

Dissertação de Mestrado

**O Modelo Paramétrico de Weibull Bi-variado Para Modelagem de Dados
com Censura Intervalar**

Por

Fernanda Carla Álvares Dias Diniz

Orientadora

Marta Afonso Freitas

**Belo Horizonte, 29 de outubro de 2008
Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Pós-Graduação em Estatística**

**O Modelo Paramétrico de Weibull Bi-variado Para Modelagem de Dados
com Censura Intervalar**

**Dissertação apresentada ao colegiado de pós-
graduação em estatística, como parte das
atividades para obtenção de título de mestre.**

Orientadora: Marta Afonso Freitas

Fernanda Carla Álvares Dias Diniz

Belo Horizonte, 29 de outubro de 2008

Folha de Aprovação

Dedico este trabalho à toda
minha família, amigos e às
pessoas que acreditaram que
realizaria este sonho.

Agradecimentos

Ao concluir essa importante etapa da minha vida, tenho o prazer e orgulho de destacar algumas pessoas que contribuíram direta ou indiretamente, a concretizá-la.

Acima de tudo agradeço a Deus, pela vida, por estar sempre comigo dando-me saúde e forças para realizar meu trabalho.

À minha família, que sempre me incentivou e me apoiou. Em particular, agradeço à minha mãe pelo exemplo de força, determinação, coragem e amor. Ao meu pai, pela alegria, pelo jeito “diferente” de apoiar meus sonhos e pela capacidade de sonhar alto. Aos meus irmãos: Emerson e Cristiana pelo companheirismo, união, fonte de amor eterno. Sem vocês, nem imagino como seria minha vida!

Ao meu amado marido Wellington, pelo incentivo, pela paciência, pela amizade, pelas renúncias, e sobretudo, pela compreensão nos momentos de inseguranças e de “TPM”.

À minha orientadora, Professora Marta , por me aceitar como aluna, pela compreensão, pela amizade e dedicação. Expresso também, minha admiração pela competência profissional.

Aos meus amigos, consultoras e colegas, pela paciência nos momentos ausentes, pela força, vocês são pessoas maravilhosas na minha vida, e com os quais quero passar muitos anos juntos!

E um agradecimento especial, ao meu amigo Leandro, pessoa fantástica, responsável, sempre disposto a ajudar a todos e que em vários momentos me auxiliou nessa longa jornada. Muito obrigada!

E, finalmente aos que nada fizeram, pois, só de não atrapalhar, ajudaram bastante!

Resumo

O armazenamento de produtos, principalmente os produtos de natureza alimentícia, é um fator importante para a manutenção da qualidade dos mesmos. Durante o tempo de armazenamento podem ocorrer perdas de nutrientes, deterioração microbiológica e mudanças em características sensoriais como sabor, odor e aparência. Devido a esta razão, o estudo do tempo de vida em prateleira é um item fundamental em qualquer programa de desenvolvimento de produtos e manutenção da qualidade.

A importância da determinação de vida dos produtos em prateleira não deve ser considerada apenas através de aspectos microbiológicos, mas também através de aspectos sensoriais como sabor, odor, cor e aparência, uma vez que os consumidores, em geral, utilizam-se desses aspectos para adquirir os produtos e estabelecer um nível de confiança aceitável para escolha de sua marca.

O objetivo deste trabalho é propor uma nova forma de modelagem de dados oriundos de avaliações sensoriais, que possui informações de dois atributos possivelmente associados. Modelou-se, portanto, a fração de defeituosos e a confiabilidade conjunta através da distribuição bivariada de Weibull.

Palavras Chave: censura intervalar; modelo de Weibull bivariado; tempo de vida em prateleira;

Abstract

Lista de Gráficos

Grafico 1: Fração de defeituosos estimada e intervalo de confiança aproximado de 95% para os dois modelos. Condição de armazenamento “Ambiente”.....	52
Grafico 2: Fração de defeituosos estimada e intervalo de confiança aproximado de 95% para os dois atributos. Condição de armazenamento câmara	56
Grafico 3: Fração de defeituosos estimada e intervalo de confiança aproximado de 95% para os dois Atributos. Condição de armazenamento “Estufa”.....	57
Grafico 4: Comparação da curva de confiabilidade conjunta e a confiabilidade de cada atributo separadamente ($\alpha_1=0,035$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 1,6$; $\lambda= 0,2$).....	67
Grafico 5: Comparação da curva de confiabilidade conjunta e a confiabilidade de cada atributo separadamente ($\alpha_1=0,035$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 1,6$; $\lambda= 0,5$).....	71
Grafico 6: Comparação da curva de confiabilidade conjunta e a confiabilidade de cada atributo separadamente ($\alpha_1=0,035$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 1,6$; $\lambda= 0,9$).....	75
Grafico 8: Comparação da curva de confiabilidade conjunta e a confiabilidade de cada atributo separadamente ($\alpha_1=0,025$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 2$; $\lambda= 0,2$).....	79
Grafico 9: Comparação da curva de confiabilidade conjunta e a confiabilidade de cada atributo separadamente ($\alpha_1=0,025$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 2$; $\lambda= 0,5$).....	82
Grafico 10: Comparação da curva de confiabilidade conjunta e a confiabilidade de cada atributo separadamente ($\alpha_1=0,025$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 2$; $\lambda= 0,9$).....	86
Grafico 11: Comparação de Vício e desvio padrão entre estimação conjunta e estimação supondo independência da fração de defeituosos para dados gerados a partir de uma weibull bivariada ($\alpha_1=0,035$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 1,6$; $\lambda= 0,2$).....	87
Grafico 12: Comparação de Vício e desvio padrão entre estimação conjunta e estimação supondo independência da fração de defeituosos para dados gerados a partir de uma weibull bivariada ($\alpha_1=0,025$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 2,0$; $\lambda= 0,2$).....	88

Lista de Tabelas

Tabela 1: Distribuição de Probabilidades Bernoulli Bivariada	31
Tabela 2: Número de amostras nas quais todos os produtos foram considerados aceitáveis (500 Amostras) estratificado por semana e valor da constante considerando uma Distribuição Weibull com $a = 0,065$; $S = 1,4$; 18 semanas e 7 julgadores.	44
Tabela 3: Estimativa dos parâmetros da distribuição de Weibull bivariada e correlação, para os atributos “odor” e “sabor”, condição de armazenagem ambiente.....	49
Tabela 4: Fração de defeituosos estimada e intervalo de confiança aproximado de 95% para os dois atributos. Condição de armazenamento “Ambiente” (51 semanas)	51
Tabela 5: Estimativa dos parâmetros da distribuição de Weibull Univariada para os atributos “odor” e “sabor”, condição de armazenagem ambiente.	53
Tabela 6: estimativas pontuais da fração de defeituosos nas semanas 5, 20 e 35, obtidos pelas duas abordagens (Coeficiente de correlação = 0,65).....	54
Tabela 7: Estimativa dos parâmetros da distribuição de Weibull bivariada e correlação, para os atributos “odor” e “sabor”, condição de armazenagem “Câmara Climática”	54
Tabela 8: Estimativa dos parâmetros da distribuição de Weibull bivariada e correlação, para os atributos “odor” e “sabor”, condição de armazenagem “Estufa”.....	55
Tabela 9: Fração de defeituosos estimada e intervalo de confiança aproximado de 95% para os dois atributos. Condição de armazenamento “Câmara” (36 semanas).....	55
Tabela 10: Fração de defeituosos estimada e intervalo de confiança aproximado de 95% para os dois atributos. Condição de armazenamento “Estufa” (18 semanas).....	57
Tabela 11: Estimativa dos parâmetros da distribuição de Weibull Univariada para os atributos “odor” e “sabor”, condição de armazenagem “Câmara Climática”.	58
Tabela 12: Estimativa dos parâmetros da distribuição de Weibull Univariada para os atributos “odor” e “sabor”, condição de armazenagem “Estufa”.....	59
Tabela 13: estimativas pontuais da fração de defeituosos nas semanas 5, 20 e 35, obtidos pelas duas abordagens (Condição Câmara Climática, correlação estimada = 0,891)	59
Tabela 14: estimativas pontuais da fração de defeituosos nas semanas 5, 20 e 35, obtidos pelas duas abordagens (Condição Estufa, correlação estimada = 0,684).....	59
Tabela 15: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para a distribuição Weibull Bivariada com ($\alpha_1=0,035$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 1,6$; $\lambda= 0,2$)	63
Tabela 16 : Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 1 com ($\alpha=0,035$; $\delta= 1,2$).....	65
Tabela 17: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 2 com ($\alpha=0,035$; $\delta= 1,6$).....	66
Tabela 18: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para a distribuição Weibull Bivariada com ($\alpha_1=0,035$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 1,6$; $\lambda= 0,5$)	68
Tabela 19: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 1 ($\alpha=0,035$; $\delta= 1,2$).....	69

Tabela 20: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 1 ($\alpha=0,035$; $\delta= 1,2$).....	70
Tabela 21: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para a distribuição Weibull Bivariada com ($\alpha_1=0,035$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 1,6$; $\lambda= 0,9$).....	72
Tabela 22: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 1 ($\alpha=0,035$; $\delta= 1,2$).....	73
Tabela 23: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 2 ($\alpha=0,035$; $\delta= 1,6$).....	74
Tabela 24: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para a distribuição Weibull Bivariada com ($\alpha_1=0,025$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 2$; $\lambda= 0,2$).....	76
Tabela 26: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 1 ($\alpha=0,025$; $\delta= 1,2$).....	77
Tabela 27: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 2 ($\alpha=0,035$; $\delta= 2$).....	78
Tabela 28: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para a distribuição Weibull Bivariada com ($\alpha_1=0,025$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 2$; $\lambda= 0,5$).....	79
Tabela 29: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 1 ($\alpha=0,025$; $\delta= 1,2$).....	80
Tabela 30: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 2 ($\alpha= 0,035$; $\delta= 2$).....	81
Tabela 31: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para a distribuição Weibull Bivariada com ($\alpha_1=0,025$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 2$; $\lambda= 0,9$).....	82
Tabela 32: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 1 ($\alpha=0,025$; $\delta= 1,2$).....	84
Tabela 33: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 2 ($\alpha = 0,035$; $\delta = 2$).....	85

Lista de Símbolos

α_j = Parâmetro de escala associado ao j-ésimo atributo

δ_j = Parâmetro de forma associado ao j-ésimo atributo

β_q = Parâmetro associado a q-ésima covariável para o modelo com covariáveis

γ_j = exponencial de δ_j

τ_i = tempo pré-fixado (em semanas) associado ao produto i

θ^t = Vetor de parâmetros (α_j, δ_j)

$R(t_i)$ = Função de Confiabilidade associada ao atributo em questão no tempo τ_i

$R(t_i, t_i)$ = Função de Confiabilidade associada aos dois atributos em questão no tempo τ_i

$L(\theta)$ = Função de Verossimilhança

$F(\tau_i)$ = Função de fração estimada de defeituosos no tempo τ_i

$p_{(a,b)ij}$ = Probabilidade de falha do produto segundo os atributos a e b no tempo i para o avaliador j

λ = Parâmetro de dependência entre os dois atributos estudados

Γ = Função Gama

Sumário

CAPÍTULO 1	14
1.1.Introdução.....	14
1.2. A Natureza dos Dados Oriundos de Avaliações Sensoriais.....	15
1.3.Trabalhos Relacionados	17
1.4. Objetivo do Trabalho	20
CAPÍTULO 2	22
2.1. Situação Motivacional.....	22
CAPÍTULO 3	25
3.1. Modelagem dos Dados Redefinindo a Variável Tempo de "Falha" do Produto em Prateleira – O Modelo de Weibull.....	25
CAPÍTULO 4	30
4.1. O Modelo Paramétrico de Weibull Bi-variado Para Modelagem de Dados com Censura Intervalar	30
CAPÍTULO 5	38
5.1. Simulações.....	38
5.2. Geração da Weibull-Bivariada.....	39
5.3. Procedimentos Para Obtenção das Estimativas dos parâmetros	39
5.3. Solucionando o Problema da Convergência do Programa para o Modelo Proposto.....	43
5.4. Resultados	45
5.5. Conclusões.....	46
CAPÍTULO 6	47
6.1. Aplicações.....	47
6.2. Análise dos Dados Referentes à Condição de Armazenamento “Ambiente”	49
6.2.1 Análise Utilizando a Distribuição de Weibull Bivariada Para os Atributos “Odor” e “Sabor”.....	49
6.2.2 Análise Utilizando a Modelagem de Cada Atributo Separadamente	53
6.3. Análise dos dados referentes às condições de armazenagem “Câmara climática” e “Estufa”	54
6.3.1 Análise Utilizando a Distribuição de Weibull Bivariada Para os Atributos “Odor” e “Sabor”.....	54
6.3.1 Análise Utilizando a Modelagem de Cada Atributo Separadamente	58
6.4. Conclusões da Análise de Dados.....	60

CAPÍTULO 7	61
7.1.Conclusões Finais	61
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	62
ANEXOS	63
Apêndice A – macro utilizada para simulação, obtenção das estimativas dos parâmetros, estimativa da fração de defeituosos, vício, EQM e correlação entre os atributos.....	89
Anexo B – macro utilizada para obtenção das estimativas dos parâmetros para os dados reais, além da fração de defeituosos em cada semana	96
Anexo C – macro utilizada para obtenção de intervalo de confiança – método Bootstrap.....	103

Capítulo 1

1.1.Introdução

A qualidade de produtos alimentícios verifica-se como algo bastante frágil. Estes produtos são suscetíveis à deterioração, perda de nutrientes, alterações na cor, sabor, odor textura, dentre outras características.

Os tecnólogos e engenheiros de alimentos utilizam o termo “vida de prateleira” ou “shelf life” ao referirem-se ao período de tempo compreendido entre a manufatura e o consumo de um produto alimentício no varejo, durante o qual o mesmo tem qualidade satisfatória, em termos de valor nutricional, aspectos sensoriais (odor, sabor, textura, aparência geral, etc.) e, finalmente, em termos de parâmetros relacionados à saúde do consumidor (grau de deterioração, culturas de bactérias, oxidação etc.)

A vida de prateleira de produtos alimentícios é variável e determinada pelo fabricante para cada tipo de produto específico. Essa informação é um fator essencial para determinação das condições e métodos utilizados na distribuição do produto.

Duas questões são relevantes e estão sempre presentes ao se pensar no conceito de vida de prateleira de um produto alimentício:

- a mudança na qualidade de um produto durante o armazenamento ser resultado da soma de sucessivas exposições a várias condições ambientais durante as etapas de processamento, armazenamento, distribuições e o tempo de exposição (na prateleira, no ponto de venda e na casa do consumidor), antes de o alimento ser consumido;
- para o consumidor, um produto adquirido dentro do prazo de validade especificado pelo fabricante (o qual é determinado em função da vida de prateleira e é, em geral, menor do que este último) deve permanecer e continuar adequado para o consumo durante aquele período, sem prejuízo de suas características organolépticas, nutricionais, funcionais e aquelas relacionadas à saúde do consumidor (deterioração por microorganismo, por exemplo).

Portanto, estudos para estimação da vida de prateleira são parte essencial de todo

programa de desenvolvimento, manutenção e melhoria da qualidade do produto.

Em geral, os testes para determinação da vida de prateleira (também conhecidos como testes de estabilidade) consistem em amostrar certo número de unidades experimentais do produto da produção e armazená-las em condições pré-determinadas. Considerando-se a variação(estabilidade) do tipo de produto, a unidade experimental pode ser uma unidade ou uma caixa, por exemplo. Em tempos de observação escolhidos e fixados a priori semanalmente.

Certo número de unidades experimentais do produto é selecionado por amostragem, retirado do armazenamento e avaliado. Busca-se registrar para cada unidade avaliada o “tempo de falha”, definido de uma maneira geral por Gacula (1975) como: o tempo necessário para que o produto exiba características físicas, químicas, microbiológicas ou sensoriais, que o tenham tornado inaceitável para consumo regular.

Dada a natureza do próprio produto em estudo, as avaliações mencionadas são do tipo físico-químicas, microbiológicas e avaliações sensoriais. Esses dois tipos de avaliações –sensoriais e não sensoriais – são conduzidas paralelamente. Um resultado considerado ruim em qualquer das avaliações pode ser utilizado como critério para interrupção dos testes, sobretudo em avaliações sensoriais que envolvam a degradação do produto.

Uma questão que emana imediatamente é: por que utilizar também avaliações sensoriais na estimação da vida de prateleira? Embora um produto possa estar adequado para o consumo, no que diz respeito à segurança da saúde do consumidor, características sensoriais do tipo cor, odor, aspecto, textura, aparência geral, já podem estar comprometidas. Em outros termos, a “falha” do produto, no que diz respeito a alguma característica sensorial, já pode ter ocorrido.

1.2. A Natureza dos Dados Oriundos de Avaliações Sensoriais

Em avaliações sensoriais conduzidas com o objetivo de estimar a vida de prateleira, ou, como doravante passaremos nomear, tempo de vida de prateleira, unidades experimentais do produto são armazenadas sob determinadas condições ambientais e, em

tempos pré-determinados, uma amostra destas unidades é retirada do local de armazenamento e submetida ao julgamento de avaliadores treinados.

Um experimento típico é aquele em que cada avaliador julga separadamente cada atributo (por exemplo, odor, sabor, aspecto) e atribuem notas em uma escala diferencial semântica escolhida previamente. Na situação prática descrita no capítulo 2, foi utilizada uma escala de “0” a “6”, onde “0” representa total diferença em relação a um padrão de referência oferecido a ele (ela) e “6” representa total similaridade. Assim, quanto mais próximo de zero estiver à pontuação atribuída ao atributo avaliado, mais inadequado para consumo estará o produto em relação àquele atributo específico.

Em geral as empresas definem um ponto de corte na escala adotada, o qual indica a “falha” do produto, ou seja, indica que o produto não está adequado para o consumo.

Por exemplo, no caso da escala mencionada, se o ponto de corte for o escore 3, as unidades pontuadas com escore menor ou igual a três serão consideradas impróprias para consumo (em relação ao atributo avaliado).

Assim o que se observa em cada tempo de avaliação são os escores atribuídos a cada atributo (separadamente) para as unidades avaliadas naquela data especificada. Essas unidades ficarão armazenadas desde o início do estudo até serem selecionadas (aleatoriamente) para avaliação. Dada a natureza destrutiva do ensaio, estas unidades, uma vez avaliadas, não podem voltar para o armazenamento, por isso são descartadas. Fica-se diante de uma das seguintes situações:

1. se uma unidade recebe um escore maior que o ponto de corte para um atributo A, na 2ª semana, isto significa que ela estava ainda adequada para consumo na 2ª semana (em relação ao atributo A). Não se sabe quando ela ficará inadequada, pois a mesma será descartada;

2. se a unidade recebe um escore menor ou igual ao ponto de corte para o atributo A, na 5ª semana, sabe-se que esta unidade se deteriorou em algum momento entre o início do período de armazenamento e a data de avaliação.

Portanto, os dados oriundos de uma avaliação sensorial deste tipo têm a característica de serem censurados à direita e à esquerda como consta em Meeker e Escobar(1998).

1.3. Trabalhos Relacionados

Gacula (1975) abordou o problema da estimação da vida de prateleira em situações similares à descrita anteriormente utilizando um modelo de Regressão Linear Simples, na qual a variável preditora (X) é o tempo de avaliação (por exemplo, em semanas, meses) e a variável resposta (Y) é a pontuação recebida pela unidade/atributo do produto em um dado tempo (pré-estabelecido) de avaliação.

Após a estimação dos parâmetros do modelo, a informação de interesse – o tempo no qual a unidade do atributo recebe o escore “ c ” (ponto de corte) - é obtida através da substituição deste valor na equação da reta estimada (fazendo $y = c$) e resolvendo-se a equação em função de X .

Essa abordagem tem o apelo de ser bem simples. Entretanto, em grande parte das aplicações práticas, os dados oriundos deste tipo de estudo em geral violam suposições básicas para a utilização da Análise de Regressão (por exemplo, normalidade e homocedasticidade).

Embora seja possível construir intervalos de confiança para a quantidade estimada, uma desvantagem desse enfoque é a dificuldade de estimar características importantes da distribuição do tempo de vida de prateleira, tais como percentis e fração de itens “não conformes”. Tais informações são bastante relevantes para serem ignoradas, pois são poderosos instrumentos para tomada de decisão como a do tempo de vida a se atribuir ao produto. Além disso, torna-se difícil incorporar variáveis explicativas covariáveis (ou fatores de um experimento planejado) no modelo e construir intervalos de confiança para as quantidades mencionadas.

Gacula e Kubala (1975) utilizaram distribuições comumente empregadas para modelar “tempos até a falha” ou “tempos de vida” (Weibull, Lognormal e Valor Extremo, por exemplo) na modelagem de dados oriundos das avaliações sensoriais. Para isso, definiram como “tempo de falha” o tempo (data) de avaliação no qual a unidade/atributo do produto recebeu nota menor ou igual ao ponto de corte “ c ”. Assim, devido à natureza destrutiva do ensaio, as unidades avaliadas com notas maiores do que “ c ” em um dado tempo de avaliação são registradas como sendo censuradas à direita (Kalbfleisch e Prentice, 2002).

Os autores utilizaram os tempos de falha censurados à direita e não-censurados para avaliar a adequação dos diferentes modelos estatísticos. Uma vez escolhida a distribuição

que melhor descreve o comportamento do fenômeno, tal abordagem permite que se estime, por exemplo, percentis e frações de falha da distribuição do tempo de vida de prateleira. Esta abordagem, embora sendo melhor do que a exposta por Gacula (1995) tem o ponto fraco de poder superestimar algumas das quantidades de interesse (o tempo médio de vida por exemplo).

Freitas, Borges e Ho (2003) trataram o problema em questão através da dicotomização dos resultados. Foi definida uma nova variável y_{ij} ($i = 1, 2, \dots, k, j = 1, 2, \dots, n_i$) que no tempo de avaliação fixo τ_i ($i = 1, 2, \dots, K$) assume valor “zero” se para a unidade j avaliada no tempo de vida i é censurado à direita (a unidade ainda “não falhou”) ou 1 no caso de censura à esquerda (a unidade “falhou” entre o tempo 0 e a data τ_i de avaliação). Portanto, em cada tempo τ_i de avaliação tem-se uma amostra aleatória de tamanho n_i de uma variável aleatória Y_{ij} , distribuída segundo uma Bernoulli com probabilidade p_{ij} “de falha”, dada por:

$$p_{ij} = P(Y_{ij} = 1) = P(0 < T_{ij} \leq \tau_i),$$

onde T_{ij} é a variável aleatória que representa o tempo de falha da j -ésima unidade da amostra de tamanho n_i , avaliada em τ_i . Esse tempo “de falha” foi modelado pelos autores segundo uma distribuição de Weibull, $W(\alpha_j; \delta)$, na qual o parâmetro de escala α_j foi escrito em função de variáveis explicativas (covariáveis ou fatores de um experimento planejado). Ressaltando-se que, com esta suposição, $p_{ij} = 1 - R_j(\tau_i) = 1 - \exp\left\{-\left(\alpha_j \tau_i\right)^\delta\right\}$, e a função de verossimilhança foi então escrita para a amostra de variáveis aleatórias Bernoulli (independentes) e os parâmetros do modelo estimados pelo método de máxima verossimilhança foram os percentis e frações.

Os itens não “conformes” em vários pontos no tempo foram estimados utilizando a propriedade de invariância dos estimadores de máxima verossimilhança.

Freitas e Costa (2006), generalizaram o modelo anterior, incorporando variáveis explicativas (covariáveis ou variáveis de um experimento planejado) à forma funcional do parâmetro de forma (δ) da distribuição de Weibull, tornando-o mais flexível para o tratamento de dados oriundos de experimentos planejados ou não.

Levando-se em consideração o fato de que dados com censura à esquerda e à direita

são um caso particular de censura intervalar (Kalbfleisch e Prentice, 2002), pode-se afirmar, sem perda de generalidade, que experimentos deste tipo dão origem a dados com censura intervalar.

Nessa linha de trabalho, alguns métodos têm sido propostos. Turnbull (1976) descreveu um estimador consistente da função de sobrevivência e Peto (1973) também descreveu um estimador não paramétrico para uma única amostra. Esses estimadores não permitem o uso de variáveis explicativas (covariáveis ou fatores de um experimento planejado). Fiinkelstein (1986) descreveu um modelo de riscos proporcionais para dados com censura intervalar. Rabinowitz, Tsiatis e Aragon (1995) estudaram o modelo de tempo de vida acelerado para dados com censura intervalar. Younes e Lachin (1997) apresentaram uma família flexível de modelos de regressão (ou seja, permite o uso de variáveis explicativas) onde a função de sobrevivência subjacente é estimada usando B splines.

