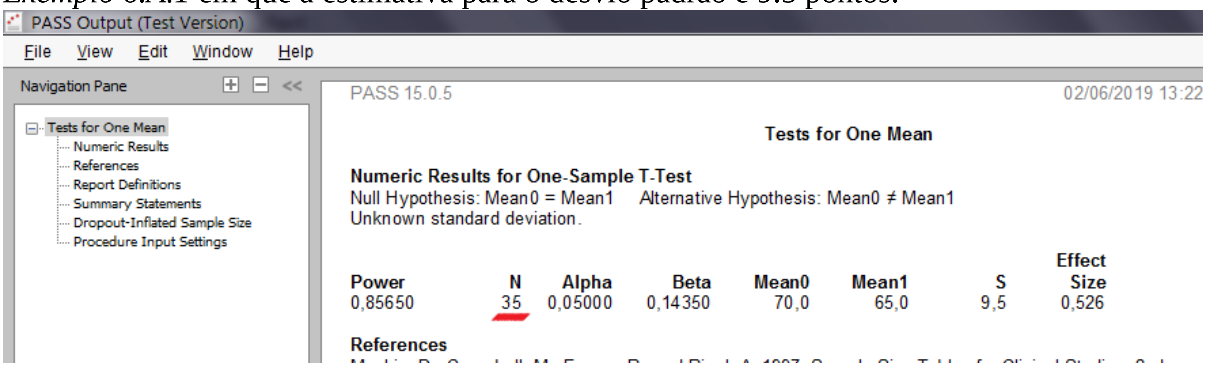


Figura 6.B.I.1: Saída do Software PASS

Figura 6.B.I.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

II. Unilateral Inferior ou Superior

Para o teste unilateral, substitui-se $t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}$ por $t_{1-\alpha\,;n-1}$ nas equações *(6.2)* e *(6.3)*.

- **Exemplo 6.B.II**

Exemplo 6.A.I em que o teste é unilateral com hipótese alternativa para testar se o nota média é menor que 70 e a estimativa do desvio padrão é 9.5 pontos:

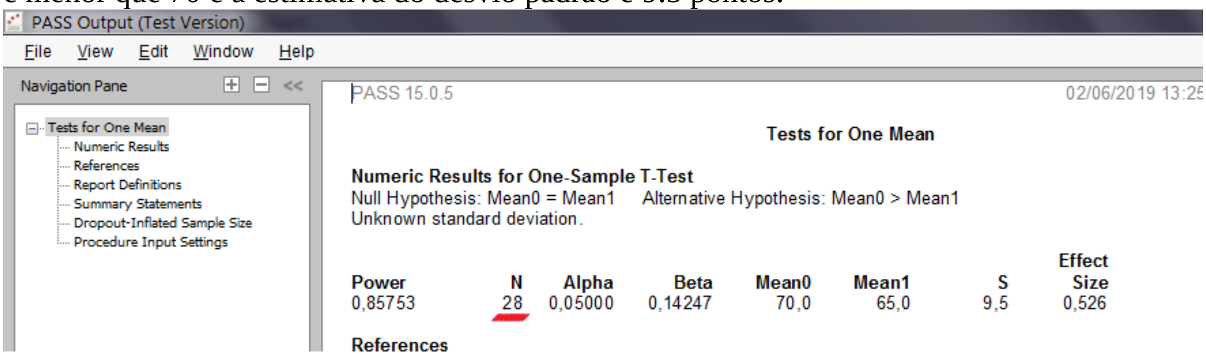


Figura 6.B.II.1: Saída do Software PASS

Figura 6.B.II.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

7. Teste de Hipóteses para duas médias independentes

A. Desvios Padrões conhecidos

I. Bilateral

Sejam duas amostras independentes de mesmo tamanho n, com médias μ_1 e μ_2 e desvios padrões σ_1 e σ_2. Deseja-se testar as hipóteses: $\begin{cases} H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0 \\ H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \end{cases}$. Rejeita-se H_0 se:

$$\left|\frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)\sqrt{n}}{\sigma_1 + \sigma_2}\right| \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

Dado o poder do teste desejado, mostra-se[31] que n é calculado por:

$$n = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)\left(\frac{z_{1-\frac{\alpha}{2}} + z_{1-\beta}}{\mu_1 - \mu_2}\right)^2 \qquad (7.1)$$

- **Exemplo 7.A.I**

É de interesse de um pesquisador testar se o comprimento médio dos machos é igual ao comprimento das fêmeas de uma determinada espécie. Pela literatura ele obteve estimativas para as médias de 12.4 cm e 13.7 cm, respectivamente, e os desvios padrões são conhecidos e iguais a 4 cm e 4.5 cm. Para o teste com 1% de significância ter 90% de poder, é necessário amostras de tamanho:

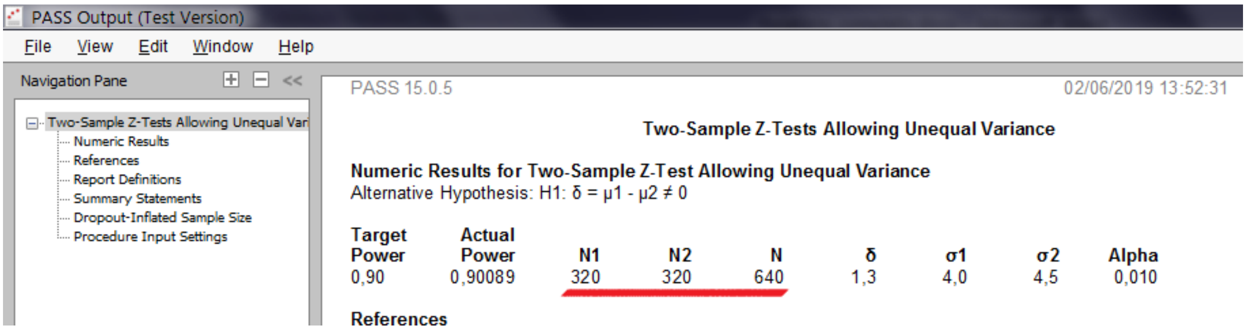


Figura 7.A.I.1: Saída do Software PASS

Figura 7.A.I.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

II. Unilateral Inferior ou Superior

Para o teste unilateral, substitui-se $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ por $z_{1-\alpha}$ na equação *(7.1)*.

