PROVA DE ESTATÍSTICA – SELEÇÃO – MESTRADO/UFMG – 2005

Instruções para a prova:

a) Cada questão respondida corretamente vale um ponto.
b) Questões deixadas em branco valem zero pontos (neste caso marque todas alternativas).
c) Cada questão respondida incorretamente vale -1 ponto.
d) Pelo menos 9 questões devem ser respondidas pelo candidato.
e) A nota final será dada a partir da soma total dos pontos (negativos e positivos).
f) As opções escolhidas devem ser assinaladas na folha de respostas no final da prova.

Questão 1. Em uma empresa de grande porte os funcionários são classificados de acordo com o nível de risco de acidente no setor em que trabalham. 10% trabalham no setor em que a probabilidade de acidente em uma semana é 0,08. 20% no setor em que a probabilidade de acidente é 0,05, 30% no setor em que a probabilidade de acidente é 0,03 e o restante no setor em que a probabilidade de acidente é 0,005. Uma pessoa foi escolhida ao acaso no final de uma semana e verificou-se que tinha sofrido um acidente. A probabilidade de que essa pessoa seja do setor de maior risco é:

a) 0,029
b) 0,2759
c) 0,008
d) Nenhuma das anteriores

Questão 2. Certo tipo de equipamento tem tempo de vida com distribuição exponencial com média $\lambda = 4000$ horas.

i) A probabilidade de que um aparelho sobreviva 500 horas é
ii) Se um aparelho sobrevive 500 horas, a probabilidade que venha sobreviver por mais 500 horas é
iii) Se 4 desses aparelhos foram instalados para funcionar de forma independente, a probabilidade de que pelo menos 1 sobreviva as 500 horas é

Escolha a resposta correta que corresponda respectivamente aos itens i , ii e iii.

a) 0,1250 0,8825 0,975
b) 0,8825 0,500 0,975
c) 0,8825 0,8825 0,9998
d) 0,5000 0,5000 0,1245

Questão 3. Uma variável aleatória contínua tem a seguinte função de distribuição :

F(x)= 1-exp($-\frac{1}{10}x^2$) para x>0 , 0 caso contrario.

i) A função de densidade dessa variável aleatória é f(x)= $\frac{2}{10}x\exp(-\frac{1}{10}x^2)$ para x>0, 0 caso contrario,
ii) E(X)=10,
iii) Para x, y >0, P(X>x+y/X>y)=P(X>y),
iv) 5 observações independentes dessa variável são coletadas. Defina N: Número de vezes em que a observação é maior que 4. Calcule P(N=3)

Escolha a resposta correta que corresponda respectivamente aos itens i , ii, iii e iv.

a)	Verdadeiro	Verdadeiro	Falso	0,0524
b)	Verdadeiro	Falso	Falso	0,0524
c)	Falso	Falso	Verdadeiro	0,2019
d)	Falso	Verdadeiro	Falso	0,2019

Questão 4. Um empresário pergunta se valerá a pena fazer um seguro contra chuva, por ocasião de um determinado acontecimento esportivo que ele está empresariando. Se não chover ele espera obter $12.000 de renda, por ocasião do evento, mas só $2.000 se chover. Uma apólice de seguro de $7.000 lhe custará $3.000. Determine a probabilidade *p* de chover, de tal modo que sua expectativa seja a mesma, faça ele o seguro ou não.

a) 5/9
b) 5/7
c) 3/9
d) 3/7

Questão 5. A duração em horas de um componente eletrônico é uma variável aleatória T com função de densidade de probabilidade $f(t) = ae^{-at}$, onde $a = 0.001$. Se for testada uma amostra aleatória de 100 componentes, qual será a probabilidade de que a média amostral de duração fique entre 900 e 1100 horas?
a)0,683
b)0,341
c)0,0737
d)0,926