Os modelos citados são suficientemente gerais para a análise de dados com censura intervalar. Eles acomodam situações bem mais complexas do que a gerada pelos experimentos para determinação de vida de prateleira como, por exemplo, onde os intervalos de censura se sobrepõem e se são não disjuntos. Por outro lado, esses procedimentos são computacionalmente complicados e não estão disponíveis em pacotes estatísticos comerciais, o que dificulta um pouco mais sua utilização. Entretanto devido ao agrupamento induzido pela censura intervalar, uma alternativa é utilizar modelos discretos.

Kalbfleisch e Prentice (1973) desenvolveram um modelo discreto a partir do modelo de riscos proporcionais de Cox., para dados com censura intervalar e apresentaram estimativas da função de sobrevivência, tanto para dados contínuos como para dados agrupados.

Freitas e Gomes (2006) utilizaram, na situação de dados oriundos de avaliações sensoriais, um modelo de riscos proporcionais. Neste caso, o modelo se simplifica, pois o limite inferior dos intervalos é sempre o início do estudo. Os autores demonstraram que o modelo Weibull utilizado no trabalho anterior (Freitas, Borges e Ho, 2003) é um caso particular deste modelo de riscos proporcionais nos quais os parâmetros que representam o efeito dos intervalos de tempo entre as avaliações são funções lineares do logaritmo dos tempos pré-fixados de avaliação.

Pelo exposto até o momento, fica claro que o problema da modelagem e análise dos dados oriundos de avaliações sensoriais podem ser vistos sob diferentes abordagens.

Entretanto, todas as abordagens descritas, foram sob o enfoque univariado, ou seja, analisando um atributo do produto por vez (odor, sabor, aparência, etc.) e verificando a falha ou censura do mesmo.

1.4. Objetivo do Trabalho

O objetivo deste trabalho é propor uma nova modelagem para dados oriundos de avaliações sensoriais através de dois atributos, estimando a fração de defeituosos e a confiabilidade conjunta. Além disso, este modelo pode também fornecer uma estimativa para a correlação entre dois atributos.

O conceito “imediato ou de partida” é utilizar a distribuição bivariada de Bernoulli e modelar a fração de defeituosos conjunta. Para este caso, ter-se-ia o tempo de vida segundo os dois atributos, modelados através de uma distribuição de Weibull bivariada. Finalmente, os percentis da distribuição do tempo de vida são obtidos através da propriedade de invariância dos estimadores de máxima verossimilhança.

Esta dissertação está dividida em 7 capítulos. O capítulo 1 apresenta o problema em questão - faz uma breve revisão literária sobre o assunto e apresenta os objetivos gerais da dissertação e possíveis desdobramentos. O capítulo 2 apresenta a situação que justifica a confecção deste trabalho. O capítulo 3 apresenta as principais dissertações sobre o tema e quais são as principais fontes deste trabalho, pois o mesmo representa uma continuidade de todos os trabalhos apresentados neste capítulo. O capítulo 4 apresenta, com mais detalhes e enfoque matemático, a proposta desta dissertação. O capítulo 5 apresenta as simulações realizadas através do software R, com o objetivo de validar o modelo proposto. O capítulo 6 apresenta o modelo sendo aplicado a um conjunto de dados reais. Finalmente, o capítulo 7 apresenta as principais conclusões de todo o trabalho.

Capítulo 2

2.1. Situação Motivacional

A busca pela completa satisfação do cliente, a busca pela economia e a otimização de serviços são os principais itens que levam a estudos para determinar o tempo de vida de produto em prateleira. Identificar fatores relacionados à deteriorização e quantificar a sua relação com o tempo de vida se torna pauta nos principais estudos realizados e naqueles que ,ainda, serão realizados acerca desse assunto.

As empresas alimentícias são as principais realizadoras ou financiadoras em estudos sensoriais. As condições de armazenagem envolvem uma série de fatores que já são de conhecimento geral como a influência positiva no tempo de vida do produto. Em estudos dessa natureza, são esses os fatores analisados, ou seja, avalia-se a amostra de produtos em diferentes condições de ambiente.

O banco de dados referente ao estudo de Freitas, Borges e Ho (FBH, 2003) será utilizado neste trabalho, que se trata de resultados referentes à implementação de um modelo de análise sensorial para um produto desidratado manufaturado a partir de uma empresa alimentícia.

Para este estudo, obteve-se uma amostra do produto em questão, selecionado aleatoriamente a partir de uma linha de produção, sendo que estes produtos foram submetidos a condições diferentes de armazenamento segundo os seguintes fatores:

- Refrigeração: temperatura menor que 4°C (referência);
- Temperatura e umidade ambiente: esses fatores foram monitorados em níveis por equipamento e registrados. Sabe-se que os produtos sofrem efeitos das variações destes fatores que ocorrem continuamente;
- Câmara climática: os níveis de temperatura e umidade foram mantidos nos valores 30 °C e 80%, respectivamente;
- Estufa: A temperatura teve controle no valor de 37°C e a umidade, apesar de não

ser controlada, teve seus valores registrados diariamente. Os produtos armazenados com temperatura menor que 4°C na refrigeração foram utilizados como padrão de referência em relação às demais unidades do produto aos quais eram sempre comparadas.

Segundo algumas análises anteriores, a principal hipótese era a de que as condições mais agressivas ou aceleradoras do tempo de vida dos produtos seriam as duas últimas condições de armazenagem. Diante disso, esperava-se obter um menor tempo de vida para os produtos sob essas condições de armazenagem em comparação aos produtos armazenados em condições de temperaturas menores.

Para assegurar um menor erro em questões relativas à avaliação proporcionada por cada avaliador, foi realizado um treinamento para 45 pessoas candidatas a avaliadores. Este treinamento asseguraria que os avaliadores teriam padrões semelhantes de avaliação e que um mesmo avaliador teria uma avaliação mais consistente acerca dos itens.

O tempo adotado entre as avaliações era de uma semana e em cada semana, foi determinado que oito avaliadores seriam selecionados aleatoriamente para o ensaio. Porém, em algumas semanas, nem todos os avaliadores escolhidos compareceram ao ensaio, sendo que o número mínimo de avaliadores obtidos para um ensaio foi igual a cinco.

Para o experimento, isolaram-se os grupos com a seguinte sigla:

RE: referência;

REC: referência cega;

TU: armazenamento em temperatura e umidade ambiente;

CC: câmara climática;

ES: estufa.

Cada avaliador recebia em ordem aleatória três grupos de unidades para serem avaliados. Os grupos, segundo as siglas citadas anteriormente, foram nomeados da seguinte forma: [RE, REC, TU], [RE, REC, CC] e [RE, REC, ES]

Note-se que todos os três grupos continham uma unidade do produto armazenada segundo a referência, sendo que esta unidade era obrigatoriamente avaliada primeiro que as demais unidades. Para as outras unidades, a ordem de avaliação era aleatória.

Os avaliadores tinham como tarefa comparar as unidades avaliadas com a referência e um escore era atribuído segundo a sua avaliação sensorial. Esses escores, em uma escala de 0 a 6 pontos, tinham a seguinte classificação para cada pontuação:

- 6: sem diferença
- 5: muito leve diferença
- 4: leve diferença
- 3: diferente
- 2: grande diferença
- 1: enorme diferença
- 0: total diferença

Cada atributo para cada produto era avaliado individualmente (odor, sabor e aparência).

Para o estudo em questão, o ponto de corte determinado para classificar um produto é igual a 3, ou seja, valores de escore menor ou igual a 3 indicam produto impróprio para consumo humano.

Os estudos para avaliações microbiológicas eram conduzidos paralelamente aos estudos sensoriais. Assim era garantida a integridade da saúde dos participantes. Os produtos armazenados nas condições “câmara climática” e “estufa” foram acompanhados durante um período de 36 e 18 semanas, respectivamente, e os produtos armazenados na condição “temperatura” e “umidade ambiente” foram avaliados por um período de 51 semanas.

As unidades de “referência cega” eram utilizadas para verificar a consistência entre as avaliações do mesmo indivíduo. Logo, era esperado que o valor de escore atribuído à unidade de referência fosse semelhante ao valor de escore atribuído à unidade “referência cega”. Não foram observadas inconsistências durante o estudo.

Como se estabeleceu mais de uma avaliação por produto, seria aceitável que o mesmo fosse adequado em um atributo e inadequado em outro, dessa forma é mais interessante a avaliação individual para cada um dos três atributos estudados.

Capítulo 3

3.1. Modelagem dos Dados Redefinindo a Variável Tempo de "Falha" do Produto em Prateleira – O Modelo de Weibull

Em estudos sobre avaliação do tempo de vida de produtos constata-se a censura intervalar que possibilita o estudo do tempo de falha através de uma transformação da variável “tempo de falha”. No trabalho de FBH, encontra-se um estudo feito através da dicotomização do escore atribuído a cada característica sensorial do produto.

O procedimento de amostragem é o mesmo já discutido até aqui, em que as amostras n_i de cada avaliação são colhidas de acordo com o intervalo entre as avaliações, tendo então uma amostra de $N = \sum_{i=1}^S n_i$ unidades. Teremos então S tempos pré-fixados $(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_S)$ e em cada tempo τ_i , temos n_i unidades do produto a serem avaliados.

Neste caso instala-se uma escala de 0 a 6 para o escore atribuído a cada característica, totalizando 7 possíveis valores. Essa é uma variável qualitativa ordinal, em que a comparação com a unidade de referência, feita individualmente por avaliador, determina a nota final. A dicotomização ocorre exatamente no ponto central dessa escala de valores, ou seja, ocorre no valor 3, assim como discutido no capítulo 2. Então, a partir dessa transformação de variáveis, é possível definir uma nova variável Y_{ij} , como sendo a adequação do produto para o consumo humano. Sendo assim, a variável pode ser definida assim:

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } Z_{ij} \leq 3 \\ 0, & \text{se } Z_{ij} > 3 \end{cases}$$

Onde Z_{ij} é o escore atribuído à j -ésima unidade avaliada no tempo τ_i

É possível, então, definir que:

$$Y_{ij} \sim \text{bernoulli}(p_{ij})$$

Tem-se uma amostra de n_i variáveis aleatórias Y_{ij} de distribuição Bernoulli com parâmetro p_{ij} , independentes.

A relação que se construiu entre o parâmetro p_{ij} e a variável T_{ij} (“Tempo de falha”) é a seguinte:

$$p_{ij} = P(Z_{ij} \leq 3) = P(Y_{ij} = 1) = P(0 \leq T_{ij} \leq \tau_i)$$

A função massa de probabilidade para Y_{ij} é definida como:

$$P(Y_{ij} = y_{ij}) = \begin{cases} p_{ij}, & \text{se } Y_{ij} = 1 \\ (1 - p_{ij}), & \text{se } Y_{ij} = 0 \end{cases}$$

Logo, define-se:

$$p_{ij} = P(0 \leq T_{ij} \leq \tau_i) = 1 - R(\tau_i)$$

$$(1 - p_{ij}) = P(T_{ij} > \tau_i) = R(\tau_i)$$

Em que $R(t)$ representa a função de confiabilidade.

A partir da função massa de probabilidade apresentada, é possível escrever a função $L(\theta)$, ou função de verossimilhança:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^s \prod_{j=1}^{n_s} (1 - p_{ij})^{1-y_{ij}} p_{ij}^{y_{ij}} \quad (3.1)$$

em que θ' é um vetor de parâmetros p_{ij} , ou seja:

$$\theta' = (p_{11}, \dots, p_{sn_s})$$

De acordo com Meeker e Escobar (1998), pode-se assumir que o tempo T_{ij} segue uma distribuição de Weibull com parâmetros α_j e $\delta \geq 1$.

É factível escrever o parâmetro α_j em função de um vetor β de parâmetros através de uma função de ligação:

$$\alpha_j = \exp\{X_j\beta\}$$

$$\delta = \exp\{\gamma\}$$

Sendo que $\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_q)$ é o vetor de parâmetros de dimensão $(q+1) \times 1$

e $X_j = (1, X_{j1}, \dots, X_{jq})$ é o vetor de covariáveis de dimensão $1 \times (q+1)$ associado à j -ésima unidade.

$$\text{Logo } \alpha_j = \exp\{\beta_0 + X_{j1}\beta_1 + \dots + X_{jq}\beta_q\}$$

A função densidade de probabilidade de tempo de vida é dada por:

$$f(t) = (\alpha_j)^\delta \delta t^{\delta-1} \exp\{-(\alpha_j t)^\delta\}$$

De acordo com a natureza destrutiva do experimento, é exequível que nas diferentes avaliações no tempo τ_i , as variáveis Y_{ij} serão independentes. Dentro de um mesmo ensaio, permite-se também assumir independência entre os diferentes valores de Y_{ij} . A função de confiabilidade para o tempo de vida pode ser vista como:

$$R(t_j) = \exp\{-(\alpha_j \tau_j)^\delta\}$$

Diante dessas suposições, é possível, então, escrever a função de verossimilhança $L(\theta)$ substituindo o parâmetro p_{ij} :

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^S \prod_{j=1}^{n_s} \left\{ \left[\exp((-\tau_i \exp(X_j \beta))^{\exp(\gamma)}) \right]^{1-Y_{ij}} \left[1 - \exp((-\tau_i \exp(X_j \beta))^{\exp(\gamma)}) \right]^{Y_{ij}} \right\} \quad (3.2)$$

em que

$$\theta^t = (\beta^t; \delta)$$

Logo, para estimação dos parâmetros, foi utilizada a maximização da função $\log(L(\theta))$ ou função de log-verossimilhança.

O objetivo dessa abordagem é obter as estimativas dos percentis da distribuição do tempo de vida em prateleira. É possível a partir dos parâmetros estimados $\hat{\theta} = (\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_q, \hat{\gamma})^t$ e da propriedade de invariância dos estimadores, determinar a estimativa de $\hat{t}_{p(j)}$, o percentil (100*p) da distribuição do tempo de falha e para a fração de unidades impróprias para consumo (“defeituosos”) na semana τ_j , $F(\hat{\tau}_i)$, dados respectivamente:

$$\hat{t}_{p(j)} = \frac{1}{\hat{\alpha}_j} [-\ln(1-p)]^{1/\hat{\delta}}$$

$$F(\hat{\tau}_i) = 1 - R(\hat{\tau}_i) = 1 - \exp(-\tau_i \exp(\hat{\alpha}_j))^{\hat{\delta}}$$

Em que as estimativas $\hat{\alpha}_j$ e $\hat{\delta}$ podem ser obtidas por:

$$\hat{\alpha}_j = \exp\left\{X_j \hat{\beta}\right\}$$

$$\hat{\delta} = \exp\left\{\hat{\gamma}\right\}$$

Além das estimativas pontuais, também podem ser construídos intervalos de confiança assintóticos para as quantidades mencionadas. Estes intervalos foram obtidos utilizando as propriedades de normalidade assintótica dos estimadores de máxima verossimilhança e o método Delta (Cox e Hinkley, 1974).

Esse método supõe que os dados seguem uma distribuição de Weibull, como citado anteriormente. Portanto, este modelo poderia estar comprometido caso os dados de avaliações a serem estudadas não se adequassem a esta distribuição.

Capítulo 4

4.1. O Modelo Paramétrico de Weibull Bi-variado Para Modelagem de Dados com Censura Intervalar

Nas abordagens anteriores, o estudo da distribuição do tempo de vida de prateleira do produto foi feito utilizando uma abordagem univariada. Em outras palavras, os resultados das avaliações sensoriais de cada atributo foram modelados separadamente. O objetivo agora é modelar conjuntamente dois atributos, permitindo assim que a informação a respeito de possíveis correlações existentes entre eles possa ser incorporada nas estimativas das quantidades de interesse. O procedimento adotado segue a mesma metodologia anterior, porém, agora, espera-se estabelecer um par de respostas para cada produto, com a inclusão de um novo índice.

Na literatura, verificam-se algumas propostas que descrevem a função de densidade conjunta do modelo de Weibull bivariado. Gumbel (1960) foi o primeiro a propor uma expressão para a densidade conjunta e função de confiabilidade bivariada de Weibull. Uma das mais importantes, e que será considerada neste trabalho, é a função de densidade conjunta e confiabilidade proposta por Hougaard (1986), por ter uma expressão relativamente mais simples e com a mesma eficiência para modelar os eventos de interesse.

Seja Z_{ijk} o escore atribuído ao K -ésimo atributo da j -ésima unidade do avaliada na i -ésima semana.

$i = 1, \dots, S$; (semana)

$j = 1, \dots, n_s$; (unidade)

$k=1,2$; (atributo)

Logo, definimos:

$$Y_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se } Z_{ijk} \leq 3 \\ 0, & \text{se } Z_{ijk} > 3 \end{cases}$$

Sabemos que:

$$Y_{ij1} \sim \text{bernoulli}(p_{ij1})$$

$$Y_{ij2} \sim \text{bernoulli}(p_{ij2})$$

É possível, então, definir que:

$$(Y_{ij1}, Y_{ij2}) \sim \text{bernoulli_bi variada}(p_{(00)ij}, p_{(01)ij}, p_{(10)ij}, p_{(11)ij})$$

$$\text{Em que } p_{(00)ij} + p_{(01)ij} + p_{(10)ij} + p_{(11)ij} = 1$$

Com função massa conjunta dada por:

$$P(Y_{ij1} = y_{ij1}, Y_{ij2} = y_{ij2}) = p_{(00)ij}^{(1-y_{ij1})(1-y_{ij2})} p_{(01)ij}^{(1-y_{ij1})y_{ij2}} p_{(10)ij}^{y_{ij1}(1-y_{ij2})} p_{(11)ij}^{y_{ij1}y_{ij2}} \quad (4.1)$$

Que também pode ser representado através da seguinte tabela de contingência:

Tabela 1: Distribuição de Probabilidades Bernoulli Bivariada

$Y_{ij1} \setminus Y_{ij2}$	$P(Y_{ij2}=0)$	$P(Y_{ij2}=1)$	Total
$P(Y_{ij1}=0)$	$p_{(00)ij}$	$p_{(01)ij}$	$(p_{(00)ij} + p_{(01)ij})$
$P(Y_{ij1}=1)$	$p_{(10)ij}$	$p_{(11)ij}$	$(p_{(10)ij} + p_{(11)ij})$
Total	$(p_{(00)ij} + p_{(10)ij})$	$(p_{(01)ij} + p_{(11)ij})$	1

Em que:

$$p_{ij1} = p_{(10)ij} + p_{(11)ij}$$

$$p_{ij2} = p_{(01)ij} + p_{(11)ij}$$

As expressões para a covariância e a correlação entre Y_{ij1} e Y_{ij2} são respectivamente descritas como:

$$\text{Cov}(Y_{ij1}, Y_{ij2}) = p_{(11)ij} p_{(00)ij} - p_{(10)ij} p_{(01)ij} \quad (4.2)$$

$$\text{Corr}(Y_{ij1}, Y_{ij2}) = \frac{p_{(11)ij} p_{(00)ij} - p_{(10)ij} p_{(01)ij}}{\sqrt{(p_{(11)ij} + p_{(10)ij})(p_{(00)ij} + p_{(01)ij})(p_{(00)ij} + p_{(10)ij})(p_{(01)ij} + p_{(11)ij})}} \quad (4.3)$$

A relação que estabelecemos entre os parâmetros $p_{(00)ij}$, $p_{(01)ij}$, $p_{(10)ij}$ e $p_{(11)ij}$ e a variável T_{ijk} (“Tempo de falha”) é a seguinte:

$$p_{(11)ij} = P(Z_{ij1} \leq 3, Z_{ij2} \leq 3) = P(Y_{ij1} = 1, Y_{ij2} = 1) = P(0 \leq T_{ij1} \leq \tau_i, 0 \leq T_{ij2} \leq \tau_i)$$

$$p_{(10)ij} = P(Z_{ij1} \leq 3, Z_{ij2} > 3) = P(Y_{ij1} = 1, Y_{ij2} = 0) = P(0 \leq T_{ij1} \leq \tau_i, T_{ij2} > \tau_i)$$

$$p_{(01)ij} = P(Z_{ij1} > 3, Z_{ij2} \leq 3) = P(Y_{ij1} = 0, Y_{ij2} = 1) = P(T_{ij1} > \tau_i, 0 \leq T_{ij2} \leq \tau_i)$$

$$p_{(00)ij} = P(Z_{ij1} > 3, Z_{ij2} > 3) = P(Y_{ij1} = 0, Y_{ij2} = 0) = P(T_{ij1} > \tau_i, T_{ij2} > \tau_i)$$

Sendo que $P_{(00)ij}$ pode ser visto como a função de confiabilidade conjunta do produto e τ_i o tempo pré-especificado (fixo) de avaliação. No caso da situação motivadora, são as semanas de avaliação ($i=1, 2, \dots, s$).

A partir da função conjunta de probabilidade apresentada na expressão (4.1), é permitido escrever a função $L(\theta)$, ou função de verossimilhança:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^s \prod_{j=1}^{n_s} P_{(00)ij}^{(1-y_{ij1})(1-y_{ij2})} P_{(01)ij}^{(1-y_{ij1})y_{ij2}} P_{(10)ij}^{y_{ij1}(1-y_{ij2})} P_{(11)ij}^{y_{ij1}y_{ij2}} \quad (4.4)$$

em que:

$$\theta_{00}^t = (p_{(00)11}, p_{(00)12}, \dots, p_{(00)1n_1}, \dots, p_{(00)S,1}, \dots, p_{(00)S,n_s})$$

$$\theta_{01}^t = (p_{(01)11}, p_{(01)12}, \dots, p_{(01)1n_1}, \dots, p_{(01)S,1}, \dots, p_{(01)S,n_s})$$

$$\theta_{10}^t = (p_{(10)11}, p_{(10)12}, \dots, p_{(10)1n_1}, \dots, p_{(10)S,1}, \dots, p_{(10)S,n_s})$$

$$\theta_{11}^t = (p_{(11)11}, p_{(11)12}, \dots, p_{(11)1n_1}, \dots, p_{(11)S,1}, \dots, p_{(11)S,n_s})$$

$$\theta^t = (\theta_{00}^t, \theta_{01}^t, \theta_{10}^t, \theta_{11}^t),$$

Os vetores $\theta_{00}, \theta_{01}, \theta_{10}, \theta_{11}$ possuem dimensões $\left(\sum_{i=1}^s n_i \times 1 \right)$ e o vetor θ possui dimensão

$$4 \left[\left(\sum_{i=1}^s n_i \right) \times 1 \right]$$

Pode-se assumir que o vetor de vida de prateleira $(T_{ij1}$ e $T_{ij2})$ seguem uma distribuição de Weibull bivariada com parâmetros α_{j1} , α_{j2} , δ_1 , δ_2 e λ , respectivamente. Utilizar-se-á a distribuição de Weibull bivariada proposta por Hougaard (1986), cuja função densidade é dada por:

$$f_{T_1, T_2}(t_1, t_2) = \delta_1 \alpha_1 (\alpha_1 t_1)^{(\delta_1/\lambda)-1} \delta_2 \alpha_2 (\alpha_2 t_2)^{(\delta_2/\lambda)-1} \left\{ (\alpha_1 t_1)^{(\delta_1/\lambda)} + (\alpha_2 t_2)^{(\delta_2/\lambda)} \right\}^{\lambda-2} \left\{ \left[(\alpha_1 t_1)^{(\delta_1/\lambda)} + (\alpha_2 t_2)^{(\delta_2/\lambda)} \right]^\lambda + \frac{1}{\lambda} - 1 \right\} \exp \left\{ - \left[(\alpha_1 t_1)^{(\delta_1/\lambda)} + (\alpha_2 t_2)^{(\delta_2/\lambda)} \right]^\lambda \right\} \quad (4.5)$$

em que α_1 e α_2 são parâmetros de escala, δ_1 e δ_2 são parâmetros de forma e λ representa o Parâmetro de dependência entre T_1 e T_2 . As densidades marginais de T_1 e T_2 seguem uma distribuição de Weibull com parâmetros (α_1, δ_1) e (α_2, δ_2) respectivamente.