- **Exemplo 7.A.II**

Exemplo 7.A.I em que o teste é unilateral com hipótese alternativa para testar se as fêmeas tem, em média, maior comprimento:

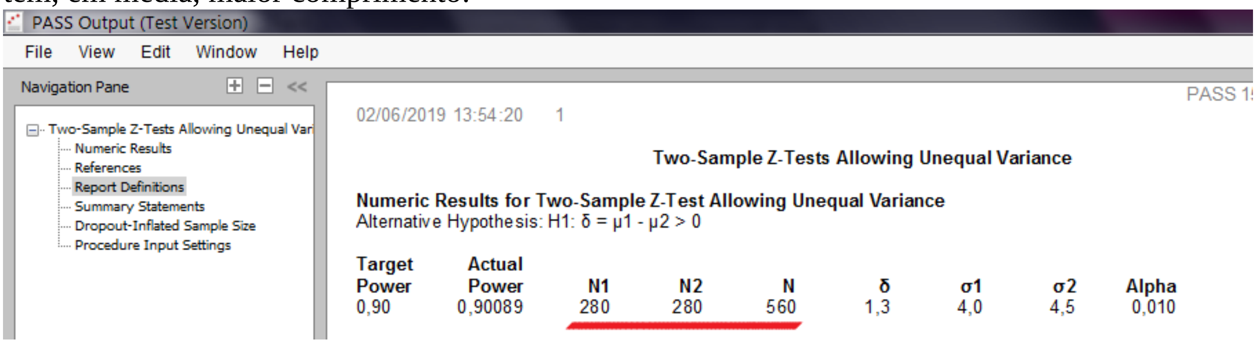


Figura 7.A.II.1: Saída do Software PASS

Figura 7.A.II.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

B. Desvios Padrões desconhecidos e diferentes

I. Bilateral

Sejam σ_1^2 e σ_2^2 desconhecidos e estimados por S_1^2 e S_2^2. Rejeita-se H_0 se:

$$\left|\frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)\sqrt{n}}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}}\right| \geq t_{1-\frac{\alpha}{2};2n-2}$$

Mostra-se que:

$$n = (S_1^2 + S_2^2)\left(\frac{t_{1-\frac{\alpha}{2};2n-2} + t_{1-\beta\,;2n-2}}{\mu_1 - \mu_2}\right)^2 \qquad (7.2)$$

Encontra-se n calculando a raiz de:

$$f(n) = (S_1^2 + S_2^2)\left(\frac{t_{1-\frac{\alpha}{2};2n-2} + t_{1-\beta\,;2n-2}}{\mu_1 - \mu_2}\right)^2 - n \qquad (7.3)$$

- **Exemplo 7.B.I**

Exemplo 7.A.I em que as estimativas dos desvios padrões são 5 cm e 5.5 cm:

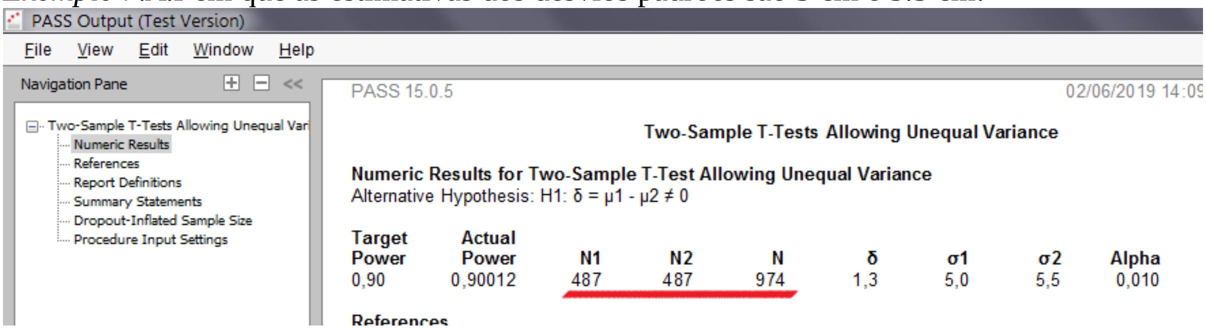


Figura 7.B.I.1: Saída do Software PASS

Figura 7.B.I.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

II. Unilateral Inferior ou Superior

Para o teste unilateral, substitui-se $t_{1-\frac{\alpha}{2};2n-2}$ por $t_{1-\alpha\,;2n-2}$ nas equações *(7.2)* e *(7.3)*.