Questão 6. Uma medida muito comum para avaliar se um processo de produção centralizado com distribuição $N(\mu;\sigma)$ consegue produzir dentro de dois limites de especificações (superior e inferior) é o índice C_p. Este é definido como $C_p = \dfrac{LSE - LIE}{6\sigma}$ onde *LSE* é o limite superior de especificação, *LIE* é o limite inferior de especificação, σ é o desvio padrão populacional e $\mu = \dfrac{LSE + LIE}{2}$ (processo centralizado). Considere um sistema de produção com todas as características anteriores. Suponha que uma amostra aleatória de tamanho 100 é retirada deste processo obtendo-se um desvio padrão amostral $\hat{\sigma} = 10$. Qual deveria ser o maior valor de $T = (LSE - LIE)/6$ de tal forma a não rejeitarmos $H_0 : C_p \leq 1$ contra $H_1 : C_p > 1$ com nível de significância 5%. Adote que o percentil 5,0% de uma distribuição Qui-Quadrado com 99 graus de liberdade é aproximadamente 77.

a) 11,34

b) 15,34

c) 20,34

d) 30,34

Questão 7. Suponha que uma empresa deseje comparar a tensão média de ruptura para cabos produzidos por dois processos de produção: A e B. O objetivo é avaliar, com nível de confiança 95%, se a tensão média de ruptura é igual para os dois processos de produção ou não. Para tanto solicitou proposta de consultoria de dois Estatísticos informando que disponibilizaria 50 cabos para teste em cada um dos processos (100 cabos no total). Além disso, pediu aos Estatísticos que considerassem dois pontos: i) a Empresa desconhecia o desvio padrão populacional mas possuía informações suficientes para afirmar que a variabilidade era igual nos dois processos; ii) em ambos os processos de produção a tensão de ruptura possuía distribuição normal. O Primeiro Estatístico propôs utilizar um modelo de Regressão Linear Simples relacionando tensão de ruptura (Y) com sistema de produção (variável binária D) constituindo-se assim o modelo $Y = \beta_0 + \beta_1 D + erro$. Um teste de hipótese $H_0 : \beta_1 = 0$ contra $H_1 : \beta_1 \neq 0$ responderia a questão considerando uma distribuição amostral t-student com 98 graus de liberdade; O segundo estatístico propôs realizar uma ANOVA. Detalhou que tal procedimento constituía em estimar a variância populacional através de dois métodos diferentes. Explicou que um método super-estimaria a variância populacional caso as médias fossem realmente diferentes e o outro método era indiferente a igualdade ou não das médias. A idéia então seria comparar a razão obtida entre o método que poderia super-estimar (numerador) e o outro (denominador). Uma razão muito grande seria indicativo de que as médias de ruptura do processo A e B eram diferentes. Para avaliar a magnitude da razão utilizaria uma distribuição amostral F com 1 grau de liberdade no numerador e 98 graus de liberdade no denominador. Em relação as metodologias sugeridas pelos Estatísticos você consideraria correto dizer que:

a) Apenas a metodologia sugerida pelo primeiro Estatístico está correta;
b) Apenas a metodologia sugerida pelo segundo Estatístico está correta;
c) As metodologias apresentadas pelo primeiro e segundo Estatístico estão incorretas;
d) As metodologias apresentadas pelo primeiro e segundo Estatísticos estão corretas e são equivalentes.

Questão 8. Suponha que a resistência do papel (Y) usado na fabricação de caixas de papelão está relacionada à percentagem da concentração de madeira de lei na polpa original (X). Considere que o modelo de regressão linear simples $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$; onde $\varepsilon_i \sim N(0;\sigma^2)$ e ε_i e ε_j sejam não correlacionados quando $i \neq j$, i,j=1,2,....,n foi considerado adequado ao estudo. Assinale a alternativa que apresenta um estimador não viciado (não tendencioso) para σ^2.

a) $\dfrac{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2}{n}$;

b) $\dfrac{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2}{n-1}$;

c) $\dfrac{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2}{n-2}$;

d) $\dfrac{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2}{n-3}$

Questão 9. Considere novamente que a resistência do papel (Y) usado na fabricação de caixas de papelão está relacionada à percentagem da concentração de madeira de lei na polpa original (X). Adote que o modelo de regressão linear simples $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$; onde $\varepsilon_i \sim N(0;\sigma)$ e ε_i e ε_j sejam não correlacionados quando $i \neq j$, i,j=1,2,....,n é adequado ao relacionamento. Suponha que um experimento foi conduzido com uma amostra de 20 diferentes percentagens de concentração de madeira de lei na polpa original. Obteve-se um estimador de mínimos quadrados $\hat{\beta}_1 = 1$ com erro padrão estimado de 0,1. Com estes valores o que podemos afirmar sobre um teste de hipóteses $H_0 : \beta_1 = 0$ contra $H_1 : \beta_1 \neq 0$ ao nível de significância 0,05? (Adote que o percentil 97,5% de uma distribuição t-student com 18 graus de liberdade é aproximadamente 2,101).