As expressões para o valor esperado e variância de T_1 e T_2 seguem abaixo:

$$E(T_1) = (1/\alpha_1) \Gamma \left(\frac{\lambda}{\delta_1} + 1 \right) \quad (4.6)$$

$$E(T_2) = (1/\alpha_2) \Gamma \left(\frac{\lambda}{\delta_2} + 1 \right) \quad (4.7)$$

$$VAR(T_1) = 1/\alpha_1^2 \left[\Gamma \left(\frac{2}{\delta_1} + 1 \right) - \Gamma^2 \left(\frac{1}{\delta_1} + 1 \right) \right] \quad (4.8)$$

$$VAR(T_2) = 1/\alpha_2^2 \left[\Gamma \left(\frac{2}{\delta_2} + 1 \right) - \Gamma^2 \left(\frac{1}{\delta_2} + 1 \right) \right] \quad (4.9)$$

A covariância entre T_1 e T_2 é dada por:

$$COV(T_1, T_2) = \frac{(1/\alpha_1)(1/\alpha_2) \left[\Gamma \left(\frac{\lambda}{\delta_1} + 1 \right) \Gamma \left(\frac{\lambda}{\delta_2} + 1 \right) \Gamma \left(\frac{1}{\delta_1} + \frac{1}{\delta_2} + 1 \right) - \Gamma \left(\frac{1}{\delta_1} + 1 \right) \Gamma \left(\frac{1}{\delta_2} + 1 \right) \Gamma \left(\frac{\lambda}{\delta_1} + \frac{\lambda}{\delta_2} + 1 \right) \right]}{\Gamma \left(\frac{\lambda}{\delta_1} + \frac{\lambda}{\delta_2} + 1 \right)} \quad (4.10)$$

Onde $\Gamma(\cdot)$ é uma função de gama.

Note que em (4.8), se $\lambda = 1$ então $cov(T_1, T_2) = 0$. Além disso, em (4.3) fazendo temos:

$$f_{T_1, T_2}(t_1, t_2) = \left\{ (\alpha_1^{\delta_1}) \delta_1 t_1^{\delta_1-1} \exp \left[- (\alpha_1 t_1)^{\delta_1} \right] \right\} \left\{ (\alpha_2^{\delta_2}) \delta_2 t_2^{\delta_2-1} \exp \left[- (\alpha_2 t_2)^{\delta_2} \right] \right\} = f_{T_1}(t_1) f_{T_2}(t_2) \quad (4.11)$$

Onde $f_{T_1}(t_1)$ e $f_{T_2}(t_2)$ são respectivamente as funções densidade de variáveis aleatórias com distribuição Weibull e parâmetros (δ_1, α_1) e (δ_2, α_2) .

A correlação de T_1 e T_2 então pode ser escrita da seguinte forma:

$$CORR(T_1, T_2) = \frac{COV(T_1, T_2)}{\sqrt{VAR(T_1)VAR(T_2)}} \quad (4.12)$$

Que é uma complexa função de λ , δ_1 e δ_2 (Jonhson, Evans e Green, 1999). Lu e Battachanyya (1990), estudaram a correlação quando $\delta_1 = \delta_2 = \delta$ para $\delta = (0,1;0,25;0,5;1;2;4;10)$ e mostraram que a correlação é aproximadamente linear em δ para parâmetros de forma semelhantes.

$P_{(00)ij}$ pode ser interpretado como a função de confiabilidade conjunta, e tem a seguinte expressão:

$$P_{(00)ij} = P(T_{ij1} > \tau_i, T_{ij2} > \tau_i) = \exp\left\{-\left[(\alpha_1 \tau_i)^{(\delta_1/\lambda)} + (\alpha_2 \tau_i)^{(\delta_2/\lambda)}\right]^k\right\} \quad (4.13)$$

As estimativas de máxima verossimilhança são $\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2$ e λ que são obtidas através da maximização da função log-verossimilhança.

Através da propriedade de invariância dos estimadores máxima verossimilhança, resultar-se-ão as estimativas da função de confiabilidade conjunta $\hat{P}_{(00)ij}$ e da fração de defeituosos $\hat{P}_{(01)ij}$, $\hat{P}_{(10)ij}$ e $\hat{P}_{(11)ij}$ através das seguintes expressões:

$$\hat{P}_{(00)ij} = \hat{R}(\tau_i, \tau_i) = \exp\left\{-\left[(\hat{\alpha}_1 \tau_i)^{(\hat{\delta}_1/\hat{\lambda})} + (\hat{\alpha}_2 \tau_i)^{(\hat{\delta}_2/\hat{\lambda})}\right]^k\right\}$$

$$\hat{P}_{(01)ij} = \int_{\tau_i}^{\infty} \int_0^{\tau_i} f_{T_1, T_2}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \Big|_{\theta=\hat{\theta}}$$

$$\hat{P}_{(10)ij} = \int_0^{\tau_i} \int_{\tau_i}^{\infty} f_{T_1, T_2}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \Big|_{\theta=\hat{\theta}}$$

$$\hat{P}_{(11)ij} = \int_0^{\tau_i} \int_0^{\tau_i} f_{T_1, T_2}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \Big|_{\theta=\hat{\theta}}$$

Para obtenção das estimativas intervalares, utilizar-se-á o método de bootstrap paramétrico proposto por Efron e Tibshirani (1986).

Este modelo será estudado através de simulação, com geração dos vetores aleatórios sendo feito computacionalmente, através de parâmetros escolhidos a priori. A obtenção das estimativas será feita através de algum método iterativo, como por exemplo método iterativo de Newton Raphson.

Porém, ao avaliar a função de verossimilhança, verificou-se que obter as funções analíticas de $P_{(01)ij}$, $P_{(10)ij}$ e $P_{(11)ij}$ em função dos parâmetros $\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2$ e λ envolve a resolução de integrais bastante complexas. Além disso, resultarão em expressões bastante extensas para as primeiras derivadas e para a matriz de informação de Fisher, que acarretará muito esforço computacional.

Por isso, uma nova abordagem do problema é detalhada abaixo, que propõe a troca da função de verossimilhança atual por uma nova função de verossimilhança, baseada em uma variável aleatória W_{ij} obtida através da combinação das variáveis Y_{ij1} e Y_{ij2} .

Define-se, então, a seguinte variável aleatória:

$W_{ij} = 1$ se a j -ésima unidade experimental do produto estiver adequada para o consumo na semana τ_i em relação aos dois atributos avaliados;

$W_{ij} = 0$ se a j -ésima unidade experimental do produto estiver inadequada para o consumo na semana τ_i em relação a pelo menos um atributo avaliado;

Podemos dizer então que:

$$P(W_{ij} = 1) = P(Z_{ij1} > 3, Z_{ij2} > 3) = P(Y_{ij1} = 0, Y_{ij2} = 0) = P(T_{ij1} > \tau_i, T_{ij2} > \tau_i) = p_{(00)ij}$$

Logo, a variável W_{ij} assume distribuição Bernoulli com parâmetro $p_{(00)ij}$, tendo a seguinte função massa de probabilidade:

$$P(W_{ij} = w_{ij}) = \left(p_{(00)ij} \right)^{w_{ij}} \left(1 - p_{(00)ij} \right)^{1-w_{ij}}$$

Sendo que:

$$W_{ij} = (1 - Y_{ij1})(1 - Y_{ij2})$$

$$1 - W_{ij} = Y_{ij1}(1 - Y_{ij2}) + Y_{ij2}(1 - Y_{ij1}) + Y_{ij1}Y_{ij2}$$

Note-se que caso o produto esteja adequado em relação aos dois atributos, Y_{ij1} e Y_{ij2} assumirão valor igual a Zero e portanto W_{ij} será igual a um. Se alguma dessas variáveis assumirem valor igual a um, W_{ij} será igual a zero. Veja que:

$$\{(1 - Y_{ij1})(1 - Y_{ij2})\} + \{Y_{ij1}(1 - Y_{ij2}) + Y_{ij2}(1 - Y_{ij1}) + Y_{ij1}Y_{ij2}\} =$$

$$1 - Y_{ij2} - Y_{ij1} + Y_{ij1}Y_{ij2} + Y_{ij1} - Y_{ij1}Y_{ij2} + Y_{ij2} - Y_{ij2}Y_{ij1} + Y_{ij1}Y_{ij2} = 1$$

O que mostra que os eventos $(1 - Y_{ij1})(1 - Y_{ij2})$ e $\{Y_{ij1}(1 - Y_{ij2}) + Y_{ij2}(1 - Y_{ij1}) + Y_{ij1}Y_{ij2}\}$ são complementares.

A partir disso, propõe-se, então a seguinte função de verossimilhança:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^S \prod_{j=1}^{n_s} (p_{(00)ij})^{W_{ij}} (1 - p_{(00)ij})^{1 - W_{ij}} \quad (4.14)$$

Ou

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^S \prod_{j=1}^{n_s} (p_{(00)ij})^{(1 - y_{ij1})(1 - y_{ij2})} (p_{(01)ij} + p_{(10)ij} + p_{(11)ij})^{(1 - y_{ij1})y_{ij2} + y_{ij1}(1 - y_{ij2}) + y_{ij1}y_{ij2}} \quad (4.15)$$

Se $p_{(00)ij} = P(T_{ij2} > \tau_i, T_{ij2} > \tau_i) = \exp\left\{-\left[(\alpha_1 \tau_i)^{(\delta_1/\lambda)} + (\alpha_2 \tau_i)^{(\delta_2/\lambda)}\right]^\lambda\right\}$ conforme definido anteriormente em (4.13), então :

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^S \prod_{j=1}^{n_s} \left(\exp\left\{-\left[(\alpha_1 \tau_i)^{(\delta_1/\lambda)} + (\alpha_2 \tau_i)^{(\delta_2/\lambda)}\right]^\lambda\right\}\right)^{W_{ij}} \left(1 - \exp\left\{-\left[(\alpha_1 \tau_i)^{(\delta_1/\lambda)} + (\alpha_2 \tau_i)^{(\delta_2/\lambda)}\right]^\lambda\right\}\right)^{1 - W_{ij}} \quad (4.16)$$

em que $\theta = (\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2, \lambda)^t$ é o vetor de parâmetros a ser estimado.

Portanto a função de log-verossimilhança é dada por:

$$\log L(\theta) = \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^{n_s} -W_{ij} \left[(\alpha_1 \tau_i)^{(\delta_1/\lambda)} + (\alpha_2 \tau_i)^{(\delta_2/\lambda)}\right]^\lambda (1 - W_{ij}) + \log\left(1 - \exp\left\{-\left[(\alpha_1 \tau_i)^{(\delta_1/\lambda)} + (\alpha_2 \tau_i)^{(\delta_2/\lambda)}\right]^\lambda\right\}\right) \quad (4.17)$$

As estimativas de $P_{(00)}$, $P_{(01)ij}$, $P_{(10)ij}$ e $P_{(11)ij}$ são obtidas através do mesmo procedimento citado anteriormente. Note-se que, neste caso, perde-se a informação de qual dos dois atributos está se tornando diferente dos padrões em primeiro lugar. A informação disponível é que a unidade do produto avaliado na semana está impróprio para consumo em dada semana.

Capítulo 5

5.1. Simulações

Este capítulo tem o objetivo geral de realizar simulações para o modelo elaborado e detalhado nos capítulos anteriores. Os objetivos específicos são verificar a eficácia em estimar a fração de defeituosos e verificar como os parâmetros de forma e escala, assim como o parâmetro de dependência, afetam a fração de defeituosos estimada.

Inicialmente o procedimento adotado foi de gerar as variáveis aleatórias que representam o tempo até a falha do produto, para dois atributos. Estas variáveis aleatórias foram geradas em 6 momentos diferentes, com diversas combinações dos cinco parâmetros, sendo eles:

1º momento	$\alpha_1=0,035$	$\alpha_2= 0,035$	$\delta_1= 1,2$	$\delta_2= 1,6$	$\lambda= 0,2$
2º momento	$\alpha_1=0,035$	$\alpha_2= 0,035$	$\delta_1= 1,2$	$\delta_2= 1,6$	$\lambda= 0,5$
3º momento	$\alpha_1=0,035$	$\alpha_2= 0,035$	$\delta_1= 1,2$	$\delta_2= 1,6$	$\lambda= 0,9$
4º momento	$\alpha_1=0,025$	$\alpha_2= 0,035$	$\delta_1= 1,2$	$\delta_2= 2$	$\lambda= 0,2$
5º momento	$\alpha_1=0,025$	$\alpha_2= 0,035$	$\delta_1= 1,2$	$\delta_2= 2$	$\lambda= 0,5$
6º momento	$\alpha_1=0,025$	$\alpha_2= 0,035$	$\delta_1= 1,2$	$\delta_2= 2$	$\lambda = 0,9$

Esses valores foram escolhidos para que se pudesse verificar principalmente o efeito da correlação na estimativa da fração de defeituosos. Estes dados foram simulados para 7 avaliadores em 36 semanas. O motivo da escolha dos valores para os parâmetros, do número de avaliadores e do número de semanas é o fato de serem os mesmos já utilizados em simulações de trabalho anteriores. Estes valores foram escolhidos e baseados nos trabalhos de Freitas, Borges e Ho (2003) e Johnson, Evans e Green (1999).

5.2. Geração da Weibull-Bivariada

Para geração da Weibull-Bivariada, foi utilizado o método descrito por Lu e Bhattacharryya (1990). Pode-se dizer que X e Y podem ser representados como:

$$X = \frac{U^{\lambda/\delta_1} V^{1/\delta_1}}{\alpha_1} ; Y = \frac{(1-U)^{\lambda/\delta_2} V^{1/\delta_2}}{\alpha_2} \quad (5.1)$$

Em que U tem distribuição Uniforme no intervalo [0,1] e V tem distribuição descrita pela seguinte função densidade:

$$f(v) = \lambda v e^{-v} + (1-\lambda) e^{-v}, v > 0$$

O procedimento consiste em gerar cinco variáveis aleatórias com distribuição uniforme no intervalo [0,1], que serão chamados de U_1, U_2, U_3, U_4 e U_5 . Para obterem-se os valores de U e V procedeu-se da seguinte maneira:

$$U = U_1$$

$$V = \begin{cases} -\ln(U_2) - \ln(U_3) & , \text{ se } U_5 \leq \lambda \\ -\ln(U_4) & , \text{ se } U_5 > \lambda \end{cases}$$

Após a obtenção de X e Y, os dados foram dicotomizados através das informações da semana em questão. Este procedimento foi implementado em R (Lu e Bhattacharryya, 1990).

5.3. Procedimentos Para Obtenção das Estimativas dos parâmetros

Para obtenção das estimativas dos parâmetros, utilizou-se um procedimento por etapas, já que obter todos os parâmetros em um só momento através da função de verossimilhança descrito no capítulo anterior exigiria muito esforço computacional. Por isso,

a obtenção dos parâmetros foi dividida de acordo com as densidades marginais de Weibull. Dessa forma obteve-se a densidade marginal para o primeiro e segundo atributo e, em seguida, obtiveram-se as verossimilhanças marginais. Por último, obtiveram-se as estimativas dos parâmetros pelo método de Newton Raphson.

A densidade conjunta dos tempos de vida de dois atributos pode ser descrita da seguinte forma:

$$f_{T_1, T_2}(t_1, t_2) = \delta_1 \alpha_1 (\alpha_1 t_1)^{(\delta_1/\lambda)-1} \delta_2 \alpha_2 (\alpha_2 t_2)^{(\delta_2/\lambda)-1} \left\{ (\alpha_1 t_1)^{(\delta_1/\lambda)} + (\alpha_2 t_2)^{(\delta_2/\lambda)} \right\}^{\lambda-2} \left\{ \left[(\alpha_1 t_1)^{(\delta_1/\lambda)} + (\alpha_2 t_2)^{(\delta_2/\lambda)} \right]^\lambda + \frac{1}{\lambda} - 1 \right\} \exp \left\{ - \left[(\alpha_1 t_1)^{(\delta_1/\lambda)} + (\alpha_2 t_2)^{(\delta_2/\lambda)} \right]^\lambda \right\}$$

que é a distribuição de Weibull bivariada com parâmetros $\alpha_1, \alpha_2, \delta_1$ e δ_2

Sendo as densidades marginais descritas por:

$$f_{t_1}(t_1) = (\alpha_1)^{\delta_1} \delta_1 t_1^{\delta_1-1} \exp\{-(\alpha_1 t_1)^{\delta_1}\}$$

e

$$f_{t_2}(t_2) = (\alpha_2)^{\delta_2} \delta_2 t_2^{\delta_2-1} \exp\{-(\alpha_2 t_2)^{\delta_2}\}$$

Mostrando que o tempo de vida de cada atributo segue uma distribuição Weibull Univariada. Pode-se entender que as verossimilhanças marginais para o tempo de vida dicotomizados são:

$$L(\theta_{t_1}) = \prod_{i=1}^S \prod_{j=1}^{n_s} \left\{ \left[\exp(-\tau_i \alpha_1)^{\delta_1} \right]^{1-X_{ij}} \left[1 - \exp(-\tau_i \alpha_1)^{\delta_1} \right]^{X_{ij}} \right\}$$

$$L(\theta_{t_2}) = \prod_{i=1}^S \prod_{j=1}^{n_s} \left\{ \left[\exp(-\tau_i \alpha_2)^{\delta_2} \right]^{1-Y_{ij}} \left[1 - \exp(-\tau_i \alpha_2)^{\delta_2} \right]^{Y_{ij}} \right\}$$

Em que

$$\begin{aligned}
X_{ij} &= 1, \text{ se } Z_{ij}^{(1)} \leq 3 \\
X_{ij} &= 0, \text{ se } Z_{ij}^{(1)} > 3 \\
Y_{ij} &= 1, \text{ se } Z_{ij}^{(2)} \leq 3 \\
Y_{ij} &= 0, \text{ se } Z_{ij}^{(2)} > 3
\end{aligned}$$

Onde $Z_{ij}^{(r)}$ é o escore atribuído ao atributo r ($r=1,2$) da unidade experimental j avaliada no tempo fixo τ_i .

As estimativas $\alpha_1, \alpha_2, \delta_1$ e δ_2 serão obtidas a partir da maximização das verossimilhanças marginais, utilizando o método de Newton Raphson.

Em seguida, obteve-se a estimativa de λ . Para isso utilizaram-se os valores estimados dos outros parâmetros na função de verossimilhança, que fica descrita da seguinte maneira:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^S \prod_{j=1}^{n_s} \left(\exp \left\{ - \left[(\hat{\alpha}_1 \tau_i)^{(\hat{\delta}_1 / \lambda)} + (\hat{\alpha}_2 \tau_i)^{(\hat{\delta}_2 / \lambda)} \right]^k \right\} \right)^{W_{ij}} \left(1 - \exp \left\{ - \left[(\hat{\alpha}_1 \tau_i)^{(\hat{\delta}_1 / \lambda)} + (\hat{\alpha}_2 \tau_i)^{(\hat{\delta}_2 / \lambda)} \right]^k \right\} \right)^{1-W_{ij}}$$

ou

$$\log L(\theta) = \sum_{j=1}^S \sum_{i=1}^{n_s} -W_{ij} \left[(\hat{\alpha}_1 \tau_i)^{(\hat{\delta}_1 / \lambda)} + (\hat{\alpha}_2 \tau_i)^{(\hat{\delta}_2 / \lambda)} \right]^k (1 - W_{ij}) + \log \left(1 - \exp \left\{ - \left[(\hat{\alpha}_1 \tau_i)^{(\hat{\delta}_1 / \lambda)} + (\hat{\alpha}_2 \tau_i)^{(\hat{\delta}_2 / \lambda)} \right]^k \right\} \right)$$

em que $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\delta}_1$ e $\hat{\delta}_2$ são valores numéricos que representam as estimativas de $\alpha_1, \alpha_2, \delta_1, \delta_2$ obtidos pela verossimilhança marginal. O parâmetro λ representa o parâmetro a ser estimado.

Portanto, encontraram-se todas as estimativas envolvidas na função de confiabilidade. E a estimativa dessa função pode ser obtida por:

$$\hat{p}_{(00)ij} = \hat{R}(\tau_i, \tau_i) = \exp \left\{ - \left[(\hat{\alpha}_1 \tau_i)^{(\hat{\delta}_1 / \lambda)} + (\hat{\alpha}_2 \tau_i)^{(\hat{\delta}_2 / \lambda)} \right]^k \right\}$$

Para obtenção da estimativa de correlação entre os dois atributos, pode-se calcular primeiramente a covariância estimada entre os dois atributos. As funções descrita por Lu e Bhattacharryya (1990) para a variância do tempo de vida de prateleira de cada atributo e a covariância entre eles são dadas respectivamente por (4.8) (4.9) (4.10) e reprodutivas a

seguir:

$$COV(T_1, T_2) = (1/\alpha_1)(1/\alpha_2) \left[\Gamma\left(\frac{\lambda}{\delta_1} + 1\right) \Gamma\left(\frac{\lambda}{\delta_2} + 1\right) \Gamma\left(\frac{1}{\delta_1} + \frac{1}{\delta_2} + 1\right) - \Gamma\left(\frac{1}{\delta_1} + 1\right) \Gamma\left(\frac{1}{\delta_2} + 1\right) \Gamma\left(\frac{\lambda}{\delta_1} + \frac{\lambda}{\delta_2} + 1\right) \right] \div \Gamma\left(\frac{\lambda}{\delta_1} + \frac{\lambda}{\delta_2} + 1\right)$$

$$VAR(T_1) = 1/\alpha_1^2 \left[\Gamma\left(\frac{2}{\delta_1} + 1\right) \Gamma^2\left(\frac{1}{\delta_1} + 1\right) \right]$$

$$VAR(T_2) = 1/\alpha_2^2 \left[\Gamma\left(\frac{2}{\delta_2} + 1\right) \Gamma^2\left(\frac{1}{\delta_2} + 1\right) \right]$$

sendo Γ a função Gama. Logo, tem-se a função de correlação entre o tempo de vida dos dois atributos descrita conforma (4.12) e reproduzida abaixo:

$$CORR(T_1, T_2) = \frac{COV(T_1, T_2)}{\sqrt{VAR(T_1)VAR(T_2)}}$$

Conforme já comentado no capítulo 4, a correlação entre os dois atributos é uma complexa função que depende de λ , δ_1 e δ_2 . Observou-se durante as simulações que a correlação e o parâmetro λ possuem uma relação inversa. Quando λ é igual a zero, tem-se uma correlação perfeita ($corr(t_1, t_2) = 1$) enquanto que se λ assumir valor igual a 1, a correlação se torna praticamente inexistente, como era o esperado.

A estimativa da correlação se obtém substituindo os valores estimados dos parâmetros nas funções de covariância e variância, e, por fim, calcula-se a correlação segundo a expressão vista em (4.12).

Os procedimentos gerais do programa em R estão descritos a seguir:

- 1 – geração das variáveis aleatórias segundo a definição (5.1);
- 2 – dicotomização dos dados gerados;
- 3 – obtenção das estimativas dos parâmetros α_1 , α_2 , δ_1 e δ_2 utilizando as verossimilhanças marginais, (FBH, 2004);

4 – obtenção da estimativa do parâmetro λ utilizando a verossimilhança descrita neste trabalho (4.17);

5 – obtenção da estimativa de correlação do tempo de vida dos dois atributos.

Nos anexos são apresentadas as tabelas que contem a estimação da fração de defeituosos para o modelo bivariado. Para efeito de comparação, todos os resultados foram obtidos também para cada atributo separadamente e no final é apresentado um gráfico que contem a função de confiabilidade estimada em conjunto e separadamente para cada atributo. Além disso apresentamos também os resultados de confiabilidade conjunta supondo independência, ou seja, aplicando a multiplicação das confiabilidades marginais, para o mesmo conjunto de dados gerado. O desvio Padrão e o vício para a modelagem conjunta supondo correlação e supondo independência são comparados nos gráficos 11 e 12.

5.3. Solucionando o Problema da Convergência do Programa para o Modelo Proposto

Como foi mencionado anteriormente, foi escrito algoritmo numérico para obtenção dos estimadores de máxima verossimilhança utilizando o Programa R.

Entretanto, em algumas simulações realizadas para obtenção das estimativas através das verossimilhanças marginais, o programa não alcançava convergência. Esse problema ocorria sempre que todas as observações, em uma mesma semana, após a dicotomização, assumiam valor "zero". Em outras palavras, até aquele momento, todos os produtos avaliados encontravam-se aceitáveis para consumo humano.

Apesar de serem dados de simulação, esta é uma situação muito provável de ocorrer in loco, visto que nas primeiras semanas de avaliação, é natural que praticamente todos os produtos estejam em perfeito estado de conservação.

Como discutido anteriormente, para obtenção dos estimadores de máxima verossimilhança foi utilizado procedimento iterativo. Inicialmente são fornecidos valores iniciais, e a cada passo deste procedimento, são calculadas novas estimativas para os parâmetros nos quais estes novos valores substituem os valores antigos. Este processo somente é finalizado quando a diferença entre as estimativas dos parâmetros em dois passos sucessivos for menor que 0,001, critério de convergência adotado neste trabalho.