- **Exemplo 7.B.II**

Exemplo 7.A.I em que as estimativas dos desvios padrões são 5 cm e 5.5 cm e o teste é unilateral com hipótese alternativa para testar se as fêmeas tem, em média, maior comprimento:

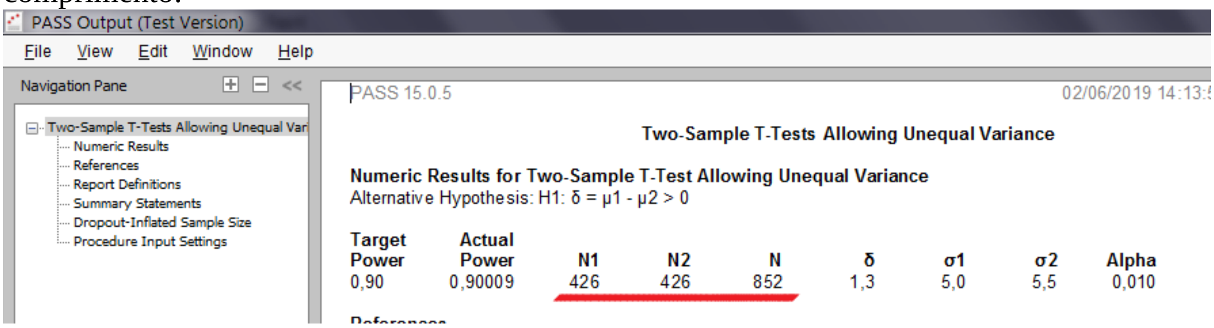


Figura 7.B.II.1: Saída do Software PASS

Figura 7.B.II.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

8. Teste para correlação linear

A. Bilateral

Supondo que os pares de observações provêm de uma distribuição Normal Bivariada, o interesse é testar as hipóteses: $\begin{cases} H_0: \rho = 0 \\ H_1: \rho = \rho_1 \neq 0 \end{cases}$. Rejeita-se H_0 se:

$$f(r)\sqrt{n-3} = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+r}{1-r}\right)\sqrt{n-3} \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

Dado o poder do teste desejado, a partir de manipulações algébricas, mostra-se[31] que:

$$n = 4\left(\frac{z_{1-\frac{\alpha}{2}} + z_{1-\beta}}{ln(1+\rho_1) - ln(1-\rho_1)}\right)^2 + 3 \qquad (8.1)$$

- **Exemplo 8.A**

É de interesse, em uma pesquisa, testar se a correlação linear entre comprimento e peso de cães da raça *Dachshund* é significativa. Para o teste ter poder de 80% sob hipótese alternativa de $\rho = 0.3$ e significância de 5% o número de par de medidas necessário é:

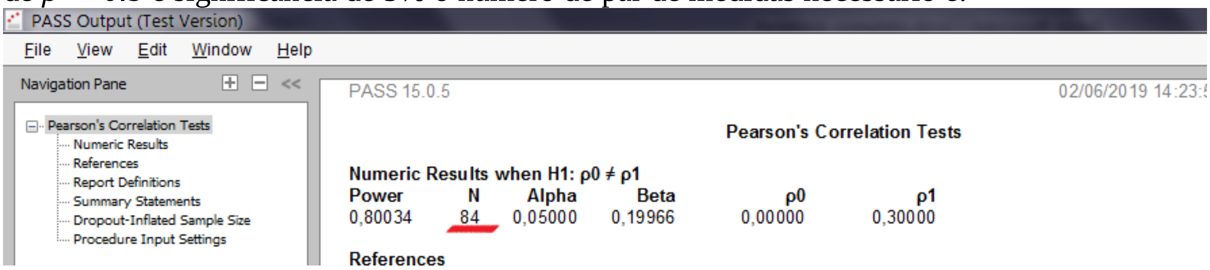


Figura 8.A.1: Saída do Software PASS

Figura 8.A.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

B. Unilateral Inferior ou Superior

Para o teste unilateral, substitui-se $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ por $z_{1-\alpha}$ na equação *(8.1)*.

- **Exemplo 8.B**

Exemplo 8.A em que o teste é unilateral superior:

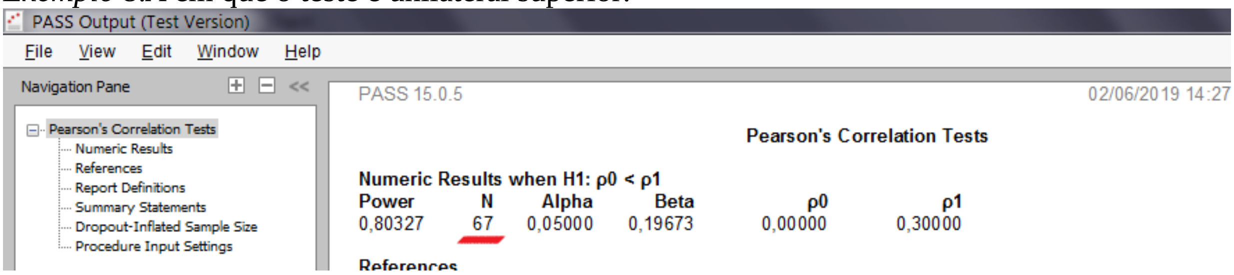


Figura 8.B.1: Saída do Software PASS

Figura 8.B.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

9. Teste de não-inferioridade ou superioridade para duas médias independentes

A. Desvios Padrões conhecidos

Dadas duas amostras de tamanhos iguais n e independentes: $Tratamento(T)$ e $Referência(R)$; com médias μ_T e μ_R e variâncias σ_T^2 e σ_R^2. Os testes de não-inferioridade e superioridade são definidos a partir de uma diferença clinicamente importante ε como:

Não-Inferioridade: $\begin{cases} H_0: \mu_T - \mu_R \leq \varepsilon < 0 \\ H_1: \mu_T - \mu_R > \varepsilon < 0 \end{cases}$ e Superioridade: $\begin{cases} H_0: \mu_T - \mu_R \leq \varepsilon > 0 \\ H_1: \mu_T - \mu_R > \varepsilon > 0 \end{cases}$.