a) A probabilidade de significância é aproximadamente zero e conseqüentemente rejeito H_0 ao nível de significância 0,05;
b) A probabilidade de significância é aproximadamente 1 e conseqüentemente não rejeito H_0 ao nível de significância 0,05;
c) A probabilidade de significância é aproximadamente 0,1 e conseqüentemente não rejeito H_0 ao nível de significância 0,05;
d) Nenhuma das afirmações está correta.

Questão 10. Considere um teste de hipóteses bilateral para média populacional com hipóteses $H_0 : \mu = 100$ contra $H_1 : \mu \neq 100$. Suponha que uma amostra aleatória de tamanho 100 foi utilizada ($n = 100$) obtendo-se os valores amostrais $\overline{x} = 99,608$ e $s = 2,00$. O valor da probabilidade de significância do teste é:

a) 0,025
b) 0,05
c) 0,1
d) 0,15

Questão 11. Uma psicóloga elaborou um novo teste de percepção espacial e deseja estimar o escore médio obtido por pilotos. Um estudo anterior sugere que o desvio padrão no teste é de 21,2, com média 103,7. Quantos pilotos devem ser testados para que o erro na média amostral do novo teste não exceda 2,0 pontos, com 95% de confiança?

a)432
b)21
c)303
d)18

Questão 12. Dois lotes de laranjas de dois produtores diferentes devem ser testados quanto ao teor de carboidratos do suco. Duas amostras de 100 laranjas de cada lote foram analisadas, obtendo-se médias de 111,2g/l e 112,7 g/l, com desvios padrões amostrais 5,5 g/l e 5,1g/l respectivamente. Considere a hipótese nula de que o primeiro lote tem teor de carboidratos maior ou igual do que o segundo lote. Pelo experimento, a hipótese nula deve ser rejeitada a um nível de significância maior ou igual a:

a)0,05
b)0,04
c)0,03
d)0,02

Questão 13. Se A, B e C são três eventos independentes, todos eles com probabilidade positiva. Então

i) A e B^c são independentes. (B^c é o complementar do evento B),
ii) A e $B \cup C$ são independentes,
iii) $A \cap B$ e $A \cap C$ são independentes.

Escolha a resposta correta que corresponda respectivamente aos itens i , ii e iii .

a)	Falso	Verdadeiro	Verdadeiro
b)	Verdadeiro	Verdadeiro	Falso
c)	Falso	Falso	Falso
d)	Verdadeiro	Falso	Verdadeiro

Questão 14. O valor do limite $\lim_{m\to\infty} \sum_{x=0}^{m/2} \binom{m}{x} p^x (1-p)^{m-x}$ para $p = 0,4$, $p = 0,5$ e $p = 0,6$ é respectivamente:

a) 0; 0,5; 1
b) 0,4; 0,5; 0,6
c) 1; 0,45; 0,75
d) 1; 0,5; 0

Questão 15. Um fabricante de fibra têxtil está investigando um novo fio, que a companhia fornecedora afirma ter um alongamento médio de 12kg. O pesquisador deseja testar a hipótese $H_0 : \mu = 12$ contra $H_1 : \mu < 12$, usando uma amostra aleatória de quatro fios. Considerando que a população apresenta distribuição normal e desvio padrão 0,5kg, Calcule:

i) A probabilidade do erro tipo I (α) se a região de rejeição for definida como $\bar{x} < 11,5kg$;
ii) A probabilidade do erro tipo II (β) para o caso em que o alongamento verdadeiro seja 11,25kg. [utilize a mesma região de rejeição do item i)]

Escolha a resposta correta que corresponda respectivamente aos itens i e ii.

a) 0,1587; 0,8413
b) 0,025; 0,8413
c) 0,05; 0,1587
d) 0,0228; 0,1587

PROVA DE ESTATÍSTICA – SELEÇÃO – MESTRADO/UFMG – 2005

Assinale no quadro abaixo as opções escolhidas para cada questão:

Questão	a	b	c	d
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				

Nome:

Assinatura:

Carteira de Identidade / Passaporte: ____