A cada passo deste processo iterativo, é possível observar que os valores calculados para a matriz de Informação de Fisher (IF) vão ficando cada vez menores, até chegar a um ponto em que não é possível obter a inversa para esta matriz. Este erro ocorre sempre que em uma dada semana todos os produtos avaliados são iguais a zero.

Uma proposta para solução deste problema é somar uma constante “c” aos valores da variável resposta dicotomizada somente para aquelas semanas nas quais todos os resultados foram iguais a zero. Contudo, a questão que resulta dessa proposta é: Que valor somar à variável resposta dicotomizada?

Para responder a esta pergunta, Gomes (2005) realizou simulações considerando diversos valores para a constante c, sendo eles: 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ; 0,0001 ; 0,00001 ; 0,000001 ; 0,0000001. O critério foi escolher a constante c que minimizasse o Erro Quadrático Médio (EQM) para a fração de defeituosos.

A seguir são apresentados os resultados desta simulação e a discussão para a escolha da constante c.

Na Tabela 2, é apresentado o número de semanas no qual todos os produtos foram censurados, para 500 amostras, considerando uma distribuição Weibull (0,065 ; 1,4) para 18 semanas e 7 julgadores em cada semana.

Por exemplo, considerando-se a simulação na qual foi considerada a constante 0,1, das 500 amostras geradas, 419 tiveram na primeira semana todos os valores para a variável resposta dicotomizada iguais a zero. Para a segunda semana, ainda considerando-se a constante 0,1, das 500 amostras geradas, 343 apresentaram todos os valores para a variável resposta dicotomizada iguais a zero.

A partir desta tabela, é possível perceber que nas primeiras semanas há uma maior chance de que todos os produtos avaliados, em uma mesma semana, estejam aceitáveis para consumo, ou seja, assumam valor "O". Esta conclusão pode ser estendida para todas as constantes estudadas.

Tabela 2: Número de amostras nas quais todos os produtos foram considerados aceitáveis (500 Amostras) estratificado por semana e valor da constante considerando uma Distribuição Weibull com a = 0,065 ; S= 1,4 ; 18 semanas e 7 julgadores.

Constante	Semana																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17	18	
0,1	419	343	229	165	136	85	42	20	20	11	07	3	3	4	0	0	0	0
0,01	422	333	251	164	134	80	48	33	12	07	06	1	2	1	1	0	0	0
0,001	435	329	256	171	114	76	49	25	20	18	06	3	0	0	1	1	0	0
0,0001	423	314	259	181	113	76	54	25	19	06	02	7	4	0	1	0	0	0
0,00001	423	324	231	161	116	87	50	41	20	15	09	2	4	0	0	2	0	0
0,000001	422	343	271	199	118	92	42	28	18	11	04	1	1	1	1	1	0	0

A partir das simulações realizadas, calculou-se, para cada constante c , o Erro Quadrático Médio (EQM). Finalmente verificou-se que a constante que minimiza o EQM na primeira semana é o valor da constante igual a 0,0001. Além disso, observou-se que esta constante também minimiza o EQM para as outras semanas. Para maiores detalhes consulte Gomes (2005).

5.4. Resultados

Em anexo apresentar-se-ão os resultados de 1000 simulações para 7 jogadores e 36 semanas. São apresentados os valores reais e valores estimados para o modelo bivariado (confiabilidade conjunta) e para cada atributo separadamente (confiabilidade marginais), para o mesmo conjunto de dados e conforme a parametrização proposta anteriormente. Além disso são apresentados o desvio padrão, vício e EQM. Apresentam-se também os valores reais e estimados da correlação entre os dois atributos. Este tipo de análise permite nos tirar várias conclusões, além de comparar as duas metodologias estudadas. No final foi elaborado gráficos que mostram a curva de confiabilidade nas duas metodologias. Nos Gráfico 7, Gráfico 8 e Gráfico 9, podemos verificar que a curva de confiabilidade conjunta estimada é sempre menor que a confiabilidade marginal. Este resultado de certo modo já era esperado. Note que quanto maior o valor de λ , maior é a distância entre a confiabilidade conjunta e a confiabilidade marginal. Note também que a configuração dos parâmetros influencia diretamente a distância entre as confiabilidades marginais. Este resultado demonstra a importância da modelagem bivariada, quando dois atributos tem a mesma importância na classificação de produtos. Através de uma modelagem univariada, não temos o controle simultâneo para os dois atributos. Uma situação em que as duas modelagens são equivalentes, é quando temos independência entre os atributos, o que não é razoável de se supor. De qualquer forma, no capítulo 6 foram feitas estimativas nas duas abordagens, o que mostra a importância de se considerar os produtos como correlacionados.

No final temos os Gráfico 10 e Gráfico 11 que comparam o desvio padrão e o vício para as estimativas feitas pela função de confiabilidade conjunta e pela multiplicação das confiabilidades marginais (supondo independência) para o conjunto de dados gerados a partir de uma distribuição de Weibull bivariada. Os resultados mostram que o vício geralmente é melhor para as estimativas obtidas pela função de confiabilidade conjunta, pois se aproximam mais do valor zero. Quanto ao desvio padrão, observou-se que a partir de uma certa semana o desvio padrão passa a ser menor para o caso em que a estimativa foi obtida pela multiplicação das confiabilidades marginais.

5.5. Conclusões

Este capítulo teve como objetivo a implementação Modelo Paramétrico de Weibull Bi-variado para Modelagem de Dados com Censura Intervalar em R. Foram feitas simulações que mostram a eficácia do modelo em obter as estimativas dos parâmetros, as estimativas da fração de defeituosos em cada semana e a estimativa da correlação entre os dois atributos estudados.

Notou-se que esta eficácia sofre efeito dos parâmetros reais e da correlação real. Em uma plataforma geral concluiu-se que o modelo atende as expectativas. Evidentemente os dados foram gerados segundo uma distribuição de Weibull, e por isso, esta é a suposição que pode limitar a eficácia do modelo em simulações para dados reais.

Através de simulação para os mesmos dados feitas de forma univariada, notamos a importância de uma modelagem conjunta, já que se dois atributos possuem correlação significativa (o que é razoável de se supor na maioria dos casos, já que a aplicação principal é em produtos alimentícios), perderemos informações importantes na modelagem univariada.

Capítulo 6

6.1. Aplicações

Ao longo deste trabalho, foi discutido e descrito um modelo para estudos de avaliações sensoriais em dados com censura intervalar. Este trabalho procurou mostrar uma técnica de modelagem bi-variada, baseada na distribuição de Weibull. O objetivo deste capítulo será de detalhar este modelo em prática, ou seja, utilizá-lo para um conjunto de dados reais.

Como foi discutido ao longo deste trabalho, os produtos alimentícios possuem uma alta probabilidade de sofrerem alterações em sua qualidade ao longo do tempo, então, torna-se obrigatório que as empresas ligadas a produção e conservação de alimentos conduzam pesquisas e experimentos para determinação do tempo de útil dos produtos nas mais variadas condições.

Os estudos microbiológicos e químicos são realizados primeiramente para se estimar o tempo de vida dos produtos. Contudo, quando o consumidor adquire um novo produto, ele não abre mão das avaliações sensoriais, tais como aparência, odor e sabor. Desta forma, os estudos baseados em avaliações sensoriais são essenciais para se determinar o tempo de vida de um produto sob a ótica do consumidor.

Este trabalho representa uma solução para condução desses estudos. Aqui, apresentou-se um modelo que pretende auxiliar nas pesquisas dos mais variados atributos, de forma que agora podemos quantificar a correlação existente entre dois atributos. Essa informação pode ser útil para os casos em que dois ou mais atributos são estudados simultaneamente. Este modelo tem a suposição inicial de distribuição weibull para o tempo de vida dos produtos segundo os atributos.

Ao longo dos capítulos, procurou-se apresentar e descrever a técnica proposta, além de apresentar resultados obtidos para dados simulados. Neste capítulo serão utilizados, ainda, dados reais para estimação do tempo de vida.

Para este trabalho utilizou-se o mesmo banco de dados explorado por FBH e Gomes (2005), referente a uma análise sensorial implementada para um determinado produto desidratado manufaturado, fabricado por uma empresa alimentícia. Detalhes da condução

deste estudo foram apresentados no capítulo 2.

No banco de dados em questão, temos quatro condições de armazenagem para efeito de estudo. Sendo elas:

Refrigeração: Temperatura abaixo de 4°C (foram avaliadas unidades do produto durante 51 semanas).

Temperatura e Umidade Ambiente: níveis monitorados e registrados continuamente por equipamentos. Os produtos armazenados nessa condição sofrem os efeitos das variações diárias de temperatura e umidade (foram avaliadas unidades do produto durante 51 semanas);

Câmara climática: níveis de temperatura e umidade controlados em 30 °C e 80%, respectivamente (foram avaliadas unidades do produto durante 36 semanas);

Estufa: temperatura controlada em 37°C, umidade não controlada, mas registrada diariamente (foram avaliadas unidades do produto durante 18 semanas).

Os produtos armazenados na condição “Refrigeração” foram utilizados somente como padrão de referência em relação a qual das demais unidades do produto eram sempre comparadas.

Como as condições de armazenagem “Câmara climática” e “Estufa” eram condições mais agressivas, o produto degradava-se mais rapidamente e, por isso, os períodos de avaliação das unidades do produto nestas condições eram menores do que nas condições de armazenagem “Refrigeração” e “Ambiente”.

FBH e Gomes (2005) estimaram, para os dados reais, tanto frações de defeituosos em diferentes pontos no tempo como percentis.

Como no modelo proposto por este trabalho, a função de confiabilidade é uma função escada, em que será estimada a fração de defeituosos nos tempos de avaliações pré-determinados.

Assim, utilizando o modelo proposto, a fração de defeituosos será estimada através da seguinte expressão:

$$F_j(\tau_i, \tau_i) = 1 - \exp\left\{-\left[\left(\hat{\alpha}_1 \tau_i\right)^{\left(\hat{\delta}_1 / \hat{\lambda}\right)} + \left(\hat{\alpha}_2 \tau_i\right)^{\left(\hat{\delta}_2 / \hat{\lambda}\right)}\right]^k\right\}$$

Na próxima seção será apresentada a análise dos dados oriundos de avaliações sensoriais para a condição de armazenamento “ambiente”.

6.2. Análise dos Dados Referentes à Condição de Armazenamento “Ambiente”

6.2.1 Análise Utilizando a Distribuição de Weibull Bivariada Para os Atributos “Odor” e “Sabor”

A seguir apresentar-se-á a Tabela 3 com os resultados para os parâmetros estimados pelo modelo proposto neste trabalho para a condição de armazenamento “Ambiente”. Apresentam-se as estimativas dos parâmetros e em seguida as estimativas da fração de defeituosos.

Tabela 3: Estimativa dos parâmetros da distribuição de Weibull bivariada e correlação, para os atributos “odor” e “sabor”, condição de armazenagem ambiente.

Parâmetros	Atributos odor e sabor- Ambiente
$\hat{\alpha}_1$	0,0207
$\hat{\alpha}_2$	0,0209
$\hat{\delta}_1$	1,7336*
$\hat{\delta}_2$	1,7560*
$\hat{\lambda}$	0,4970
Correlação	0,6503

* Indica que os coeficientes são significativamente maiores que 1.

Utilizando a propriedade assintótica dos estimadores de máxima verossimilhança (Cox e Hinkley, 1974), foi possível testar as hipóteses $H_0 : \log(\delta_i) = 0$ versus $H_0 : \log(\delta_i) \neq 0$, $i = 1, 2$. Caso a hipótese nula fosse aceita, seria um indicativo de que $\delta_i = 1$, em que δ_i é o parâmetro de forma da distribuição de weibull. Caso isto aconteça, tem-se um caso particular da distribuição de Weibull, em que se obtém a taxa de falha constante para o atributo associado ao parâmetro i . De acordo com a tabela, foi rejeitada a hipótese de que a taxa de falha seja constante para os atributos estudados.

De acordo com as estimativas de δ_i ($i=1,2$), tem-se uma taxa de falha crescente, pois as estimativas de δ_i são maiores que 1. Além disso, tem-se uma correlação estimada como moderada entre os dois atributos ($r = 0,6503$).

Estas estimativas foram então utilizadas para obtenção das estimativas de fração de defeituosos, utilizando a expressão descrita na seção anterior. Os intervalos de 95% de confiança foram obtidos através do método de Bootstrap (Efron, 1986), em que 1000 reamostras com reposição foram obtidas a partir da amostra original. Para cada nova amostra, foi realizada uma nova estimativa dos parâmetros, e uma nova estimativa da fração de defeituosos em cada semana.

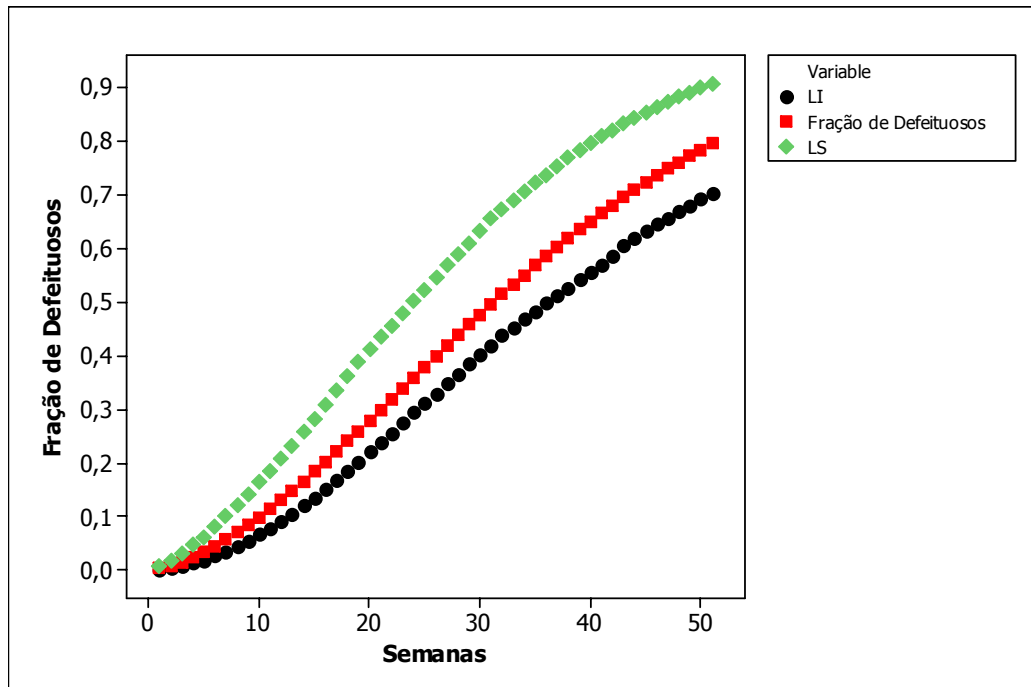
No final, o intervalo de confiança foi obtido calculando os percentis 5% e 95% de todas as estimativas da fração de defeituosos por semana. Ressalta-se que um produto é considerado defeituoso, neste caso, quando o mesmo é reprovado pela avaliação sensorial por pelo menos um dos atributos avaliados.

Tabela 4: Fração de defeituosos estimada e intervalo de confiança aproximado de 95% para os dois atributos. Condição de armazenamento “Ambiente” (51 semanas)

Semana	LI	Fração de Defeituosos	LS
1	0,0008934	0,0026435	0,0059297
2	0,003235	0,0078002	0,0166495
3	0,0068701	0,0147697	0,0303849
4	0,01188	0,0232733	0,0464069
5	0,0182449	0,0331311	0,0610941
6	0,0258897	0,0442071	0,0798081
7	0,0344527	0,0563897	0,1001633
8	0,0439327	0,0695831	0,1206042
9	0,0543963	0,083701	0,1412872
10	0,0660344	0,098662	0,1629016
11	0,078039	0,1143882	0,1856428
12	0,0911174	0,1308056	0,2088357
13	0,1053556	0,1478442	0,2323672
14	0,1202386	0,1654367	0,2563173
15	0,1349379	0,1835186	0,2825019
16	0,1508109	0,2020276	0,3088232
17	0,1673307	0,2209039	0,3352155
18	0,184389	0,2400895	0,3615803
19	0,2019353	0,2595289	0,3873095
20	0,2197432	0,2791684	0,4107358
21	0,2371957	0,2989566	0,4338241
22	0,2549982	0,3188443	0,4565258
23	0,2730931	0,3387842	0,478731
24	0,2931814	0,3587316	0,5006217
25	0,3117113	0,3786436	0,5235003
26	0,3293156	0,3984799	0,5458763
27	0,3469408	0,418202	0,5677151
28	0,3655578	0,4377742	0,5889708
29	0,3841216	0,4571625	0,6096296
30	0,4009071	0,4763356	0,6315332
31	0,4190874	0,4952642	0,6544705
32	0,4374339	0,5139213	0,6730152
33	0,4534657	0,532282	0,690193
34	0,4680633	0,5503237	0,7067295
35	0,4832647	0,5680257	0,722627
36	0,4977653	0,5853698	0,73789
37	0,5121303	0,6023393	0,7543014
38	0,5267226	0,6189198	0,7698104
39	0,5415793	0,6350988	0,7835003
40	0,5562346	0,6508655	0,7965622
41	0,5707219	0,6662109	0,8090087

42	0,5874637	0,6811279	0,8207301
43	0,6042895	0,6956108	0,831867
44	0,6193929	0,7096555	0,8426193
45	0,6320541	0,7232594	0,853075
46	0,6444505	0,7364212	0,8629738
47	0,6565793	0,7491412	0,8726954
48	0,6684384	0,7614205	0,88207
49	0,680026	0,7732616	0,8909071
50	0,6913411	0,784668	0,8991469
51	0,702383	0,7956443	0,9063841

Grafico 1: Fração de defeituosos estimada e intervalo de confiança aproximado de 95% para os dois modelos. Condição de armazenamento “Ambiente”.



Pode-se observar, considerando a condição de armazenagem “ambiente”:

- Há um aumento da fração de defeituosos ao longo do tempo. Notou-se um aumento monótono crescente, o que é de se esperar para um modelo paramétrico.
- O intervalo de confiança apresenta-se mais estreito para as primeiras semanas, sendo que o mesmo tende a ter um alargamento para as semanas seguintes. Percebe-se que de acordo com a Tabela 4, este produto terá uma vida mediana de 32 semanas de acordo com os atributos “odor” e “sabor” nas condições de armazenagem ambiente. Note-se que ao fim das 51 semanas, ainda existirão em torno de 20% dos produtos em condições de consumo.

6.2.2 Análise Utilizando a Modelagem de Cada Atributo Separadamente

Em Freitas, Borges e Ho (2003) os autores obtiveram as seguintes estimativas para os parâmetros da distribuição de Weibull para os atributos odor e sabor separadamente, nesta seção faremos uma comparação entre as estimativas obtidas neste trabalho e as estimativas supondo independência entre os dois atributos. Abaixo apresentamos a Tabela 5 que contém as estimativas obtidas pela Weibull univariada, e que, posteriormente foram utilizadas para calcular a confiabilidade conjunta com suposição de independência.

Tabela 5: Estimativa dos parâmetros da distribuição de Weibull Univariada para os atributos “odor” e “sabor”, condição de armazenagem ambiente.

Atributo	Parâmetros	Atributos odor e sabor- Ambiente
Odor	$\hat{\alpha}_1$	0,0191
	$\hat{\delta}_1$	1,3*
Sabor	$\hat{\alpha}_2$	0,0181
	$\hat{\delta}_2$	1,2*

* Indica que os coeficientes são significativamente maiores que 1.

As estimativas se aproximaram das estimativas obtidas pelo modelo bivariado, principalmente os parâmetros $\hat{\alpha}_1$ e $\hat{\alpha}_2$. Neste caso estamos supondo que $\lambda = 1$ e portanto as variáveis seriam não correlacionadas.

Portanto, para cada semana τ_i , segundo independência, temos:

$$1 - \hat{R}(\tau_i, \tau_i) = 1 - \exp\left\{\left[(\hat{\alpha}_1 \tau_i)^{\delta_1}\right] \exp\left[(\hat{\alpha}_2 \tau_i)^{\delta_2}\right]\right\}$$

A Tabela 6: estimativas pontuais da fração de defeituosos nas semanas 5, 20 e 35, obtidos pelas duas abordagens (Coeficiente de correlação = 0,65) apresenta o resultado comparativo para 3 semanas selecionadas (estimativas pontuais) da confiabilidade do produto em questão através do modelo bivariado e do modelo univariado. Note que as estimativas para o modelo bivariado se apresentam menores. Este resultado é de certa forma esperado, pois segundo as expressões abaixo:

$$1 - P(A \cap B) = 1 - P(A) \times P(B) \text{ supondo independência}$$

$$1 - P(A \cap B) = 1 - P(A) \times P(B|A) \text{ supondo correlação}$$

Se a correlação existe e é positiva conforme mostrado na Tabela 3, então esperamos que a probabilidade de B acontecer dado que A já aconteceu irá aumentar e portanto a probabilidade supondo correlação deverá ser menor, conforme apresentado na tabela

Tabela 6: estimativas pontuais da fração de defeituosos nas semanas 5, 20 e 35, obtidos pelas duas abordagens (Coeficiente de correlação =0,65)

Semana	Weibull Bivariada	Weibulls indep
1	0.0331	0.1059
20	0.2792	0.2897
35	0.568	0.803923424

6.3. Análise dos dados referentes às condições de armazenagem “Câmara climática” e “Estufa”

6.3.1 Análise Utilizando a Distribuição de Weibull Bivariada Para os Atributos “Odor” e “Sabor”

A Tabela 7 e Tabela 8 apresenta os resultados das estimativas dos parâmetros para as condições de armazenagem “Câmara” e “Estufa”. Novamente, utilizou-se a propriedade de normalidade assintótica dos estimadores para testar as hipóteses $H_0 : \log(\delta_i) = 0$ versus $H_0 : \log(\delta_i) \neq 0$, $i= 1, 2$, para cada condição de armazenagem. As frações de defeituosos são representadas na Tabela 9 e Grafico 2.

Tabela 7: Estimativa dos parâmetros da distribuição de Weibull bivariada e correlação, para os atributos “odor” e “sabor”, condição de armazenagem “Câmara Climática” .

Parâmetros	Atributos odor e sabor- Câmara
$\hat{\alpha}_1$	0,037
$\hat{\alpha}_2$	0,033
$\hat{\delta}_1$	1,482*
$\hat{\delta}_2$	1,796*
$\hat{\lambda}$	0,245
Correlação	0,891

* Indica que os coeficientes são significativamente maiores que 1.

Tabela 8: Estimativa dos parâmetros da distribuição de Weibull bivariada e correlação, para os atributos “odor” e “sabor”, condição de armazenagem “Estufa”.

Parâmetros	Atributos odor e sabor- Estufa
$\hat{\alpha}_1$	0,068
$\hat{\alpha}_2$	0,067
$\hat{\delta}_1$	1,380
$\hat{\delta}_2$	2,559
$\hat{\lambda}$	0,453
Correlação	0,684

* Indica que os coeficientes são significativamente maiores que 1.