Rejeita-se H_0 se:

$$\left|\frac{(\bar{x}_T - \bar{x}_R - \varepsilon)\sqrt{n}}{\sigma_T^2 + \sigma_R^2}\right| \geq z_{1-\alpha}$$

Dado o poder do teste desejado, é possível mostrar[30] que:

$$n = (\sigma_T^2 + \sigma_R^2)\left(\frac{z_{1-\alpha} + z_{1-\beta}}{(\bar{x}_T - \bar{x}_R - \varepsilon)}\right)^2 \tag{9.1}$$

- **Exemplo 9.A – Não-Inferioridade**

Em um estudo, é de interesse testar se a média da nota do ENEM 2018 dos homens (Tratamento) é não-inferior a das mulheres (Referência) a partir de uma diferença clinicamente importante de $\varepsilon = -50$ pontos. Sejam os desvios padrões conhecidos e iguais a 100 pontos (homens) e 90 pontos (mulheres) e uma estimativa para as médias, obtidas pelas notas do ENEM 2017, de 510 pontos (homens) e 550 pontos (mulheres). Para um teste com poder de 90% e significância de 5%, o número de pares de notas necessário é:

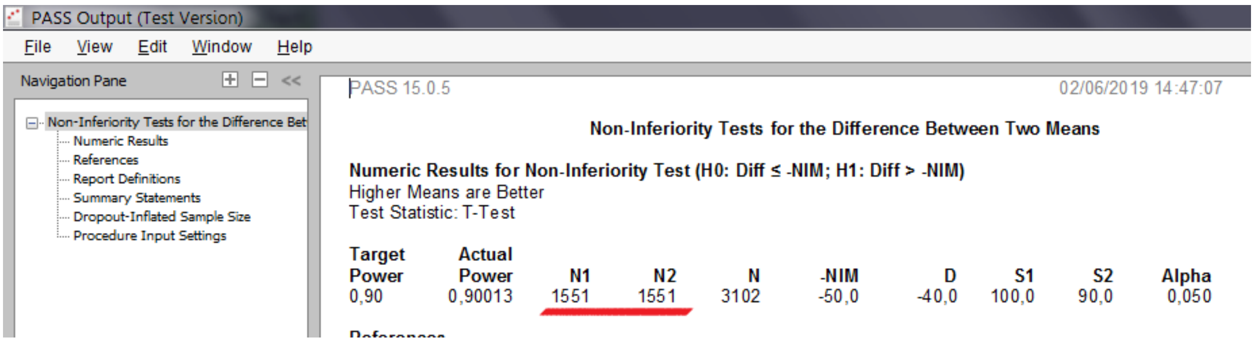


Figura 9.A.1: Saída do Software PASS

Figura 9.A.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

B. Desvios Padrões desconhecidos e diferentes

Rejeita-se H_0 se:

$$\left|\frac{(\bar{x}_T - \bar{x}_R - \varepsilon)\sqrt{n}}{s_T^2 + s_R^2}\right| \geq t_{1-\alpha\,;n-1}$$

Dado o poder do teste desejado, é possível mostrar que:

$$n = (s_T^2 + s_R^2)\left(\frac{t_{1-\alpha\,;n-1} + t_{1-\beta\,;n-1}}{(\bar{x}_T - \bar{x}_R - \varepsilon)}\right)^2 \qquad (9.2)$$

- **Exemplo 9.B – Superioridade**

Similarmente ao *Exemplo 9.A*, mas agora deseja-se testar se a nota média das mulheres (Tratamento) é superior que a dos homens (Referência). Sendo que se observou uma diferença de 60 pontos a mais na média das mulheres e estimativas dos desvios padrões são 110 pontos (homens) e 95 pontos (mulheres), o tamanho amostral necessário é:

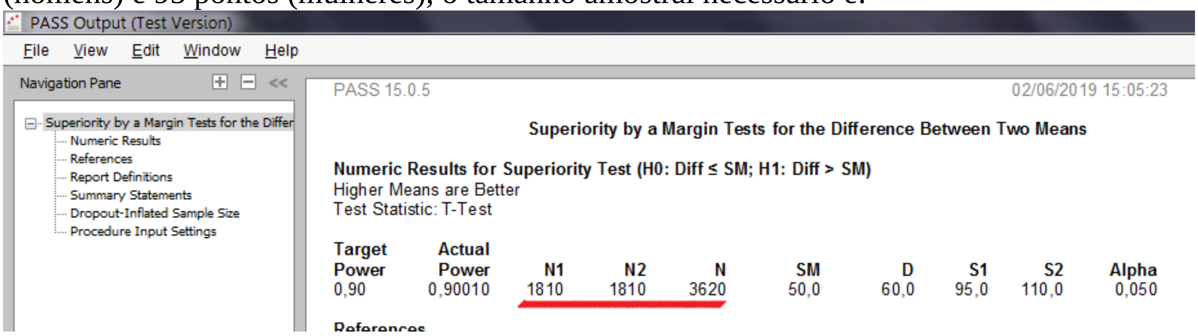


Figura 9.B.1: Saída do Software PASS

Figura 9.B.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

C. Com correção para população finita

Se a população é finita N, para corrigir o tamanho amostral n calculado em *(9.1)* ou *(9.2)* basta obter o tamanho ajustado n' por:

$$n' = \frac{(N * n)}{(N + n)}$$

10. Teste de equivalência para duas médias independentes

A. Desvios Padrões conhecidos

O teste de equivalência é definido a partir de uma diferença clinicamente importante ε para testar as hipóteses: $\begin{cases} H_0: |\mu_T - \mu_R| \geq \varepsilon \\ H_1: |\mu_T - \mu_R| < \varepsilon \end{cases}$