Tabela 9: Fração de defeituosos estimada e intervalo de confiança aproximado de 95% para os dois atributos. Condição de armazenamento “Câmara” (36 semanas)

Semanas	LI	Fração de Defeituosos	LS
1	0,0033015	0,0092848	0,0207645
2	0,0106694	0,0251286	0,0514415
3	0,0218608	0,04513	0,0868346
4	0,0370892	0,0683296	0,1250806
5	0,0559639	0,0940905	0,1650476
6	0,0744354	0,1219193	0,2058383
7	0,0950671	0,1514046	0,2469166
8	0,1193746	0,1821889	0,2878506
9	0,1440625	0,2139551	0,3282818
10	0,1686151	0,2464181	0,3679263
11	0,1939954	0,2793201	0,4062948
12	0,2200333	0,3124281	0,4421911
13	0,2465713	0,3455314	0,4768009
14	0,2738316	0,3784404	0,5100528
15	0,3031515	0,4109857	0,541898
16	0,3295979	0,4430167	0,5723068
17	0,3559565	0,474401	0,6030035
18	0,3821351	0,5050238	0,6352241
19	0,408052	0,5347866	0,6657962
20	0,4343494	0,5636067	0,6913075
21	0,4603898	0,5914162	0,7154074
22	0,4895799	0,618161	0,7379438
23	0,5183077	0,6438001	0,7600171
24	0,5464697	0,6683042	0,7817621

25	0,5731725	0,6916554	0,8025384
26	0,5934773	0,7138454	0,8215382
27	0,6131342	0,7348753	0,8390687
28	0,6322025	0,7547543	0,8551953
29	0,6506119	0,7734988	0,8699875
30	0,6713022	0,7911315	0,8835177
31	0,6919554	0,8076809	0,8957473
32	0,7117581	0,82318	0,9068794
33	0,7307024	0,8376655	0,9169872
34	0,7487854	0,8511769	0,9261422
35	0,7660089	0,863755	0,9348764
36	0,7823793	0,8754412	0,9429778

Grafico 2: Fração de defeituosos estimada e intervalo de confiança aproximado de 95% para os dois atributos. Condição de armazenamento câmara

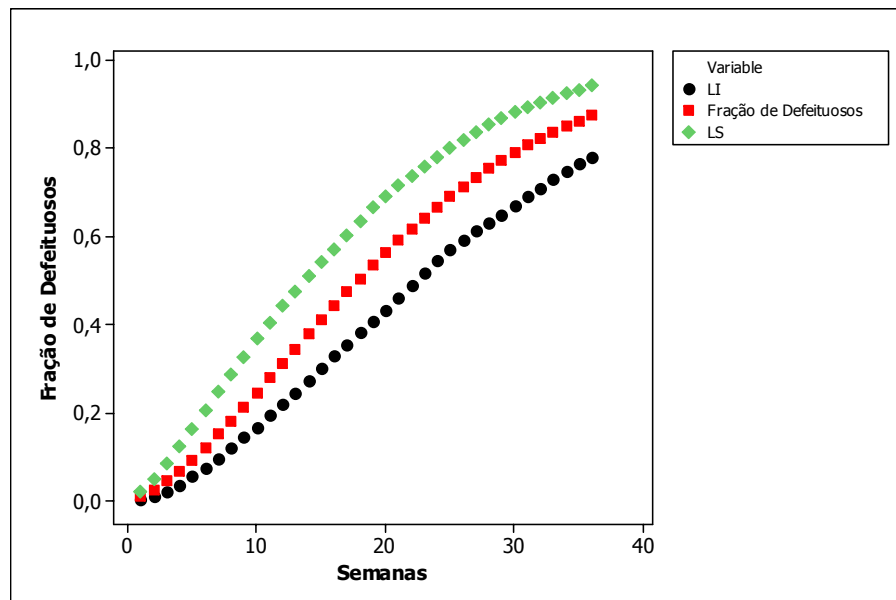
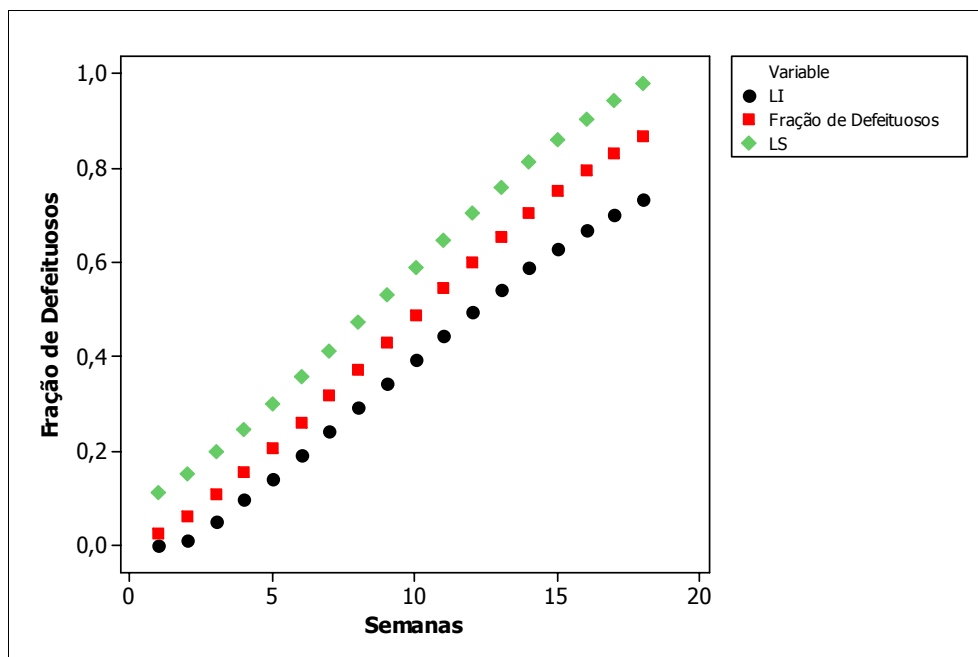


Tabela 10: Fração de defeituosos estimada e intervalo de confiança aproximado de 95% para os dois atributos. Condição de armazenamento “Estufa” (18 semanas)

Semanas	LI	Fração de Defeituosos	LS
1	0,0001	0,024263	0,11189
2	0,011894	0,062047	0,150808
3	0,051696	0,106468	0,196562
4	0,095352	0,155192	0,246748
5	0,141731	0,206954	0,300063
6	0,190118	0,260958	0,355687
7	0,23999	0,316618	0,413017
8	0,290883	0,373418	0,471521
9	0,342322	0,430828	0,530653
10	0,393777	0,488256	0,589803
11	0,444652	0,545036	0,648287
12	0,494297	0,600443	0,705356
13	0,542035	0,653722	0,760234
14	0,587205	0,704135	0,812159
15	0,629208	0,751013	0,860444
16	0,667547	0,793803	0,904517
17	0,701865	0,832103	0,943967
18	0,731961	0,865693	0,978564

Grafico 3: Fração de defeituosos estimada e intervalo de confiança aproximado de 95% para os dois Atributos. Condição de armazenamento “Estufa”.



Resulta, então, poder dizer que a condição de armazenagem parece interferir de forma considerável no tempo de vida do produto. Notou-se que a mediana do tempo de vida do produto é igual a 18 semanas para a condição de armazenamento “Câmara” e dez semanas para a condição de armazenamento “estufa”. Como se supôs que nos três casos os dados provêm de uma distribuição de Weibull, têm-se as mesmas particularidades para todos os resultados.

Verificou-se, ainda, que a curva estimada de fração de defeituosos apresenta-se crescente monótona, com intervalo de confiança que se alarga com o passar do tempo. Outra particularidade observada é o fato de haver uma diminuição na taxa de falha com o passar do tempo, pois foi identificado que a curva parece ter uma diminuição da inclinação para as semanas finais.

6.3.1 Análise Utilizando a Modelagem de Cada Atributo Separadamente

Assim como na seção 6.2.2. Faremos novamente uma comparação das estimativas de Freitas, Borges e Ho (2003) e as estimativas obtidas neste trabalho, para a condição de armazenagem estufa.

Tabela 11: Estimativa dos parâmetros da distribuição de Weibull Univariada para os atributos “odor” e “sabor”, condição de armazenagem “Câmara Climática”.

Atributo	Parâmetros	Atributos odor e sabor- Ambiente
Odor	$\hat{\alpha}_1$	0,0302
	$\hat{\delta}_1$	1,6*
Sabor	$\hat{\alpha}_2$	0,0358
	$\hat{\delta}_2$	1,4*

* Indica que os coeficientes são significativamente maiores que 1.

Tabela 12: Estimativa dos parâmetros da distribuição de Weibull Univariada para os atributos “odor” e “sabor”, condição de armazenagem “Estufa”.

Atributo	Parâmetros	Atributos odor e sabor-esfufa
Odor	$\hat{\alpha}_1$	0,0596
	$\hat{\delta}_1$	1,6*
Sabor	$\hat{\alpha}_2$	0,0659
	$\hat{\delta}_2$	1,4*

* Indica que os coeficientes são significativamente maiores que 1.

As estimativas novamente se aproximaram das estimativas obtidas pelo modelo bivariado, principalmente os parâmetros $\hat{\alpha}_1$ e $\hat{\alpha}_2$.

As Tabela 13 e Tabela 14 novamente apresenta o resultado comparativo para 3 semanas selecionadas (estimativas pontuais) da confiabilidade do produto em questão através do modelo bivariado e do modelo univariado. Note que as estimativas para o modelo bivariado sempre se apresentam menores, por motivo já explicado em 6.2.2.

Tabela 13: estimativas pontuais da fração de defeituosos nas semanas 5, 20 e 35, obtidos pelas duas abordagens (Condição Camara Climática, correlação estimada = 0,891)

Semana	Weibull Bivariada	Weibulls indep
1	0,0940	0,12935
20	0,5636	0,6579
35	0,8637	0,9681

Tabela 14: estimativas pontuais da fração de defeituosos nas semanas 5, 20 e 35, obtidos pelas duas abordagens (Condição Estufa, correlação estimada = 0,684)

Semana	Weibull Bivariada	Weibulls indep
1	0,024263	0,1711
10	0,430828	0,8468
35	0,865693	0,9658

6.4. Conclusões da Análise de Dados

No capítulo anterior, o objetivou-se apresentar a aplicação prática da técnica de modelagem discutida neste trabalho. Com base nos procedimentos e através de rotinas de programação, foi possível obter as estimativas da fração de defeituosos para dados reais, oriundos de avaliações sensoriais, de um produto desidratado manufaturado, fabricado por uma empresa alimentícia. A principal contribuição foi fornecer a estimativa da correlação entre dois atributos, além de fornecer a fração de defeituosos conjunta.

Com base na análise dos resultados, percebeu-se que a fração de defeituosos estimada cresce ao longo do tempo. Tem-se também um intervalo de confiança que se alarga para as semanas posteriores. Além disso, observa-se que para todos os casos tem-se uma correlação considerável entre os dois atributos estudados, sendo que a correlação entre os dois atributos se apresentou maior para o caso em que a condição de armazenagem em câmara.

As particularidades observadas para as curvas de vida estimadas são as mesmas, já que foram estimadas com base no mesmo modelo. Verificou-se também uma taxa de falha não constante, demonstrada pela não linearidade da curva de fração de defeituosos. Um resultado interessante é que o produto parece ter um tempo de vida maior para a condição de armazenagem ambiente, segundo as tabelas, a curva de sobrevida e a mediana estimada. Para as estimativas obtidas em Freitas, Borges e Ho (2003), percebe-se valores muito próximos aos estimados neste trabalho. Porém nas estimativas da confiabilidade percebe-se valores menores para as estimativas deste trabalho, o que era de se esperar, já que as estimativas da confiabilidade conjunta para os dados de Freitas, Borges e Ho, supoe independência e consiste apenas na multiplicação das confiabilidades marginais.

Capítulo 7

7.1. Conclusões Finais

Esta dissertação apresentou uma nova alternativa para modelagem de dados com censura intervalar, através da distribuição de Weibull Bivariada. A principal contribuição proporcionada por este novo modelo é a possibilidade de estimar a correlação entre atributos, além de fornecer estimativas de fração de defeituosos que levam em consideração dois atributos e a correlação existente entre eles.

Ao longo dos capítulos, procurou-se definir o problema, mostrar a sua importância, apresentar as soluções já existentes e propor uma alternativa, além de fornecer resultados interessantes feitos com dados simulados a partir de parâmetros pré-definidos e dados reais.

A principal limitação do modelo apresentado é a suposição de que os dados provêm de uma distribuição de Weibull bivariada. De qualquer forma, a grande literatura existente sobre o assunto menciona esta distribuição como sendo a principal distribuição para tempo de vida de produtos.

Existem várias possibilidades de continuidade deste trabalho. Entre elas, destacam-se a modelagem segundo outra distribuição bivariada, a modelagem com covariáveis e a modelagem para mais de dois atributos, além da modelagem sem a dicotomização do escore atribuído pelos julgadores.

Referências Bibliográficas

- [1] CASELLA, G. e LEHMAN, E. L. Theory of Point Estimation. New York: Springer Verlag, 1998.
- [2] COX, R. D., e HINKLEY D. C., Theoretical Statistical. London: Chapman and Hall, 1974.
- [3] DETHMERS, A. E., Utilizing Sensory evaluation to determine product shelf life. Food Technology, vol. 33 (9): 40-42, 1979.
- [4] FREITAS M. A., BORGES W., HO LL., A Statistical Model for shelf live estimation using sensory evaluations scores. Communication in Statistical- Theory e Methods, vol. 32, no 8, pp. 1559-1589, 2003.
- [5] FREITAS, M. A., BORGES, W., HO, LL., Sample Plans Comparisons for Shelf Life estimation using sensory evaluation score, 2004.
- [6] GACULA, M. C. Jr., KUBALA, J. J., The design of experiments for shelf life study. Journal of Food Science, 40: 399-403 (1975).
- [7] GACULA, M. C. Jr., KUBALA, J. J., Statistical model for shelf life failure. Journal of Food Science, 40: 404-409 (1975).
- [8] JOHNSON, RICHARD A.; EVANS, JAMES W.; GREEN, DAVID W. Some bivariate distributions for modeling the strength properties of lumber. Res. Pap. FPL-RP-575. Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory. 11p, 3-5 (1999).
- [9] EFRON, B. & TIBSHIRANI, R.. "Bootstrap methods for standard errors, confidence intervals and other measures of statistical accuracy". Statistical Science, 1, 54-77 (1986).
- [10] MARSHALL, ALBERT W & OLKIN, INGRAM; "A Family of Bivariate Distributions Generated by the Bivariate Bernoulli Distribution". Journal of the American Statistical Association, 390: 332-338 (1985)

Anexos

Tabela 15: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para a distribuição Weibull Bivariada com ($\alpha_1=0,035$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 1,6$; $\lambda= 0,2$)

<i>Semana</i>	<i>Valor Real</i>	<i>Valor estimado</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Vício</i>	<i>EQM</i>
1	0,0177462	0,0136141	0,008201958	-0,0041321	8,43E-05
2	0,0403305	0,0322875	0,015441548	-0,008043	3,03E-04
3	0,0648488	0,0535844	0,021744779	-0,0112644	6,00E-04
4	0,0904911	0,0767029	0,027169345	-0,0137882	9,28E-04
5	0,1168332	0,1011733	0,031774513	-0,0156599	1,25E-03
6	0,1436092	0,1266689	0,035619088	-0,0169403	1,56E-03
7	0,1706352	0,1529406	0,038761038	-0,0176946	1,82E-03
8	0,1977753	0,1797881	0,041257306	-0,0179872	2,03E-03
9	0,2249242	0,2070436	0,043163647	-0,0178806	2,18E-03
10	0,2519968	0,2345636	0,044534468	-0,0174332	2,29E-03
11	0,278922	0,2622228	0,045422676	-0,0166992	2,34E-03
12	0,3056384	0,2899104	0,045879555	-0,015728	2,35E-03
13	0,3320924	0,3175278	0,04595465	-0,0145646	2,32E-03
14	0,3582354	0,3449863	0,045695682	-0,0132491	2,26E-03
15	0,3840237	0,3722063	0,045148479	-0,0118174	2,18E-03
16	0,4094172	0,3991158	0,044356908	-0,0103014	2,07E-03
17	0,4343787	0,4256499	0,043362829	-0,0087288	1,96E-03
18	0,4588743	0,4517501	0,042206034	-0,0071242	1,83E-03
19	0,4828727	0,4773639	0,040924173	-0,0055088	1,71E-03
20	0,5063453	0,5024444	0,039552665	-0,0039009	1,58E-03
21	0,5292662	0,52695	0,038124566	-0,0023162	1,46E-03
22	0,551612	0,550844	0,036670404	-0,000768	1,35E-03
23	0,5733622	0,5740946	0,035217968	0,0007324	1,24E-03
24	0,5944989	0,5966744	0,033792053	0,0021755	1,15E-03
25	0,6150068	0,6185606	0,032414167	0,0035538	1,06E-03
26	0,6348732	0,6397344	0,031102209	0,0048612	9,91E-04
27	0,6540884	0,6601811	0,029870156	0,0060927	9,29E-04
28	0,6726448	0,6798897	0,028727815	0,0072449	8,78E-04
29	0,6905378	0,6988526	0,027680741	0,0083148	8,35E-04
30	0,7077647	0,7170654	0,02673044	0,0093007	8,01E-04

31	0,7243258	0,7345265	0,025874877	0,0102007	7,74E-04
32	0,7402229	0,7512367	0,025109241	0,0110138	7,52E-04
33	0,7554606	0,7671989	0,02442679	0,0117383	7,34E-04
34	0,7700449	0,7824183	0,023819561	0,0123734	7,20E-04
35	0,7839841	0,7969022	0,023278837	0,0129181	7,09E-04
36	0,7972877	0,81066	0,02279535	0,0133723	6,98E-04

R estimado	0,9198583
R real	0,9123682
Vicio	-0,0074901

Tabela 16 : Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 1 com ($\alpha=0,035$; $\delta= 1,2$)

Semana	Valor Real	Valor estimado	Desvio Padrão	Vício	Vício Relativo	EQM
1	0,01774191	0,013995	0,009158	-0,00374692	21,11903397	9,79E-05
2	0,04029191	0,032731	0,016712	-0,00756073	18,76488357	3,36E-04
3	0,06471142	0,053859	0,02309	-0,01085264	16,77082654	6,51E-04
4	0,09015679	0,07659	0,028457	-0,01356707	15,0483064	9,94E-04
5	0,11617301	0,100461	0,032929	-0,01571226	13,52487983	1,33E-03
6	0,14246751	0,12515	0,036602	-0,01731707	12,15510119	1,64E-03
7	0,16883468	0,150416	0,039554	-0,01841876	10,90934635	1,90E-03
8	0,19512228	0,176064	0,041861	-0,0190581	9,767259792	2,12E-03
9	0,22121386	0,201937	0,043588	-0,01927708	8,714227942	2,27E-03
10	0,24701847	0,227901	0,044797	-0,01911758	7,739332205	2,37E-03
11	0,27246422	0,253844	0,045548	-0,01862067	6,83417074	2,42E-03
12	0,29749388	0,279668	0,045893	-0,01782606	5,992076207	2,42E-03
13	0,32206185	0,30529	0,045886	-0,01677184	5,207645674	2,39E-03
14	0,34613193	0,330638	0,045574	-0,01549422	4,476391415	2,32E-03
15	0,3696756	0,355648	0,045004	-0,01402739	3,794513352	2,22E-03
16	0,39267076	0,380267	0,044219	-0,01240347	3,15874551	2,11E-03
17	0,41510066	0,404448	0,04326	-0,01065243	2,566228153	1,98E-03
18	0,43695311	0,428151	0,042164	-0,0088021	2,014426674	1,86E-03
19	0,45821978	0,451342	0,040969	-0,00687815	1,501059164	1,73E-03
20	0,47889563	0,473991	0,039708	-0,00490415	1,02405403	1,60E-03
21	0,49897848	0,496077	0,038411	-0,0029016	0,581508044	1,48E-03
22	0,51846855	0,517579	0,037109	-0,00088997	0,171653613	1,38E-03
23	0,53736816	0,538481	0,035827	0,00111319	0,207155928	1,28E-03
24	0,55568142	0,558774	0,034588	0,00309223	0,556475327	1,21E-03
25	0,573414	0,578447	0,033413	0,00503324	0,877767198	1,14E-03
26	0,59057286	0,597497	0,032319	0,00692406	1,172431121	1,09E-03
27	0,60716612	0,61592	0,03132	0,00875409	1,441794875	1,06E-03
28	0,62320283	0,633717	0,030425	0,01051428	1,687136113	1,04E-03
29	0,63869286	0,65089	0,029642	0,01219698	1,909678464	1,03E-03
30	0,65364676	0,667443	0,028971	0,01379586	2,110598697	1,03E-03
31	0,66807561	0,683381	0,028412	0,01530587	2,291038585	1,04E-03
32	0,68199097	0,698714	0,027958	0,01672303	2,452089652	1,06E-03
33	0,69540477	0,713449	0,027603	0,01804445	2,594812515	1,09E-03
34	0,7083292	0,727597	0,027336	0,01926818	2,72022952	1,12E-03
35	0,72077666	0,74117	0,027145	0,02039316	2,829331349	1,15E-03
36	0,73275973	0,754179	0,027017	0,02141909	2,923071387	1,19E-03

Tabela 17: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 2 com ($\alpha=0,035$; $\delta= 1,6$)

Semana	Valor Real	Valor estimado	Desvio Padrão	Vício	Vício Relativo	EQM
1	0,004672	0,00414	0,00276	-0,0005323	11,3927	7,90E-06
2	0,014095	0,012454	0,006598	-0,0016412	11,64317	4,62E-05
3	0,026793	0,023793	0,010738	-0,0030002	11,19758	1,24E-04
4	0,042121	0,037658	0,014912	-0,004463	10,59581	2,42E-04
5	0,059645	0,053708	0,018969	-0,0059369	9,953673	3,95E-04
6	0,079031	0,071675	0,022807	-0,0073562	9,308033	5,74E-04
7	0,099997	0,091325	0,026358	-0,0086728	8,672993	7,70E-04
8	0,122302	0,112451	0,029573	-0,0098508	8,05451	9,72E-04
9	0,145728	0,134864	0,032421	-0,0108644	7,455239	1,17E-03
10	0,170081	0,158385	0,034881	-0,0116954	6,876381	1,35E-03
11	0,195182	0,182849	0,036945	-0,0123325	6,318481	1,52E-03
12	0,220867	0,208097	0,038613	-0,01277	5,781771	1,65E-03
13	0,246987	0,23398	0,03989	-0,0130072	5,266346	1,76E-03
14	0,273404	0,260356	0,040791	-0,0130475	4,77223	1,83E-03
15	0,29999	0,287092	0,041334	-0,0128978	4,299419	1,87E-03
16	0,326629	0,31406	0,041542	-0,0125683	3,847888	1,88E-03
17	0,353214	0,341143	0,041443	-0,0120714	3,417599	1,86E-03
18	0,379648	0,368227	0,041066	-0,0114217	3,008494	1,82E-03
19	0,405844	0,395208	0,040444	-0,0106351	2,620495	1,75E-03
20	0,43172	0,421991	0,039613	-0,0097288	2,253496	1,66E-03
21	0,457206	0,448486	0,038607	-0,0087206	1,907359	1,57E-03
22	0,482239	0,47461	0,037464	-0,0076286	1,58191	1,46E-03
23	0,506761	0,50029	0,036219	-0,006471	1,276935	1,35E-03
24	0,530725	0,525459	0,03491	-0,0052657	0,992175	1,25E-03
25	0,554087	0,550057	0,033572	-0,00403	0,727329	1,14E-03
26	0,576811	0,57403	0,032237	-0,0027805	0,482045	1,05E-03
27	0,598867	0,597335	0,030935	-0,0015327	0,255928	9,59E-04
28	0,620231	0,61993	0,029695	-0,000301	0,048532	8,82E-04
29	0,640883	0,641785	0,028538	0,00090128	0,140631	8,15E-04
30	0,660809	0,662871	0,027483	0,00206236	0,312096	7,60E-04
31	0,679999	0,68317	0,02654	0,00317179	0,466441	7,14E-04
32	0,698446	0,702666	0,025717	0,00422056	0,604279	6,79E-04
33	0,716149	0,72135	0,025012	0,00520113	0,726264	6,53E-04
34	0,733109	0,739217	0,024419	0,00610739	0,83308	6,34E-04
35	0,749331	0,756266	0,023928	0,0069346	0,925439	6,21E-04
36	0,764822	0,772502	0,023523	0,00767941	1,004077	6,12E-04

Grafico 4: Comparação da curva de confiabilidade conjunta e a confiabilidade de cada atributo separadamente ($\alpha_1=0,035$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 1,6$; $\lambda= 0,2$)

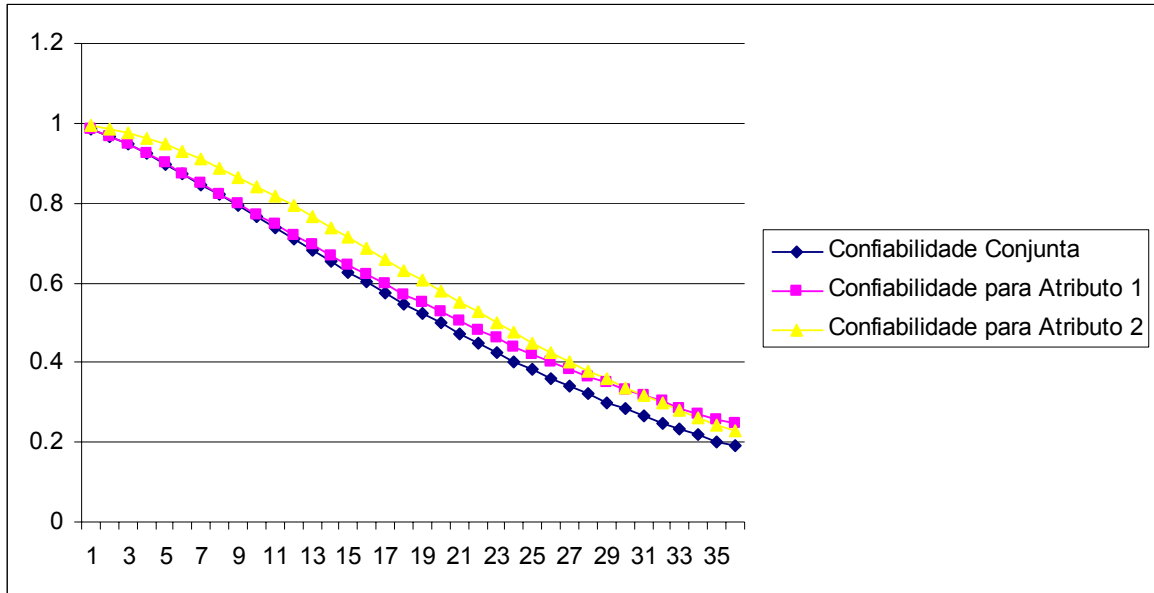


Tabela 18: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para a distribuição Weibull Bivariada com ($\alpha_1=0,035$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 1,6$; $\lambda= 0,5$)

	<i>Valor Real</i>	<i>Valor estimado</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Vício</i>	<i>EQM</i>
1	0,0183334	0,0144861	0,008640704	-0,0038473	8,95E-05
2	0,0425743	0,0349733	0,015215959	-0,007601	2,89E-04
3	0,0696575	0,0588586	0,020808325	-0,0107989	5,50E-04
4	0,0986138	0,0851899	0,025577495	-0,0134239	8,34E-04
5	0,1288658	0,11337	0,029607578	-0,0154958	1,12E-03
6	0,1600034	0,1429578	0,032959597	-0,0170456	1,38E-03
7	0,1917092	0,1736001	0,035685709	-0,0181091	1,60E-03
8	0,2237255	0,2050007	0,037834504	-0,0187248	1,78E-03
9	0,2558371	0,2369043	0,039453269	-0,0189328	1,92E-03
10	0,2878619	0,2690876	0,040588936	-0,0187743	2,00E-03
11	0,3196437	0,3013532	0,041288403	-0,0182905	2,04E-03
12	0,3510485	0,3335261	0,041598519	-0,0175224	2,04E-03
13	0,3819613	0,3654507	0,041565864	-0,0165106	2,00E-03
14	0,4122836	0,3969894	0,041236435	-0,0152942	1,93E-03
15	0,4419315	0,4280205	0,040655255	-0,013911	1,85E-03
16	0,4708343	0,4584375	0,039865952	-0,0123968	1,74E-03
17	0,4989334	0,4881476	0,038910327	-0,0107858	1,63E-03
18	0,5261806	0,5170712	0,037827915	-0,0091094	1,51E-03
19	0,5525375	0,5451408	0,03665555	-0,0073967	1,40E-03
20	0,5779747	0,5723002	0,03542696	-0,0056745	1,29E-03
21	0,6024705	0,598504	0,034172371	-0,0039665	1,18E-03
22	0,6260105	0,6237165	0,032918169	-0,002294	1,09E-03
23	0,6485868	0,6479112	0,031686613	-0,0006756	1,00E-03
24	0,6701973	0,6710703	0,030495634	0,000873	9,31E-04
25	0,6908451	0,6931834	0,02935874	0,0023383	8,67E-04
26	0,7105379	0,7142475	0,028285064	0,0037096	8,14E-04
27	0,7292874	0,7342659	0,027279555	0,0049785	7,69E-04
28	0,7471091	0,7532477	0,02634334	0,0061386	7,32E-04
29	0,7640213	0,7712072	0,025474223	0,0071859	7,01E-04
30	0,7800451	0,7881632	0,024667313	0,0081181	6,74E-04
31	0,795204	0,8041384	0,023915718	0,0089344	6,52E-04
32	0,8095231	0,819159	0,023211262	0,0096359	6,32E-04
33	0,8230292	0,8332542	0,022545158	0,010225	6,13E-04
34	0,8357502	0,8464553	0,021908612	0,0107051	5,95E-04
35	0,8477151	0,8587958	0,021293305	0,0110807	5,76E-04
36	0,8589535	0,8703105	0,020691755	0,011357	5,57E-04

R estimado	0,636017
R real	0,6154096
Vício	-0,0206074

Tabela 19: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 1 ($\alpha=0,035$; $\delta= 1,2$)

Semana	Valor Real	Valor estimado	Desvio Padrão	Vício	Vício Relativo	EQM
1	0,017742	0,011839	0,006277534	-0,00590289	33,27088233	7,43E-05
2	0,040292	0,028917	0,012216813	-0,01137463	28,23055546	2,79E-04
3	0,064711	0,048731	0,017480056	-0,0159808	24,69548652	5,61E-04
4	0,090157	0,070429	0,022051468	-0,01972753	21,88135802	8,75E-04
5	0,116173	0,093509	0,025954511	-0,02266394	19,50878263	1,19E-03
6	0,142468	0,117617	0,02922599	-0,02485032	17,44279801	1,47E-03
7	0,168835	0,142485	0,031908632	-0,02634993	15,60694165	1,71E-03
8	0,195122	0,167896	0,034048045	-0,02722599	13,95329636	1,90E-03
9	0,221214	0,193674	0,03569118	-0,02754031	12,44963132	2,03E-03
10	0,247018	0,219666	0,036885411	-0,02735258	11,07309101	2,11E-03
11	0,272464	0,245744	0,037677937	-0,02672001	9,806795916	2,13E-03
12	0,297494	0,271797	0,038115343	-0,025697	8,637824751	2,11E-03
13	0,322062	0,297727	0,038243274	-0,02433507	7,556023789	2,05E-03
14	0,346132	0,323449	0,038106168	-0,02268273	6,553203572	1,97E-03
15	0,369676	0,34889	0,037747036	-0,02078543	5,622613448	1,86E-03
16	0,392671	0,373985	0,037207259	-0,01868554	4,75857688	1,73E-03
17	0,415101	0,398678	0,036526388	-0,01642241	3,956247624	1,60E-03
18	0,436953	0,422921	0,035741942	-0,01403238	3,211415522	1,47E-03
19	0,45822	0,446671	0,034889169	-0,01154882	2,520366973	1,35E-03
20	0,478896	0,469893	0,03400078	-0,00900226	1,879795813	1,24E-03
21	0,498978	0,492558	0,03310664	-0,00642043	1,28671481	1,14E-03
22	0,518469	0,51464	0,032233402	-0,00382837	0,738399658	1,05E-03
23	0,537368	0,53612	0,031404136	-0,00124854	0,232343502	9,88E-04
24	0,555681	0,55698	0,030637934	0,00129905	0,233776037	9,40E-04
25	0,573414	0,577211	0,029949583	0,00379675	0,662130677	9,11E-04
26	0,590573	0,596802	0,029349332	0,00622913	1,054760627	9,00E-04
27	0,607166	0,615749	0,028842822	0,00858283	1,413588426	9,06E-04
28	0,623203	0,634049	0,028431227	0,01084648	1,74044139	9,26E-04
29	0,638693	0,651703	0,028111624	0,01301054	2,037057374	9,60E-04
30	0,653647	0,668714	0,027877568	0,01506715	2,305090597	1,00E-03
31	0,668076	0,685086	0,02771982	0,0170101	2,546133962	1,06E-03
32	0,681991	0,700826	0,027627167	0,01883457	2,761703722	1,12E-03
33	0,695405	0,715942	0,027587231	0,02053708	2,953255555	1,18E-03
34	0,708329	0,730445	0,027587218	0,02211542	3,12219516	1,25E-03
35	0,720777	0,744345	0,027614539	0,02356843	3,269865869	1,32E-03
36	0,73276	0,757656	0,027657302	0,02489596	3,397561162	1,38E-03

Tabela 20: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 1 ($\alpha=0,035$; $\delta= 1,2$)

Semana	Valor Real	Valor estimado	Desvio Padrão	Vicio	Vicio Relativo	EQM
1	0,004672	0,004959	0,003724	0,00028687	6,140408	1,40E-05
2	0,014095	0,01432	0,008477	0,00022412	1,590027	7,19E-05
3	0,026793	0,026737	0,013418	-5,56E-05	0,207514	1,80E-04
4	0,042121	0,041655	0,018273	-0,0004651	1,104293	3,34E-04
5	0,059645	0,058702	0,022894	-0,0009431	1,581139	5,25E-04
6	0,079031	0,077588	0,027187	-0,001443	1,825845	7,41E-04
7	0,099997	0,098069	0,03109	-0,0019287	1,928755	9,70E-04
8	0,122302	0,11993	0,034565	-0,0023719	1,939417	1,20E-03
9	0,145728	0,142977	0,037587	-0,0027508	1,887621	1,42E-03
10	0,170081	0,167032	0,040147	-0,0030488	1,79255	1,62E-03
11	0,195182	0,191928	0,042244	-0,0032541	1,667235	1,80E-03
12	0,220867	0,217508	0,043884	-0,0033592	1,520919	1,94E-03
13	0,246987	0,243627	0,045082	-0,00336	1,360393	2,04E-03
14	0,273404	0,270148	0,045859	-0,0032557	1,190789	2,11E-03
15	0,29999	0,296942	0,046238	-0,0030481	1,016083	2,15E-03
16	0,326629	0,323887	0,046248	-0,0027418	0,83941	2,15E-03
17	0,353214	0,350871	0,04592	-0,0023428	0,66328	2,11E-03
18	0,379648	0,377789	0,04529	-0,0018592	0,489726	2,05E-03
19	0,405844	0,404543	0,044392	-0,0013003	0,320399	1,97E-03
20	0,43172	0,431044	0,043265	-0,0006763	0,156652	1,87E-03
21	0,457206	0,457208	0,041945	1,891E-06	0,000414	1,76E-03
22	0,482239	0,482962	0,040473	0,0007229	0,149906	1,64E-03
23	0,506761	0,508237	0,038886	0,00147524	0,291111	1,51E-03
24	0,530725	0,532972	0,037223	0,00224746	0,423469	1,39E-03
25	0,554087	0,557115	0,03552	0,00302841	0,54656	1,27E-03
26	0,576811	0,580618	0,033813	0,00380741	0,660079	1,16E-03
27	0,598867	0,603442	0,032136	0,00457436	0,763835	1,05E-03
28	0,620231	0,625551	0,030521	0,0053199	0,857729	9,60E-04
29	0,640883	0,646919	0,028994	0,00603554	0,941754	8,77E-04
30	0,660809	0,667523	0,027581	0,00671367	1,015978	8,06E-04
31	0,679999	0,687346	0,026301	0,00734768	1,080543	7,46E-04
32	0,698446	0,706378	0,025165	0,00793193	1,135654	6,96E-04
33	0,716149	0,724611	0,024182	0,00846183	1,181574	6,56E-04
34	0,733109	0,742043	0,023351	0,00893378	1,218615	6,25E-04
35	0,749331	0,758676	0,022664	0,00934518	1,247136	6,01E-04
36	0,764822	0,774517	0,022111	0,00969437	1,267532	5,83E-04

Grafico 5: Comparação da curva de confiabilidade conjunta e a confiabilidade de cada atributo separadamente ($\alpha_1=0,035$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 1,6$; $\lambda= 0,5$)

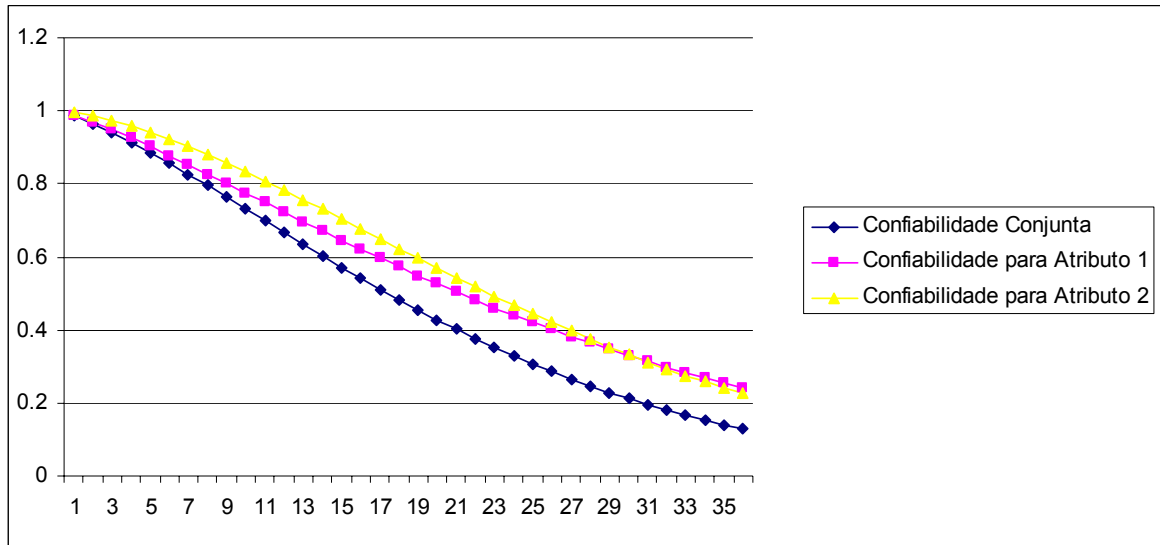


Tabela 21: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para a distribuição Weibull Bivariada com ($\alpha_1=0,035$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 1,6$; $\lambda= 0,9$)

<i>Semana</i>	<i>Valor Real</i>	<i>Valor estimado</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Vício</i>	<i>EQM</i>
1	0,02126507	0,01628636	0,008384218	-0,0049787	9,51E-05
2	0,05097572	0,04033686	0,016060521	-0,0106389	3,71E-04
3	0,08483684	0,06874457	0,023048014	-0,0160923	7,90E-04
4	0,12131186	0,10020504	0,029377303	-0,0211068	1,31E-03
5	0,15944915	0,13387514	0,035086458	-0,025574	1,89E-03
6	0,19856551	0,16912258	0,040218138	-0,0294429	2,48E-03
7	0,23813598	0,20543895	0,044816942	-0,032697	3,08E-03
8	0,27774284	0,24240036	0,048927076	-0,0353425	3,64E-03
9	0,31704783	0,27964656	0,052590442	-0,0374013	4,16E-03
10	0,3557751	0,31686863	0,055845176	-0,0389065	4,63E-03
11	0,39369969	0,35380098	0,058724682	-0,0398987	5,04E-03
12	0,43063932	0,39021582	0,061257124	-0,0404235	5,39E-03
13	0,46644806	0,42591893	0,06346537	-0,0405291	5,67E-03
14	0,50101129	0,46074634	0,065367286	-0,040265	5,89E-03
15	0,53424155	0,49456151	0,066976322	-0,03968	6,06E-03
16	0,56607495	0,52725285	0,06830228	-0,0388221	6,17E-03
17	0,59646813	0,55873146	0,069352183	-0,0377367	6,23E-03
18	0,62539552	0,58892907	0,07013115	-0,0364664	6,25E-03
19	0,65284697	0,61779607	0,070643236	-0,0350509	6,22E-03
20	0,67882557	0,64529962	0,070892182	-0,0335259	6,15E-03
21	0,70334571	0,6714219	0,070882054	-0,0319238	6,04E-03
22	0,72643135	0,69615839	0,070617775	-0,030273	5,90E-03
23	0,74811447	0,71951623	0,070105552	-0,0285982	5,73E-03
24	0,76843363	0,74151267	0,0693532	-0,026921	5,53E-03
25	0,78743275	0,76217359	0,068370384	-0,0252592	5,31E-03
26	0,80515993	0,78153213	0,067168768	-0,0236278	5,07E-03
27	0,82166649	0,79962736	0,065762079	-0,0220391	4,81E-03
28	0,83700609	0,81650315	0,064166072	-0,0205029	4,54E-03
29	0,85123389	0,83220707	0,062398386	-0,0190268	4,26E-03
30	0,86440594	0,8467894	0,060478303	-0,0176165	3,97E-03
31	0,87657853	0,86030238	0,058426399	-0,0162761	3,68E-03
32	0,88780769	0,87279937	0,056264129	-0,0150083	3,39E-03
33	0,89814878	0,88433432	0,054013362	-0,0138145	3,11E-03
34	0,9076561	0,89496116	0,0516959	-0,0126949	2,83E-03
35	0,91638257	0,90473339	0,049333026	-0,0116492	2,57E-03
36	0,92437954	0,91370366	0,046945095	-0,0106759	2,32E-03

R estimado	0,2617757
R real	0,1220662
Vício	-0,1397095

Tabela 22: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 1 ($\alpha=0,035$; $\delta= 1,2$)

<i>Semana</i>	<i>Valor Real</i>	<i>Valor estimado</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Vício</i>	<i>Vício Relativo</i>	<i>EQM</i>
1	0,01774191	0,01351795	0,00892946	-0,00422	23,80781	9,76E-05
2	0,04029191	0,03178562	0,01637357	-0,00851	21,11166	3,40E-04
3	0,06471142	0,05250921	0,02265553	-0,0122	18,85635	6,62E-04
4	0,09015679	0,07490845	0,02792035	-0,01525	16,91314	1,01E-03
5	0,11617301	0,09852044	0,03227394	-0,01765	15,19507	1,35E-03
6	0,14246751	0,12302129	0,03580448	-0,01945	13,64958	1,66E-03
7	0,16883468	0,1481643	0,03859012	-0,02067	12,24297	1,92E-03
8	0,19512228	0,17375187	0,04070238	-0,02137	10,95232	2,11E-03
9	0,22121386	0,19962056	0,04220795	-0,02159	9,761278	2,25E-03
10	0,24701847	0,22563233	0,04316969	-0,02139	8,657709	2,32E-03
11	0,27246422	0,2516689	0,04364721	-0,0208	7,632312	2,34E-03
12	0,29749388	0,27762805	0,04369727	-0,01987	6,677727	2,30E-03
13	0,32206185	0,3034209	0,04337401	-0,01864	5,788003	2,23E-03
14	0,34613193	0,32896997	0,04272916	-0,01716	4,958213	2,12E-03
15	0,3696756	0,35420766	0,0418122	-0,01547	4,184193	1,99E-03
16	0,39267076	0,37907511	0,04067047	-0,0136	3,462354	1,84E-03
17	0,41510066	0,40352117	0,03934934	-0,01158	2,789562	1,68E-03
18	0,43695311	0,4275017	0,03789232	-0,00945	2,163026	1,53E-03
19	0,45821978	0,45097879	0,03634117	-0,00724	1,580244	1,37E-03
20	0,47889563	0,47392029	0,03473605	-0,00498	1,038919	1,23E-03
21	0,49897848	0,49629921	0,0331155	-0,00268	0,536951	1,10E-03
22	0,51846855	0,51809329	0,03151647	-0,00038	0,072379	9,93E-04
23	0,53736816	0,53928463	0,02997409	0,001916	0,35664	9,02E-04
24	0,55568142	0,55985926	0,02852135	0,004178	0,751841	8,31E-04
25	0,573414	0,57980682	0,02718841	0,006393	1,11487	7,80E-04
26	0,59057286	0,59912025	0,02600164	0,008547	1,447305	7,49E-04
27	0,60716612	0,61779549	0,02498248	0,010629	1,750653	7,37E-04
28	0,62320283	0,63583119	0,02414601	0,012628	2,026364	7,43E-04
29	0,63869286	0,65322848	0,02349983	0,014536	2,275839	7,64E-04
30	0,65364676	0,6699907	0,02304328	0,016344	2,500424	7,98E-04
31	0,66807561	0,68612321	0,0227676	0,018048	2,701431	8,44E-04
32	0,68199097	0,70163313	0,02265684	0,019642	2,88012	8,99E-04
33	0,69540477	0,71652921	0,02268958	0,021124	3,037719	9,61E-04
34	0,7083292	0,73082157	0,02284114	0,022492	3,175412	1,03E-03
35	0,72077666	0,74452157	0,02308561	0,023745	3,294351	1,10E-03
36	0,73275973	0,75764165	0,02339768	0,024882	3,395645	1,17E-03

Tabela 23: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 2 ($\alpha=0,035$; $\delta= 1,6$)

Semana	Valor Real	Valor estimado	Desvio Padrão	Vicio	Vicio Relativo	EQM
1	0,00467189	0,004819	0,003	0,000146733	3,140765	9,02E-06
2	0,01409542	0,014151	0,006944	5,5643E-05	0,394759	4,82E-05
3	0,02679285	0,026631	0,011096	-0,000162097	0,605001	1,23E-04
4	0,04212053	0,04168	0,015216	-0,000440406	1,045585	2,32E-04
5	0,05964516	0,05891	0,019172	-0,000734669	1,231733	3,68E-04
6	0,07903075	0,078018	0,022878	-0,001012478	1,281119	5,24E-04
7	0,09999735	0,098748	0,026279	-0,001249687	1,24972	6,92E-04
8	0,12230193	0,120874	0,029338	-0,00142836	1,167896	8,63E-04
9	0,14572825	0,144193	0,032032	-0,001535558	1,053713	1,03E-03
10	0,17008088	0,168518	0,034349	-0,001562499	0,91868	1,18E-03
11	0,19518164	0,193678	0,036286	-0,00150395	0,770539	1,32E-03
12	0,22086716	0,219509	0,037848	-0,00135773	0,614727	1,43E-03
13	0,24698728	0,245863	0,039043	-0,001124287	0,4552	1,53E-03
14	0,27340382	0,272598	0,039888	-0,000806319	0,294919	1,59E-03
15	0,29998982	0,299581	0,040401	-0,00040843	0,136148	1,63E-03
16	0,32662873	0,326692	0,040605	6,3194E-05	0,019347	1,65E-03
17	0,35321395	0,353815	0,040525	0,000601081	0,170175	1,64E-03
18	0,37964828	0,380845	0,040188	0,001196761	0,315229	1,62E-03
19	0,40584351	0,407685	0,039624	0,00184103	0,453631	1,57E-03
20	0,43172002	0,434244	0,038863	0,002524191	0,584682	1,52E-03
21	0,45720636	0,460443	0,037936	0,003236281	0,707838	1,45E-03
22	0,48223891	0,486206	0,036874	0,003967284	0,82268	1,38E-03
23	0,50676145	0,511469	0,035709	0,004707308	0,9289	1,30E-03
24	0,53072488	0,536172	0,03447	0,005446756	1,026286	1,22E-03
25	0,55408674	0,560263	0,033188	0,006176466	1,114711	1,14E-03
26	0,57681092	0,583699	0,031891	0,006887839	1,194124	1,06E-03
27	0,59886725	0,60644	0,030605	0,007572937	1,264544	9,94E-04
28	0,62023116	0,628456	0,029355	0,008224564	1,326048	9,29E-04
29	0,64088327	0,64972	0,028162	0,008836331	1,378774	8,71E-04
30	0,66080908	0,670212	0,027044	0,009402695	1,422906	8,20E-04
31	0,67999857	0,689918	0,026014	0,009918988	1,458678	7,75E-04
32	0,69844589	0,708827	0,025083	0,010381426	1,486361	7,37E-04
33	0,71614897	0,726936	0,024255	0,010787099	1,506265	7,05E-04
34	0,73310923	0,744243	0,023531	0,011133954	1,518731	6,78E-04
35	0,74933124	0,760752	0,022907	0,011420765	1,524128	6,55E-04
36	0,76482241	0,776469	0,022374	0,011647085	1,522848	6,36E-04

Grafico 6: Comparação da curva de confiabilidade conjunta e a confiabilidade de cada atributo separadamente ($\alpha_1=0,035$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 1,6$; $\lambda= 0,9$)