Rejeita-se H_0 se:

$$\left| \frac{(|\bar{x}_T - \bar{x}_R| - \varepsilon)\sqrt{n}}{\sigma_T^2 + \sigma_R^2} \right| \geq z_{1-\alpha}$$

Dado o poder do teste desejado, é possível mostrar[30] que:

$$n = (\sigma_T^2 + \sigma_R^2)\left(\frac{z_{1-\alpha} + z_{1-\beta}}{(\varepsilon - |\bar{x}_T - \bar{x}_R|)}\right)^2 \qquad (10.1)$$

- **Exemplo 10.A**

Deseja-se testar se o tempo médio de duração (em horas) de duas lâmpadas é equivalente a partir de uma diferença clinicamente importante de $\varepsilon = 110$ horas. Foi observado, em uma amostra piloto, diferença entre as médias de 100 horas. Os desvios padrões são conhecidos e são 80 horas (T) e 90 horas (R). É desejável um poder do teste de 90% e significância de 5%. O cálculo amostral é:

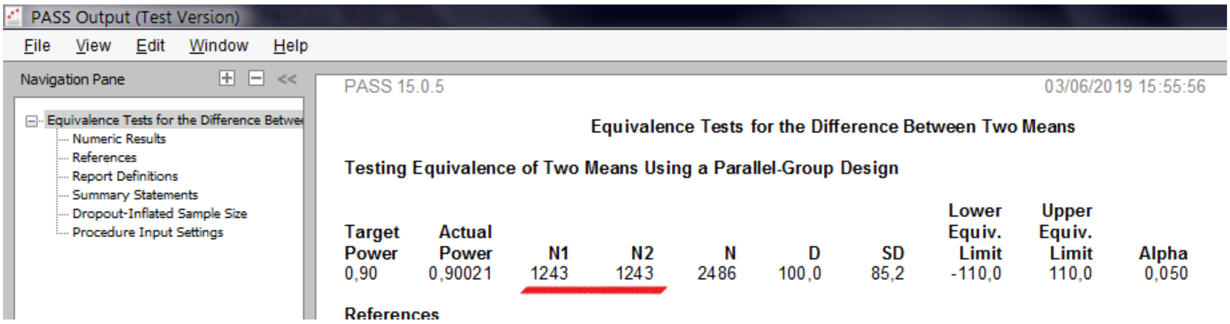


Figura 10.A.1: Saída do Software PASS

OBS: O software PASS utiliza uma variância combinada S_D^2, sendo:

$$S_D = \sqrt{\frac{S_1^2 + S_2^2}{2}}$$

Figura 10.A.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

B. Desvios Padrões desconhecidos e diferentes

Rejeita-se H_0 se:

$$\left| \frac{(|\bar{x}_T - \bar{x}_R| - \varepsilon)\sqrt{n}}{s_T^2 + s_R^2} \right| \geq t_{1-\alpha\,;n-1}$$

Dado o poder do teste desejado, é possível mostrar que:

$$n = (s_T^2 + s_R^2)\left(\frac{t_{1-\frac{\alpha}{2}\,;n-1} + t_{1-\beta\,;n-1}}{(\varepsilon - |\bar{x}_T - \bar{x}_R|)}\right)^2 \qquad (10.2)$$

C. Com correção para população finita

Se a população é finita N, para corrigir o tamanho amostral n calculado em *(10.1)* ou *(10.2)* basta obter o tamanho ajustado n' por:

$$n' = \frac{(N * n)}{(N + n)}$$

11. Teste de não-inferioridade ou superioridade para duas proporções independentes

A. Desvios Padrões desconhecidos e diferentes

Supondo amostras grandes de tamanhos iguais n e sejam as hipóteses testadas de Não-Inferioridade: $\begin{cases} H_0: P_T - P_R \leq \varepsilon < 0 \\ H_1: P_T - P_R > \varepsilon < 0 \end{cases}$ ou Superioridade: $\begin{cases} H_0: P_T - P_R \leq \varepsilon > 0 \\ H_1: P_T - P_R > \varepsilon > 0 \end{cases}$. Rejeita-se H_0 se:

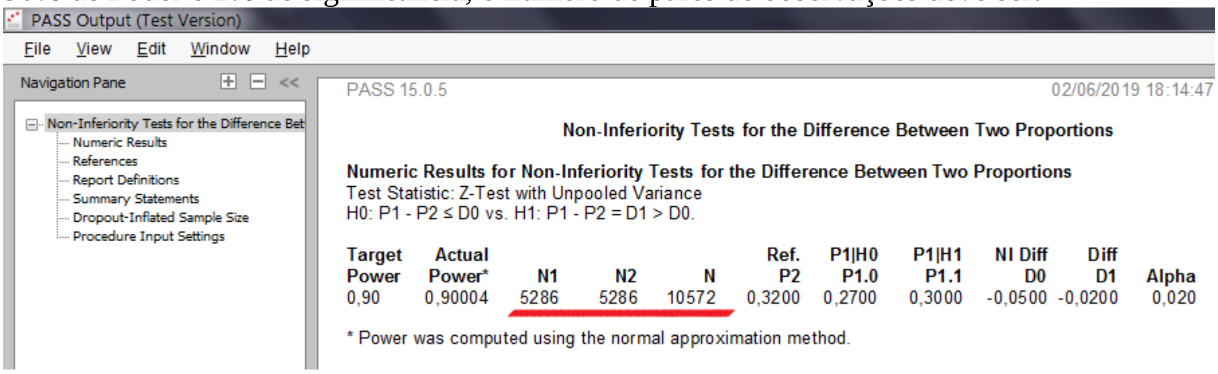
$$\left| \frac{(\hat{p}_T - \hat{p}_R - \varepsilon)\sqrt{n}}{\hat{p}_T(1 - \hat{p}_T) + \hat{p}_R(1 - \hat{p}_R)} \right| \geq z_{1-\alpha}$$

Dado o poder do teste desejado, é possível mostrar[30] que:

$$n = (\hat{p}_T(1 - \hat{p}_T) + \hat{p}_R(1 - \hat{p}_R)) \left(\frac{z_{1-\alpha} + z_{1-\beta}}{(\bar{x}_T - \bar{x}_R - \varepsilon)} \right)^2 \qquad (11.1)$$

- **Exemplo 11.A.I – Não-Inferioridade**

É de interesse testar se a proporção de torcedores do time A (Tratamento) é não-inferior a de torcedores do time B (Referência) dada uma diferença clinicamente significante de $\varepsilon = -0.05$. Sejam as estimativas das proporções 0.3 (Time A) e 0.32 (Time B). Para um teste com 90% de Poder e 2% de significância, o número de pares de observações deve ser:



Target Power	Actual Power*	N1	N2	N	Ref. P2	P1|H0 P1.0	P1|H1 P1.1	NI Diff D0	Diff D1	Alpha
0,90	0,90004	5286	5286	10572	0,3200	0,2700	0,3000	-0,0500	-0,0200	0,020

Figura 11.A.I.1: Saída do Software PASS

OBS: . $P2 = Prop(R)$; $P1|H0(P1.0) = Prop(R) + \varepsilon$; $P1|H1(P1.1) = Prop(T)$; $NI\ Diff(D0) = \varepsilon$; $Diff(D1) = Prop(T) - Prop(R)$.

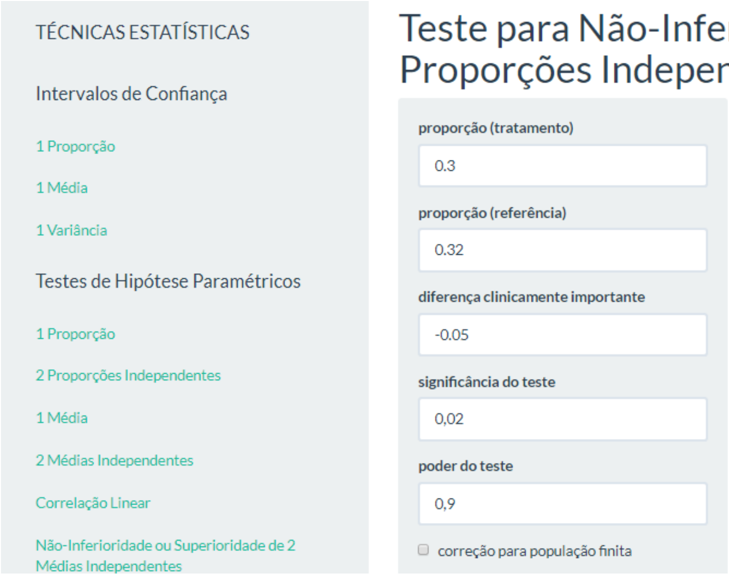


Figura 11.A.I.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

- **Exemplo 11.A.II – Superioridade**

Deseja-se testar se a proporção de pacientes do grupo Tratamento que tiveram melhoras na saúde é superior à mesma proporção do grupo Controle. Dadas as estimativas das respectivas proporções: 0.33 e 0.32 e tomando uma diferença clinicamente importante de $\varepsilon = 0.05$, para um teste com poder de 90% e 5% de significância o número de pares de observações necessário é:

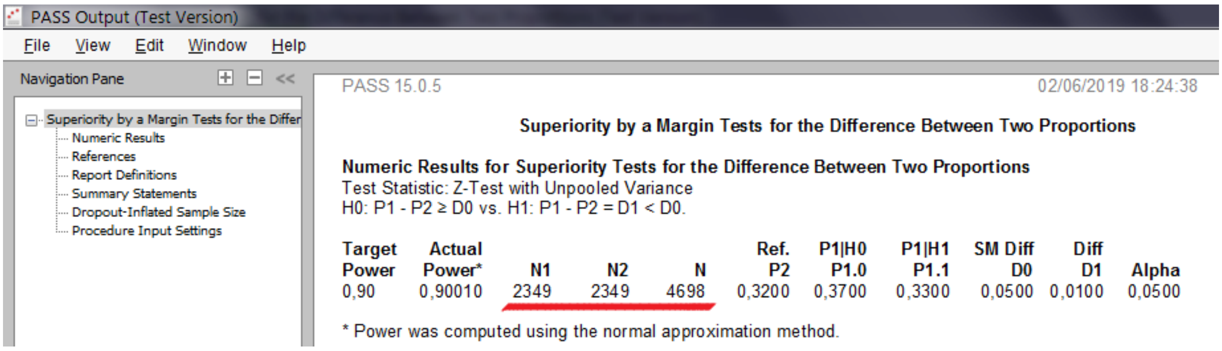


Figura 11.A.II.1: Saída do Software PASS

OBS: . $P2 = Prop(R)$; $P1|H0(P1.0) = Prop(R) + \varepsilon$; $P1|H1(P1.1) = Prop(T)$; $NI\ Diff(D0) = \varepsilon$; $Diff(D1) = Prop(T) - Prop(R)$.