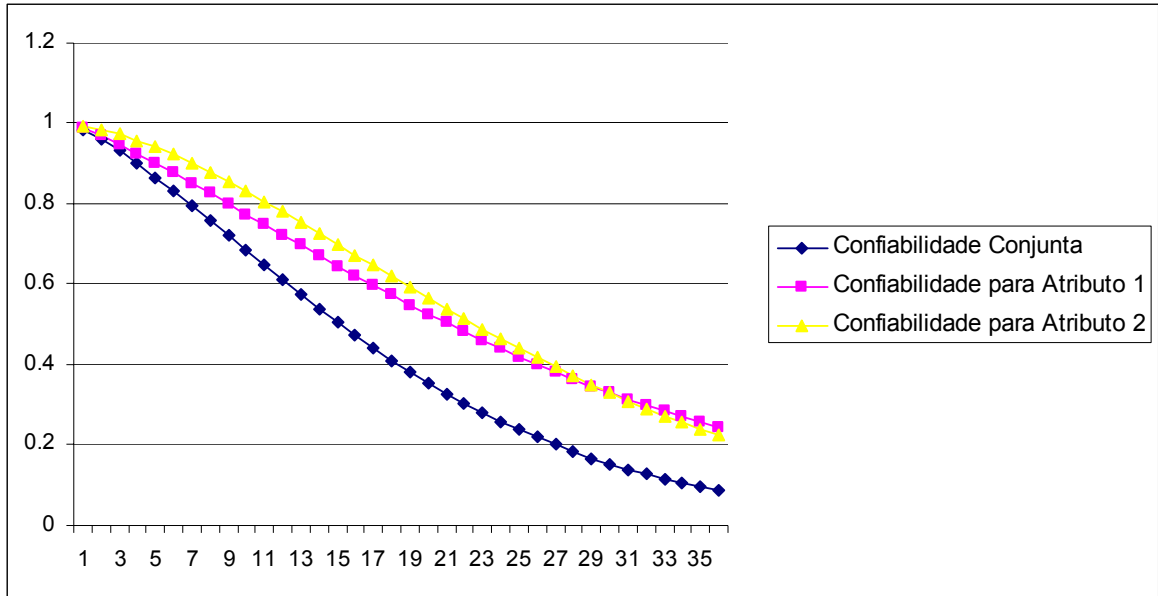


Tabela 24: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para a distribuição Weibull Bivariada com ($\alpha_1=0,025$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 2$; $\lambda= 0,2$)

<i>Semana</i>	<i>Valor Real</i>	<i>Valor estimado</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Vício</i>	<i>EQM</i>
1	0,0118833	0,0031144	0,002386666	-0,0087689	8,26E-05
2	0,0270913	0,0097446	0,005776727	-0,0173467	3,34E-04
3	0,0437005	0,0191835	0,009542711	-0,024517	6,92E-04
4	0,0611806	0,0311332	0,013454705	-0,0300474	1,08E-03
5	0,0792672	0,0453841	0,017370712	-0,0338831	1,45E-03
6	0,0978163	0,06176	0,02118946	-0,0360563	1,75E-03
7	0,1167587	0,0800987	0,024834104	-0,03666	1,96E-03
8	0,1360786	0,1002437	0,028244946	-0,0358349	2,08E-03
9	0,1558016	0,1220402	0,031375651	-0,0337614	2,12E-03
10	0,1759835	0,1453328	0,034191089	-0,0306507	2,11E-03
11	0,1966995	0,1699651	0,036665965	-0,0267344	2,06E-03
12	0,218031	0,1957796	0,0387838	-0,0222514	2,00E-03
13	0,2400531	0,2226181	0,04053585	-0,017435	1,95E-03
14	0,2628225	0,2503233	0,041919108	-0,0124992	1,91E-03
15	0,2863676	0,2787412	0,042932047	-0,0076264	1,90E-03
16	0,3106832	0,3077233	0,043569819	-0,0029599	1,91E-03
17	0,3357292	0,3371227	0,043830898	0,0013935	1,92E-03
18	0,3614329	0,3667875	0,043734006	0,0053546	1,94E-03
19	0,387694	0,3965646	0,043315831	0,0088706	1,95E-03
20	0,4143919	0,4263075	0,042617612	0,0119156	1,96E-03
21	0,4413916	0,4558786	0,041680562	0,014487	1,95E-03
22	0,4685512	0,4851489	0,040546165	0,0165977	1,92E-03
23	0,4957267	0,5139988	0,039256464	0,0182721	1,87E-03
24	0,5227767	0,5423178	0,037853648	0,0195411	1,81E-03
25	0,549566	0,5700053	0,036379223	0,0204393	1,74E-03
26	0,5759677	0,5969708	0,034872976	0,0210031	1,66E-03
27	0,6018654	0,6231341	0,033371834	0,0212687	1,57E-03
28	0,6271539	0,6484258	0,031908692	0,0212719	1,47E-03
29	0,6517402	0,6727866	0,030511285	0,0210464	1,37E-03
30	0,6755435	0,6961682	0,029201183	0,0206247	1,28E-03
31	0,6984954	0,7185322	0,02799305	0,0200368	1,19E-03
32	0,7205395	0,7398501	0,026894283	0,0193106	1,10E-03
33	0,7416312	0,760103	0,025905151	0,0184718	1,01E-03
34	0,7617368	0,7792809	0,025019468	0,0175441	9,34E-04
35	0,7808332	0,7973822	0,024225772	0,016549	8,61E-04
36	0,7989073	0,8144132	0,023508844	0,0155059	7,93E-04

R estimado	0,8732393
R real	0,9046935
Vício	0,0314542

Tabela 25: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 1 ($\alpha=0,025$; $\delta= 1,2$)

Semana	Valor Real	Valor estimado	Desvio Padrão	Vício	Vício Relativo	EQM
1	0,011883	0,002973	0,002158241	-0,00890986	74,9783729	8,40E-05
2	0,02709	0,00895	0,005179938	-0,018140218	66,96201705	3,56E-04
3	0,043693	0,017163	0,008495762	-0,026529881	60,71932236	7,76E-04
4	0,061146	0,027293	0,011903697	-0,033853524	55,36469598	1,29E-03
5	0,07916	0,039127	0,015284513	-0,040032875	50,57194748	1,84E-03
6	0,097547	0,052499	0,018557565	-0,045047526	46,18048098	2,37E-03
7	0,116173	0,067266	0,021665218	-0,048907187	42,09857952	2,86E-03
8	0,13494	0,0833	0,02456569	-0,051639859	38,26887202	3,27E-03
9	0,153769	0,100483	0,027229215	-0,053285786	34,65321156	3,58E-03
10	0,172598	0,118704	0,029635747	-0,05389389	31,22510074	3,78E-03
11	0,191377	0,137857	0,031773472	-0,053519408	27,96550528	3,87E-03
12	0,210062	0,15784	0,033637762	-0,052222299	24,86041103	3,86E-03
13	0,228619	0,178553	0,035230394	-0,050065947	21,89926145	3,75E-03
14	0,247018	0,199902	0,036558919	-0,047116242	19,07397532	3,56E-03
15	0,265234	0,221794	0,037636113	-0,04344067	16,37823101	3,30E-03
16	0,283245	0,244137	0,038479473	-0,039107666	13,80700726	3,01E-03
17	0,301033	0,266847	0,039110701	-0,034185981	11,35623166	2,70E-03
18	0,318582	0,289838	0,039555172	-0,028744131	9,02252567	2,39E-03
19	0,335879	0,313029	0,039841324	-0,022849901	6,803012834	2,11E-03
20	0,352913	0,336344	0,039999971	-0,016569907	4,695175296	1,87E-03
21	0,369676	0,359706	0,040063487	-0,009969192	2,696740602	1,70E-03
22	0,386158	0,383047	0,040064865	-0,003110897	0,805602633	1,61E-03
23	0,402354	0,406298	0,040036637	0,003944105	0,980258434	1,62E-03
24	0,418258	0,429395	0,040009686	0,011137456	2,662819472	1,72E-03
25	0,433867	0,452281	0,040012004	0,018413568	4,244057811	1,94E-03
26	0,449178	0,474897	0,040067487	0,02571986	5,72598888	2,27E-03
27	0,464188	0,497194	0,040194878	0,03300688	7,110676804	2,71E-03
28	0,478896	0,519124	0,040406999	0,040228516	8,400267925	3,25E-03
29	0,493301	0,540643	0,040710357	0,047342026	9,596984251	3,90E-03
30	0,507404	0,561712	0,041105193	0,054308225	10,70315567	4,64E-03
31	0,521205	0,582296	0,041585962	0,06109141	11,72119615	5,46E-03
32	0,534704	0,602364	0,042142168	0,067659495	12,65363026	6,35E-03
33	0,547904	0,621888	0,042759444	0,073983885	13,50306582	7,30E-03
34	0,560807	0,640846	0,043420733	0,080039568	14,27221679	8,29E-03
35	0,573414	0,659219	0,044107448	0,085804922	14,96386939	9,31E-03
36	0,585728	0,67699	0,044800528	0,091261741	15,58089686	1,03E-02

Tabela 26: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 2 ($\alpha=0,035$; $\delta= 2$)

Semana	Valor Real	Valor estimado	Desvio Padrão	Vício	Vício Relativo	EQM
1	0,001224	0,001877	0,00173215	0,173215	6,52E-06	3,00E-02
2	0,004888	0,006533	0,00466044	0,233022	6,44E-05	5,43E-02
3	0,010964	0,01366	0,00819549	0,273183	2,54E-04	7,47E-02
4	0,019409	0,023112	0,01208084	0,302021	6,80E-04	9,14E-02
5	0,030161	0,034771	0,01614349	0,32287	1,47E-03	1,05E-01
6	0,043142	0,048525	0,02025125	0,337521	2,76E-03	1,14E-01
7	0,058259	0,064261	0,02429739	0,347106	4,72E-03	1,21E-01
8	0,075405	0,081863	0,02819364	0,352421	7,50E-03	1,25E-01
9	0,094461	0,101209	0,03186649	0,354072	1,13E-02	1,26E-01
10	0,115294	0,12217	0,03525508	0,352551	1,62E-02	1,26E-01
11	0,137763	0,144612	0,03830991	0,348272	2,24E-02	1,23E-01
12	0,161717	0,168398	0,04099201	0,3416	3,00E-02	1,18E-01
13	0,187001	0,193384	0,04327228	0,332864	3,93E-02	1,13E-01
14	0,213451	0,219424	0,04513103	0,322364	5,02E-02	1,06E-01
15	0,240902	0,246369	0,04655754	0,310384	6,29E-02	9,85E-02
16	0,269189	0,274071	0,04754962	0,297185	7,74E-02	9,06E-02
17	0,298143	0,30238	0,04811318	0,283019	9,37E-02	8,24E-02
18	0,327599	0,331147	0,04826176	0,268121	1,12E-01	7,42E-02
19	0,357395	0,360227	0,04801598	0,252716	1,32E-01	6,62E-02
20	0,387374	0,389477	0,04740301	0,237015	1,54E-01	5,84E-02
21	0,417383	0,418758	0,04645595	0,221219	1,78E-01	5,11E-02
22	0,447278	0,447937	0,04521314	0,205514	2,03E-01	4,43E-02
23	0,476922	0,476889	0,04371747	0,190076	2,29E-01	3,80E-02
24	0,506188	0,505493	0,04201564	0,175065	2,57E-01	3,24E-02
25	0,534957	0,533638	0,04015728	0,160629	2,86E-01	2,74E-02
26	0,563121	0,561222	0,03819412	0,1469	3,16E-01	2,30E-02
27	0,590585	0,58815	0,03617889	0,133996	3,47E-01	1,93E-02
28	0,61726	0,61434	0,03416421	0,122015	3,79E-01	1,61E-02
29	0,643073	0,639715	0,03220108	0,111038	4,10E-01	1,34E-02
30	0,66796	0,664212	0,03033713	0,101124	4,42E-01	1,11E-02
31	0,691867	0,687777	0,02861451	0,092305	4,74E-01	9,34E-03
32	0,714753	0,710365	0,02706735	0,084585	5,05E-01	7,89E-03
33	0,736585	0,731941	0,02571933	0,077937	5,36E-01	6,74E-03
34	0,757341	0,752481	0,02458151	0,072299	5,67E-01	5,83E-03
35	0,777009	0,771968	0,02365128	0,067575	5,96E-01	5,13E-03
36	0,795584	0,790396	0,02291288	0,063647	6,25E-01	4,58E-03

Grafico 7: Comparação da curva de confiabilidade conjunta e a confiabilidade de cada atributo separadamente ($\alpha_1=0,025$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 2$; $\lambda= 0,2$)

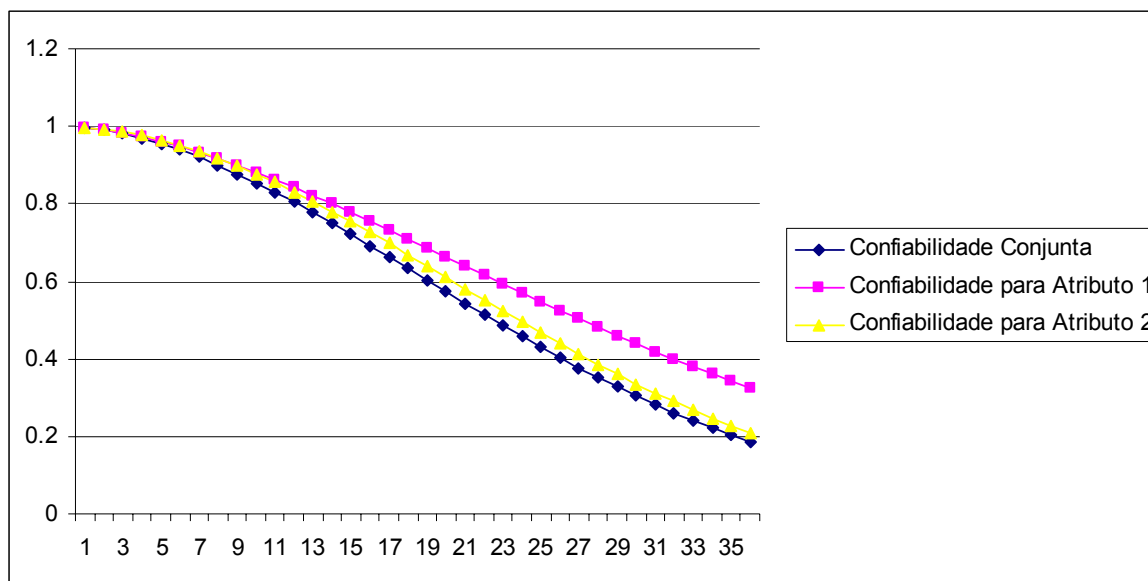


Tabela 27: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para a distribuição Weibull Bivariada com ($\alpha_1=0,025$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 2$; $\lambda= 0,5$)

<i>Semana</i>	<i>Valor Real</i>	<i>Valor estimado</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Vício</i>	<i>EQM</i>
1	0,0119451	0,0036128	0,002522749	-0,0083323	7,58E-05
2	0,0275122	0,0114013	0,006312806	-0,0161109	2,99E-04
3	0,0449735	0,0225303	0,0106309	-0,0224432	6,17E-04
4	0,0639346	0,036626	0,015182382	-0,0273086	9,76E-04
5	0,0842135	0,0534127	0,01977708	-0,0308008	1,34E-03
6	0,1056977	0,0726509	0,024275616	-0,0330468	1,68E-03
7	0,1282991	0,0941165	0,028570735	-0,0341826	1,98E-03
8	0,151936	0,1175914	0,032578873	-0,0343446	2,24E-03
9	0,1765247	0,1428603	0,036235666	-0,0336644	2,45E-03
10	0,2019764	0,1697089	0,039493208	-0,0322675	2,60E-03
11	0,2281959	0,1979238	0,042318155	-0,0302721	2,71E-03
12	0,2550819	0,227293	0,044690239	-0,0277889	2,77E-03
13	0,2825274	0,2576069	0,046600974	-0,0249205	2,79E-03
14	0,3104214	0,2886596	0,048052461	-0,0217618	2,78E-03
15	0,3386495	0,3202499	0,049056201	-0,0183996	2,75E-03
16	0,367096	0,352183	0,049631926	-0,014913	2,69E-03
17	0,3956448	0,3842715	0,049806398	-0,0113733	2,61E-03
18	0,4241813	0,4163369	0,049612211	-0,0078444	2,52E-03
19	0,4525932	0,4482105	0,049086563	-0,0043827	2,43E-03
20	0,4807718	0,4797348	0,048270043	-0,001037	2,33E-03
21	0,5086134	0,510764	0,047205414	0,0021506	2,23E-03

22	0,5360199	0,5411648	0,045936418	0,0051449	2,14E-03
23	0,5628999	0,5708174	0,04450661	0,0079175	2,04E-03
24	0,589169	0,5996152	0,042958244	0,0104462	1,95E-03
25	0,6147509	0,6274654	0,041331213	0,0127145	1,87E-03
26	0,6395772	0,6542891	0,039662086	0,0147119	1,79E-03
27	0,6635881	0,680021	0,03798326	0,0164329	1,71E-03
28	0,6867323	0,7046091	0,036322257	0,0178768	1,64E-03
29	0,7089671	0,7280142	0,034701234	0,0190471	1,57E-03
30	0,7302585	0,7502098	0,033136706	0,0199513	1,50E-03
31	0,7505806	0,7711806	0,031639561	0,0206	1,43E-03
32	0,7699157	0,7909227	0,03021535	0,021007	1,35E-03
33	0,7882535	0,8094417	0,028864849	0,0211882	1,28E-03
34	0,8055913	0,8267528	0,027584874	0,0211615	1,21E-03
35	0,821933	0,842879	0,026369238	0,020946	1,13E-03
36	0,8372886	0,8578506	0,025209799	0,020562	1,06E-03

R estimado	0,6090662
R real	0,620041
Vício	0,0109748

Tabela 28: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 1 ($\alpha=0,025$; $\delta= 1,2$)

Semana	Valor Real	Valor estimado	Desvio Padrão	Vício	Vício Relativo	EQM
1	0,011883	0,00268964	0,002154148	-0,0091936	77,36611	8,92E-05
2	0,02709	0,008232059	0,005169064	-0,018858251	69,61253	3,82E-04
3	0,043693	0,015954387	0,008472958	-0,027738263	63,48496	8,41E-04
4	0,061146	0,025572583	0,01186847	-0,035573827	58,17811	1,41E-03
5	0,07916	0,036894025	0,015240116	-0,042266215	53,39324	2,02E-03
6	0,097547	0,04976563	0,01851009	-0,04778105	48,98275	2,63E-03
7	0,116173	0,064055133	0,021622868	-0,052117877	44,86229	3,18E-03
8	0,13494	0,079642499	0,024538182	-0,055297091	40,97915	3,66E-03
9	0,153769	0,096415462	0,027227276	-0,057353218	37,29837	4,03E-03
10	0,172598	0,114267033	0,029670683	-0,058330937	33,79584	4,28E-03
11	0,191377	0,13309406	0,031856786	-0,05828245	30,45434	4,41E-03
12	0,210062	0,152796398	0,033780812	-0,057265692	27,26132	4,42E-03
13	0,228619	0,173276447	0,035444068	-0,055342893	24,20744	4,32E-03
14	0,247018	0,194438934	0,036853326	-0,052579536	21,28567	4,12E-03
15	0,265234	0,216190843	0,038020268	-0,049043357	18,49059	3,85E-03
16	0,283245	0,238441456	0,038960975	-0,044803604	15,81796	3,53E-03
17	0,301033	0,261102453	0,03969539	-0,039930337	13,26445	3,17E-03
18	0,318582	0,284088069	0,040246757	-0,034493801	10,8273	2,81E-03
19	0,335879	0,307315266	0,040641	-0,028563874	8,504212	2,47E-03
20	0,352913	0,330703928	0,04090601	-0,022209562	6,293203	2,17E-03
21	0,369676	0,354177057	0,041070851	-0,015498543	4,192471	1,93E-03
22	0,386158	0,377660965	0,041164866	-0,008496785	2,20034	1,77E-03
23	0,402354	0,401085461	0,041216691	-0,001268129	0,315178	1,70E-03
24	0,418258	0,424384018	0,041253225	0,006125998	1,464646	1,74E-03
25	0,433867	0,44749393	0,04129859	0,01362689	3,140799	1,89E-03

26	0,449178	0,470356441	0,041373175	0,021178831	4,715024	2,16E-03
27	0,464188	0,492916858	0,041492832	0,028729258	6,189148	2,55E-03
28	0,478896	0,515124634	0,041668327	0,036229004	7,565115	3,05E-03
29	0,493301	0,536933426	0,04190509	0,043632356	8,844975	3,66E-03
30	0,507404	0,558301129	0,042203319	0,050897269	10,03092	4,37E-03
31	0,521205	0,579189885	0,042558405	0,057985315	11,12525	5,17E-03
32	0,534704	0,599566055	0,042961623	0,064861835	12,13041	6,05E-03
33	0,547904	0,619400179	0,043401017	0,071495829	13,04896	7,00E-03
34	0,560807	0,638666898	0,043862358	0,077860058	13,88358	7,99E-03
35	0,573414	0,657344866	0,044330116	0,083930866	14,63705	9,01E-03
36	0,585728	0,675416622	0,044788338	0,089688202	15,31225	1,00E-02

Tabela 29: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 2 ($\alpha= 0,035$; $\delta= 2$)

Semana	Valor Real	Valor estimado	Desvio Padrão	Vício	Vício Relativo	EQM
1	0,001224	0,002237	0,002102	-0,00101	0,101375008	5,44E-06
2	0,004888	0,007529	0,005351	-0,00264	0,265364305	3,56E-05
3	0,010964	0,015437	0,009114	-0,00447	0,452216908	1,03E-04
4	0,019409	0,025752	0,013127	-0,00634	0,646811473	2,13E-04
5	0,030161	0,038311	0,017221	-0,00815	0,8403854	3,63E-04
6	0,043142	0,05297	0,021267	-0,00983	1,027159856	5,49E-04
7	0,058259	0,069589	0,025168	-0,01133	1,203068585	7,62E-04
8	0,075405	0,088028	0,028843	-0,01262	1,365142751	9,91E-04
9	0,094461	0,108145	0,032229	-0,01368	1,511166159	1,23E-03
10	0,115294	0,129799	0,035278	-0,0145	1,639461986	1,45E-03
11	0,137763	0,152841	0,037951	-0,01508	1,748751031	1,67E-03
12	0,161717	0,177125	0,040223	-0,01541	1,838051266	1,86E-03
13	0,187001	0,202501	0,042076	-0,0155	1,90660515	2,01E-03
14	0,213451	0,228819	0,043504	-0,01537	1,953821574	2,13E-03
15	0,240902	0,255927	0,044509	-0,01502	1,979232342	2,21E-03
16	0,269189	0,283677	0,0451	-0,01449	1,9824539	2,24E-03
17	0,298143	0,311921	0,045293	-0,01378	1,963157984	2,24E-03
18	0,327599	0,340516	0,045112	-0,01292	1,921043242	2,20E-03
19	0,357395	0,369321	0,044586	-0,01193	1,85581304	2,13E-03
20	0,387374	0,3982	0,043749	-0,01083	1,767152722	2,03E-03
21	0,417383	0,427023	0,042639	-0,00964	1,654710991	1,91E-03
22	0,447278	0,455669	0,041297	-0,00839	1,518080885	1,78E-03
23	0,476922	0,484019	0,03977	-0,0071	1,356782588	1,63E-03

24	0,506188	0,511967	0,038102	-0,00578	1,170246305	1,49E-03
25	0,534957	0,539411	0,036341	-0,00445	0,957795559	1,34E-03
26	0,563121	0,566261	0,034535	-0,00314	0,718631499	1,20E-03
27	0,590585	0,592434	0,03273	-0,00185	0,451815691	1,07E-03
28	0,61726	0,617858	0,030971	-0,0006	0,156255259	9,60E-04
29	0,643073	0,642469	0,029297	0,000604	0,169314063	8,59E-04
30	0,66796	0,666212	0,027745	0,001748	0,526346009	7,73E-04
31	0,691867	0,689043	0,026343	0,002824	0,916498549	7,02E-04
32	0,714753	0,710926	0,025111	0,003827	1,341652932	6,45E-04
33	0,736585	0,731833	0,024058	0,004752	1,803931502	6,01E-04
34	0,757341	0,751746	0,023183	0,005595	2,305716071	5,69E-04
35	0,777009	0,770655	0,022474	0,006354	2,849667569	5,45E-04
36	0,795584	0,788555	0,021912	0,007029	3,438747961	5,30E-04

Grafico 8: Comparação da curva de confiabilidade conjunta e a confiabilidade de cada atributo separadamente ($\alpha_1=0,025$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 2$; $\lambda= 0,5$)