Figura 11.A.II.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

B. Com correção para população finita

Se a população é finita N, para corrigir o tamanho amostral n calculado em *(11.1)* basta obter o tamanho ajustado n' por:

$$n' = \frac{(N * n)}{(N + n)}$$

12. Teste de equivalência para duas proporções independentes

A. Desvios Padrões desconhecidos e diferentes

Supondo amostras grandes de tamanhos iguais n, o teste de equivalência é definido a partir de uma diferença clinicamente importante ε para testar as hipóteses: $\begin{cases} H_0: |P_T - P_R| \geq \varepsilon \\ H_1: |P_T - P_R| < \varepsilon \end{cases}$. Rejeita-se H_0 se:

$$\left| \frac{(|\hat{p}_T - \hat{p}_R| - \varepsilon)\sqrt{n}}{\hat{p}_T(1 - \hat{p}_T) + \hat{p}_R(1 - \hat{p}_R)} \right| \geq z_{1-\alpha}$$

Dado o poder do teste desejado, é possível mostrar[31] que:

$$n = (\hat{p}_T(1 - \hat{p}_T) + \hat{p}_R(1 - \hat{p}_R))\left(\frac{z_{1-\alpha} + z_{1-\beta}}{(\varepsilon - |\bar{p}_T - \bar{p}_R|)}\right)^2 \qquad (12.1)$$

- **Exemplo 12.A**

Um medicamento padrão tem taxa de cura de 60% (Referência). Deseja-se testar se um novo tratamento (Tratamento) tem taxa de cura equivalente ao padrão, em que é adotada uma margem de equivalência de 30% (ε). Em um experimento observou-se taxa de cura do novo tratamento de 50%. Qual o tamanho amostral para realizar um teste com 90% de poder e 5% de significância para testar a equivalência da proporção de cura entre os dois tratamentos?

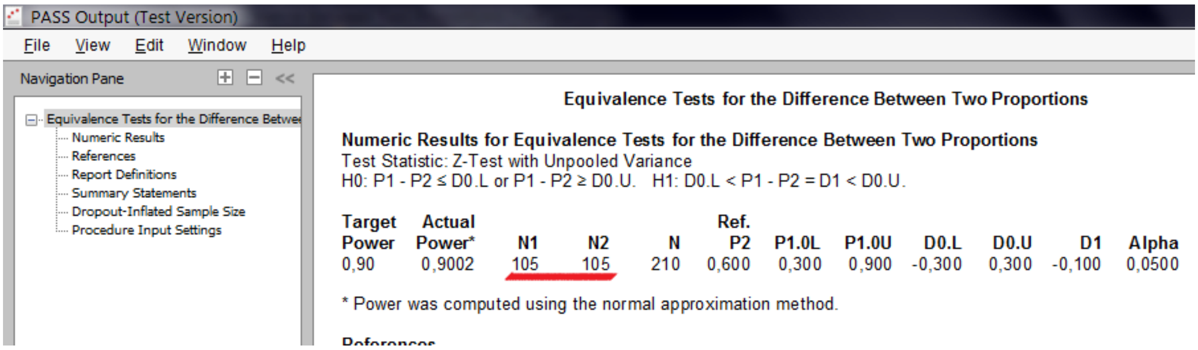


Figura 12.A.1: Saída do Software PASS

OBS: . $P2 = Prop(R)$; $P1.0L = Prop(R) - \varepsilon$; $P1.0U = Prop(R) + \varepsilon$; $D0.L = -|\varepsilon|$; $D0.U = |\varepsilon|$; $D1 = Prop(T) - Prop(R)$.

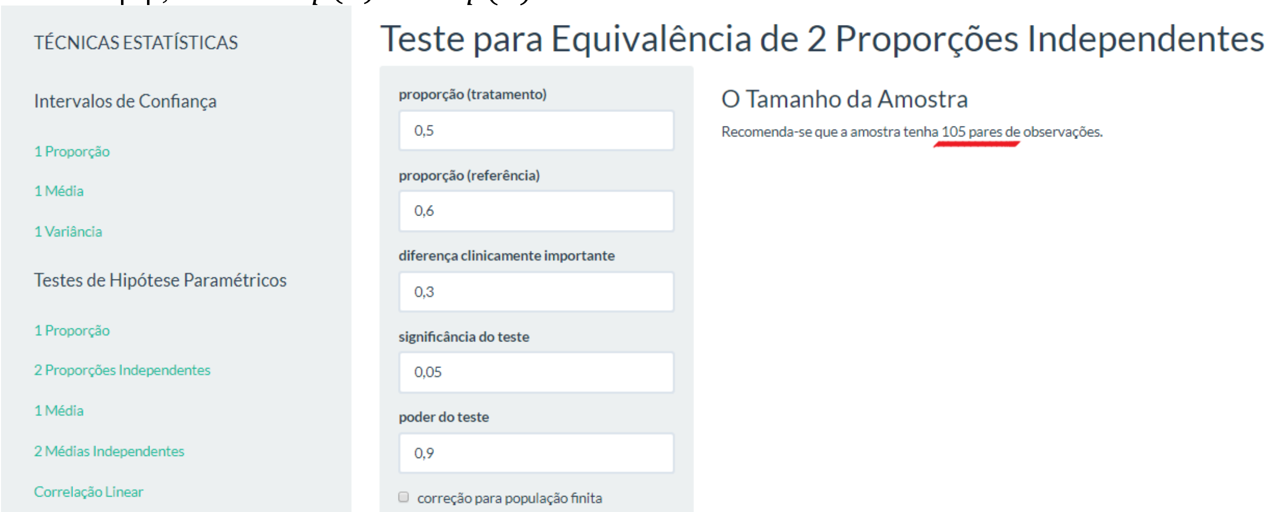


Figura 12.A.2: Saída do 'Easy Sample Size Project' ShinyApp

B. Com correção para população finita

Se a população é finita N, para corrigir o tamanho amostral n calculado em *(12.1)* basta obter o tamanho ajustado n' por:

$$n' = \frac{(N * n)}{(N + n)}$$

2. Referências

[1] NCSS - STATISTICAL SOFTWARE. **PASS**. Disponível em: <https://www.ncss.com/software/pass/> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[2] STATSOLS. **nQuery**. Disponível em: <https://www.statsols.com/nquery> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[3] MINITAB. **Minitab**. Disponível em: <http://www.minitab.com/pt-br/> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[4] SAS INSTITUTE INC. **SAS**. Disponível em: <https://www.sas.com/pt_br/home.html> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[5] IBM. **SPSS**. Disponível em: <https://www.ibm.com/br-pt/analytics/spss-statistics-software> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[6] CREATIVE RESEARCH SYSTEMS. **Sample Size Calculator**. Disponível em: <https://www.surveysystem.com/sscalc.htm> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[7] UCSF – CLINICAL & TRANSLATIONAL SCIENCE INSTITUTE. **Sample Size Calculators.** Disponível em: <http://www.sample-size.net/> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[8] UNIVERSITY OF COLORADO DENVER. **Glimmpse**. Disponível em: <https://glimmpse.samplesizeshop.org/#/> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[9] AUSVET. **Epi Tools – Sample Size Calculations**. Disponível em: <http://epitools.ausvet.com.au/content.php?page=SampleSize> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[10] HYLOWN CONSULTING LLC. **Power and Sample Size.** Disponível em: <http://powerandsamplesize.com/> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[11] LENTH, RUSS - UNIVERSITY OF IOWA. **Java Applets for Power and Sample Size**. Disponível em: <https://homepage.divms.uiowa.edu/~rlenth/Power/index.html> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[12] ABRAMSON, JOE. **WINPEPI (for Windows)**. Disponível em: <http://www.brixtonhealth.com/pepi4windows.html> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[13] DEPARTMENT OF BIOSTATISTICS – VANDERBILT UNIVERSITY. **PS: Power and Sample Size Calculation**. Disponível em:<http://biostat.mc.vanderbilt.edu/wiki/Main/PowerSampleSize> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[14] HEINRICH HEINE UNIVERSITY DÜSSELDORF. **G*Power: Statistical Power Analyses (for Windows and MAC)**. Disponível em: <http://www.gpower.hhu.de/en.html> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[15] THE R FOUNDATION. **The R Project for Statistical Computing**. Disponível em: <https://www.r-project.org/> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[16] JICHI MEDICAL UNIVERSITY – SAITAMA MEDICAL CENTER. **EZR Software**. Disponível em: <http://www.jichi.ac.jp/saitama-sct/SaitamaHP.files/windowsEN.html> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[17] CRAN. **RcmdrPlugin.EZR: R Commander Plug-in for the EZR (Easy R) Package**. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/RcmdrPlugin.EZR/index.html> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[18] CRAN. **shiny: Web Application Framework for R**. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/shiny/index.html> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[19] CRAN. **samplesize4surveys: Sample Size Calculations for Complex Surveys**. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/samplesize4surveys/index.html > Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[20] CRAN. **samplesize: Sample Size Calculation for Various t-Tests and Wilcoxon-Test**. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/samplesize/index.html > Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[21] CRAN. **pwr: Basic Functions for Power Analysis**. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/pwr/index.html> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[22] CRAN. **TrialSize: Functions and Examples in Sample Size Calculation in Clinical Research**. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/TrialSize/index.html > Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[23] SHINY APPS. **RnaSeqSampleSize**. Disponível em: <https://cqs-vumc.shinyapps.io/rnaseqsamplesizeweb/> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[24] SHINY APPS. **MRT-SS Calculator – A Sample Size Calculator for Micro-Randomized Trials**. Disponível em: <https://pengliao.shinyapps.io/mrt-calculator/> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[25] SHINY APPS. **Power & Sample Sizes Tool for Case-Control Microbiome Studies**. Disponível em: <https://fedematt.shinyapps.io/shinyMB/> Acesso em: 12 de Abril de 2019.

[26] CHARAN, J., BISWAS, TAMOGHNA. **How to Calculate Sample Size for Different Study Designs in Medical Research?**. Disponível em: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3775042/> Acesso em: 12 de Abril de 2019.
[27] GUO, Y., ZHAO, S., LI, C., SHENG, Q., SHYR, YU. **RNAseqPS: A Web Tool for Estimating Sample Size and Power for RNAseq Experiment**. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/full/10.4137/CIN.S17688> Acesso em: 12 de Abril de 2019.
[28] SEEWALD, N., SUN, J., LIAO, PENG. **MRT-SS Calculator: An R Shiny Application for Sample Size Calculation in Micro-Randomized Trials**. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1609.00695> Acesso em: 12 de Abril de 2019.
[29] MATTIELLO, F., VERBIST, B., FAUST, K., RAES, J., SHANNON, W,. BIJNENS, L., THAS, OLIVER. **A Web application for sample size and power calculation in case-control microbiome studies.** Disponível em: <https://academic.oup.com/bioinformatics/article/32/13/2038/1743221> Acesso em: 12 de Abril de 2019.
[30] CHOW, S. C; WANG, H.; SHAO, J. **Sample size calculations in clinical research**. Boca Raton: CRC Press, 2007.
[31] RYAN, T. P. **Sample size determination and power**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2013.

3. Responsáveis

Belo Horizonte, data

____

Nome Aluno e assinatura

____

Nome Orientador e assinatura