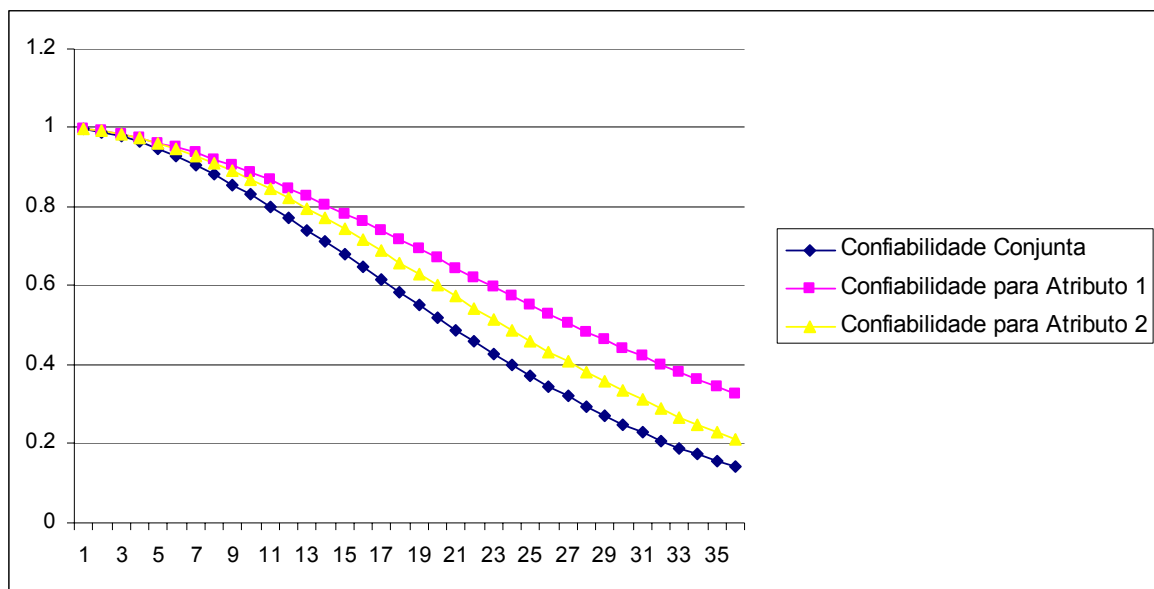


Tabela 30: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para a distribuição Weibull Bivariada com ($\alpha_1=0,025$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 2$; $\lambda= 0,9$)

<i>Semana</i>	<i>Valor Real</i>	<i>Valor estimado</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Vício</i>	<i>EQM</i>
1	0,0127254	0,00465366	0,002909477	-0,0080717	7,36E-05
2	0,0306019	0,01448331	0,006805257	-0,0161186	3,06E-04
3	0,0517018	0,02843049	0,011199333	-0,0232713	6,67E-04
4	0,0754	0,04599571	0,01589194	-0,0294043	1,12E-03
5	0,1012867	0,06679406	0,020737401	-0,0344926	1,62E-03
6	0,1290322	0,09048175	0,025616499	-0,0385505	2,14E-03
7	0,1583462	0,11673192	0,030428413	-0,0416143	2,66E-03
8	0,1889612	0,14522547	0,035087653	-0,0437357	3,14E-03
9	0,2206253	0,17564788	0,039522649	-0,0449774	3,59E-03
10	0,2530994	0,20768882	0,043674888	-0,0454106	3,97E-03
11	0,2861557	0,24104319	0,047498176	-0,0451125	4,29E-03
12	0,319578	0,27541288	0,050957858	-0,0441651	4,55E-03
13	0,3531617	0,3105089	0,054029923	-0,0426528	4,74E-03
14	0,3867145	0,34605356	0,056699984	-0,0406609	4,87E-03
15	0,420057	0,38178267	0,058962159	-0,0382743	4,94E-03
16	0,4530234	0,41744751	0,060817879	-0,0355759	4,96E-03
17	0,4854617	0,45281665	0,062274674	-0,0326451	4,94E-03
18	0,5172347	0,48767741	0,063344983	-0,0295573	4,89E-03
19	0,5482194	0,52183712	0,064045029	-0,0263823	4,80E-03
20	0,5783081	0,55512392	0,064393797	-0,0231842	4,68E-03
21	0,6074073	0,58738733	0,064412146	-0,02002	4,55E-03
22	0,6354384	0,61849846	0,064122073	-0,0169399	4,40E-03
23	0,6623368	0,64834984	0,06354614	-0,013987	4,23E-03
24	0,6880515	0,67685503	0,062707044	-0,0111965	4,06E-03
25	0,7125446	0,70394791	0,061627344	-0,0085967	3,87E-03
26	0,7357908	0,72958173	0,060329296	-0,0062091	3,68E-03
27	0,7577759	0,75372797	0,058834779	-0,0040479	3,48E-03
28	0,7784967	0,77637496	0,057165295	-0,0021217	3,27E-03
29	0,7979598	0,79752646	0,055341987	-0,0004333	3,06E-03
30	0,8161805	0,81720006	0,053385679	0,0010196	2,85E-03
31	0,8331821	0,83542553	0,051316897	0,0022434	2,64E-03
32	0,8489946	0,85224321	0,049155857	0,0032486	2,43E-03
33	0,8636541	0,86770232	0,046922434	0,0040482	2,22E-03
34	0,8772017	0,88185935	0,044636072	0,0046577	2,01E-03
35	0,8896825	0,89477653	0,04231568	0,005094	1,82E-03
36	0,9011449	0,90652036	0,039979481	0,0053755	1,63E-03

R estimado	0,2074617
R real	0,1260626
Vício	-0,0813991

Tabela 31: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 1 ($\alpha=0,025$; $\delta= 1,2$)

Semana	Valor Real	Valor estimado	Desvio Padrão	Vicio	Vicio Relativo	EQM
1	0,011883	0,002624	0,002162718	0,009259687	0,937105	9,04E-05
2	0,02709	0,007996	0,005097995	0,019094623	1,962631	3,91E-04
3	0,043693	0,015476	0,008283625	0,028217061	2,950627	8,65E-04
4	0,061146	0,024794	0,011535176	0,03635223	3,871981	1,45E-03
5	0,07916	0,035769	0,014742902	0,043390807	4,712091	2,10E-03
6	0,097547	0,048257	0,017831791	0,049289813	5,461758	2,75E-03
7	0,116173	0,062132	0,020747626	0,054041339	6,11447	3,35E-03
8	0,13494	0,077281	0,02345063	0,057659074	6,665323	3,87E-03
9	0,153769	0,093597	0,025912117	0,060171393	7,110514	4,29E-03
10	0,172598	0,110981	0,028112521	0,06161728	7,447079	4,59E-03
11	0,191377	0,129333	0,030040158	0,062043631	7,672747	4,75E-03
12	0,210062	0,148559	0,031690384	0,061503445	7,785858	4,79E-03
13	0,228619	0,168565	0,033064996	0,060054364	7,785308	4,70E-03
14	0,247018	0,189261	0,034171766	0,057757632	7,670524	4,50E-03
15	0,265234	0,210557	0,035024059	0,054677088	7,441431	4,22E-03
16	0,283245	0,232367	0,035640473	0,050878436	7,098442	3,86E-03
17	0,301033	0,254604	0,036044491	0,046428534	6,642448	3,45E-03
18	0,318582	0,277187	0,03626407	0,041394783	6,074799	3,03E-03
19	0,335879	0,300035	0,036331157	0,035844564	5,397295	2,60E-03
20	0,352913	0,323069	0,036281059	0,02984474	4,612172	2,21E-03
21	0,369676	0,346214	0,036151615	0,023461189	3,722082	1,86E-03
22	0,386158	0,369399	0,035982129	0,016758423	2,730086	1,58E-03
23	0,402354	0,392554	0,035812003	0,009799157	1,639625	1,38E-03
24	0,418258	0,415614	0,035679098	0,002644016	0,4545	1,28E-03
25	0,433867	0,438516	0,035617883	-0,004648787	0,821148	1,29E-03
26	0,449178	0,461201	0,035657529	-0,012023736	2,18287	1,42E-03
27	0,464188	0,483616	0,035820189	-0,019428187	3,625931	1,66E-03
28	0,478896	0,505708	0,036119729	-0,026812633	5,145348	2,02E-03
29	0,493301	0,527432	0,036561138	-0,034130779	6,735909	2,50E-03
30	0,507404	0,548744	0,037140736	-0,041339782	8,392226	3,09E-03
31	0,521205	0,569605	0,037847122	-0,048400211	10,10875	3,77E-03

Tabela 32: Resultados da simulação (1000 amostras) – Fração de defeituosos para o atributo 2 ($\alpha = 0,035$; $\delta = 2$)

<i>Semana</i>	<i>Valor Real</i>	<i>Valor estimado</i>	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Vício</i>	<i>Vício Relativo</i>	<i>EQM</i>
1	0,001224	0,00189	0,00147	-0,00067	0,066635378	2,61E-06
2	0,004888	0,006616	0,004142	-0,00173	0,173664676	2,01E-05
3	0,010964	0,013855	0,007436	-0,00289	0,292217099	6,36E-05
4	0,019409	0,023444	0,011088	-0,00404	0,4115117	1,39E-04
5	0,030161	0,035257	0,014917	-0,0051	0,525474947	2,48E-04
6	0,043142	0,049172	0,018787	-0,00603	0,630237017	3,89E-04
7	0,058259	0,06507	0,022585	-0,00681	0,723193433	5,56E-04
8	0,075405	0,082826	0,026223	-0,00742	0,802550943	7,43E-04
9	0,094461	0,102313	0,029626	-0,00785	0,867075579	9,39E-04
10	0,115294	0,123397	0,032734	-0,0081	0,915935336	1,14E-03
11	0,137763	0,145942	0,0355	-0,00818	0,948596169	1,33E-03
12	0,161717	0,169805	0,037889	-0,00809	0,964747565	1,50E-03
13	0,187001	0,19484	0,039874	-0,00784	0,964247664	1,65E-03
14	0,213451	0,2209	0,041443	-0,00745	0,947079341	1,77E-03
15	0,240902	0,247835	0,042589	-0,00693	0,913316227	1,86E-03
16	0,269189	0,275496	0,043316	-0,00631	0,86309312	1,92E-03
17	0,298143	0,303733	0,043637	-0,00559	0,796580877	1,94E-03
18	0,327599	0,332399	0,04357	-0,0048	0,713963264	1,92E-03
19	0,357395	0,36135	0,043142	-0,00395	0,615418616	1,88E-03
20	0,387374	0,390443	0,042385	-0,00307	0,501098717	1,81E-03
21	0,417383	0,419545	0,041335	-0,00216	0,371113347	1,71E-03
22	0,447278	0,448524	0,040034	-0,00125	0,225511714	1,60E-03
23	0,476922	0,477258	0,038527	-0,00034	0,064268064	1,48E-03
24	0,506188	0,505631	0,03686	0,000557	0,112735571	1,36E-03
25	0,534957	0,533535	0,035083	0,001422	0,305723648	1,23E-03
26	0,563121	0,560871	0,033245	0,00225	0,515041516	1,11E-03
27	0,590585	0,58755	0,031394	0,003034	0,741172176	9,95E-04
28	0,61726	0,613491	0,029578	0,003769	0,984747446	8,89E-04
29	0,643073	0,638624	0,02784	0,004449	1,24656455	7,95E-04
30	0,66796	0,662888	0,026219	0,005072	1,527599639	7,13E-04
31	0,691867	0,686232	0,024748	0,005636	1,829020563	6,44E-04
32	0,714753	0,708614	0,02345	0,006139	2,152201139	5,88E-04
33	0,736585	0,730003	0,022338	0,006582	2,498734316	5,42E-04
34	0,757341	0,750376	0,021412	0,006965	2,870445418	5,07E-04
35	0,777009	0,769719	0,020662	0,00729	3,269406062	4,80E-04
36	0,795584	0,788025	0,020068	0,007559	3,697945863	4,60E-04

Grafico 9: Comparação da curva de confiabilidade conjunta e a confiabilidade de cada atributo separadamente ($\alpha_1=0,025$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 2$; $\lambda= 0,9$)

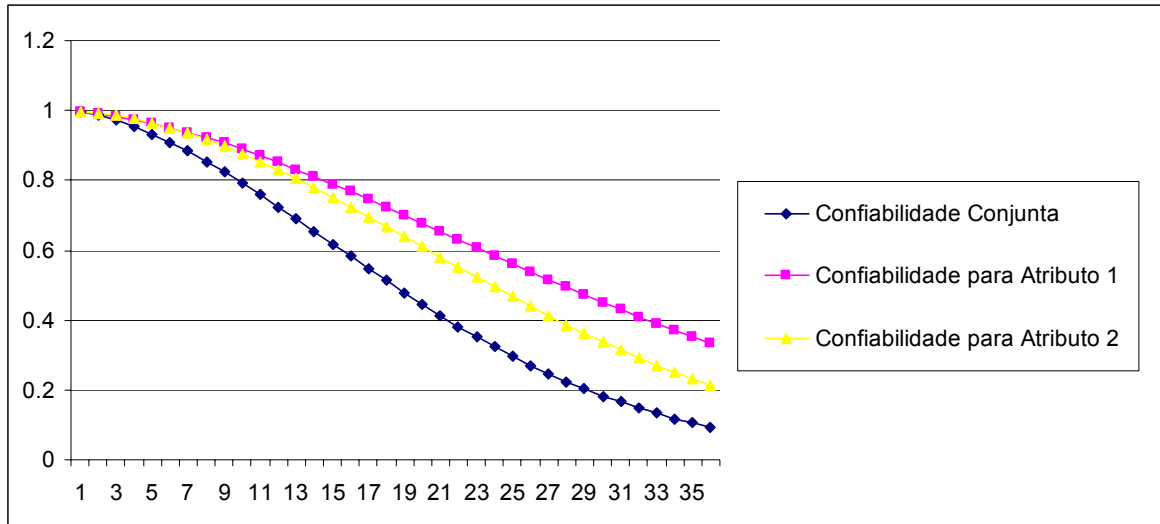


Grafico 10: Comparação de Vício e desvio padrão entre estimação conjunta e estimação supondo independencia da fração de defeituosos para dados gerados a partir de uma weibull bivariada ($\alpha_1=0,035$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 1,6$; $\lambda= 0,2$)

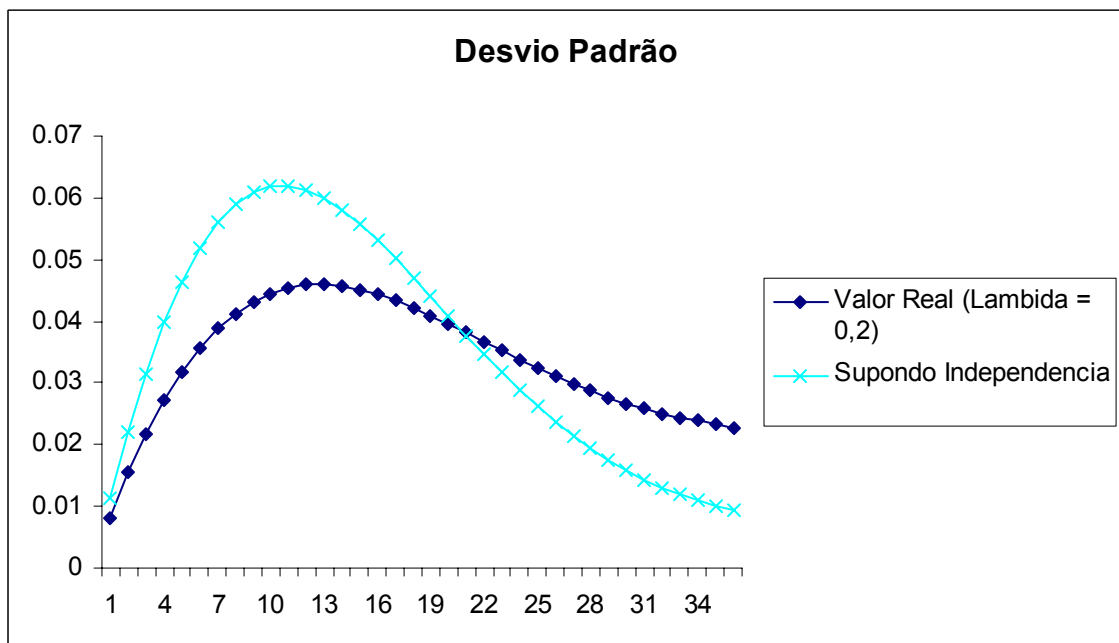
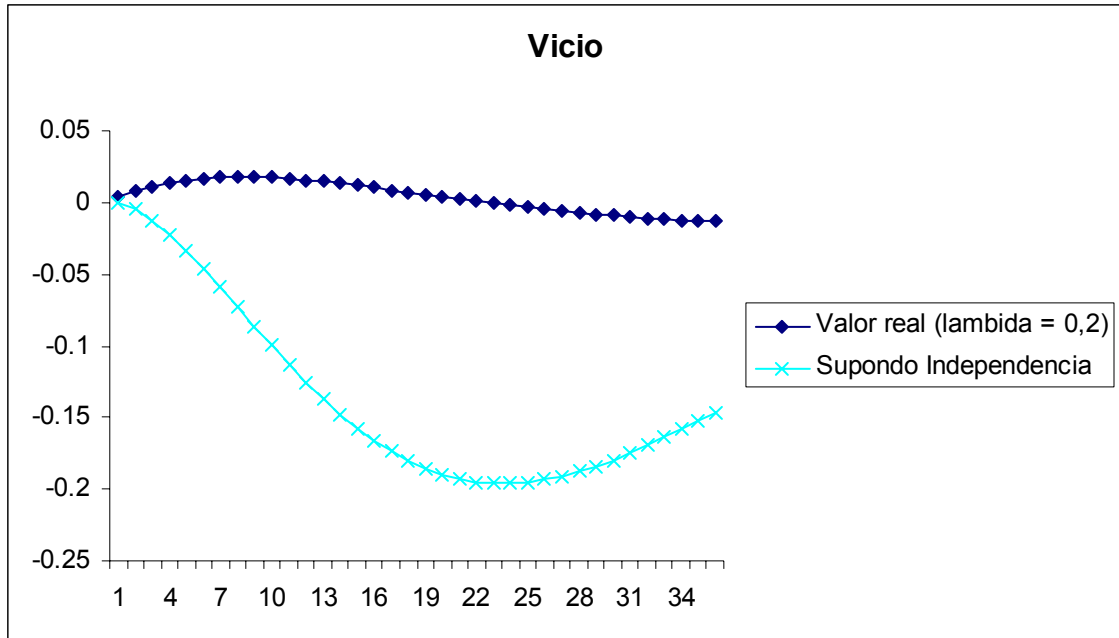
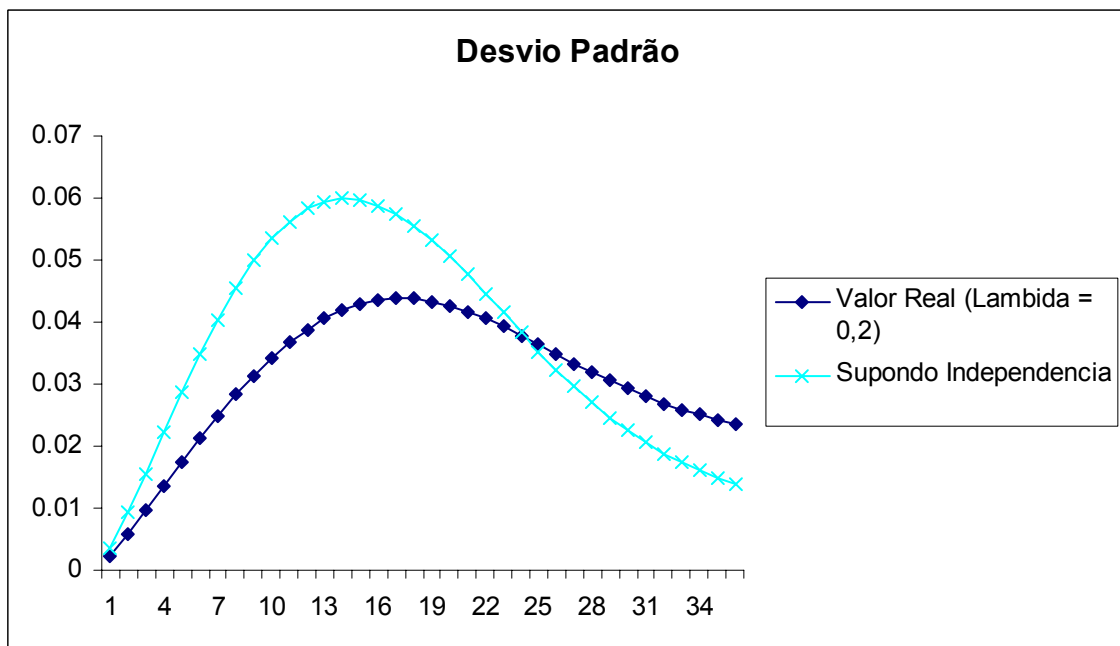
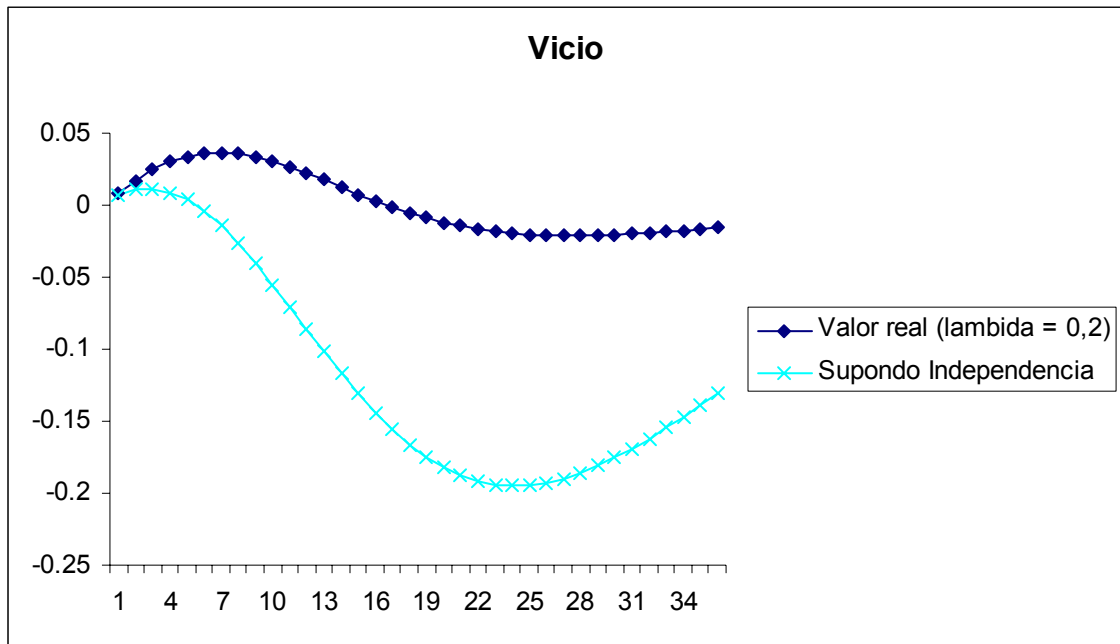


Grafico 11: Comparação de Vicio e desvio padrão entre estimação conjunta e estimação supondo independencia da fração de defeituosos para dados gerados a partir de uma weibull bivariada ($\alpha_1=0,025$; $\alpha_2= 0,035$; $\delta_1= 1,2$; $\delta_2= 2,0$; $\lambda= 0,2$)



Apêndice A – macro utilizada para simulação, obtenção das estimativas dos parâmetros, estimativa da fração de defeituosos, vício, EQM e correlação entre os atributos.

```
{  
  
theta1<-rep(0,2)  
theta2<-rep(0,2)  
M<-100 # fornecer o número de amostras a serem geradas  
k <- 36 # fornecer número de semanas compreendidas no estudo  
njulg <- 7 # fornecer número de julgadores em cada semana  
c<-0.001 # fornecer constante a ser somada nas variáveis respostas dicotomizadas  
nt <- c(k*njulg)  
  
fracap<-matrix(c(c(1:k),rep(0,(M*k))),nrow=k)  
fracao<-matrix(c(c(1 :k),rep(0,(M*k))),nrow=k)  
fracoot<-matrix(c(c(1 :k),rep(0,(M*k))),nrow=k)  
pvalor<-rep(0,M)  
corre <- rep(0,M)  
for(s in 1:M){  
  
U1 <- runif(nt)  
U2 <- runif(nt)  
U3 <- runif(nt)  
U4 <- runif(nt)  
U5 <- runif(nt)  
  
for (roda in 1:2){  
  
delta <- 0.9 # Parâmetro de dependência entre os dois atributos (lâmbida)  
  
if (roda ==1){  
a<- 1.2 # parâmetro de forma da Weibull para o atributo 1 - pode ser alterado  
b<- 1/0.025 # parâmetro de escala da Weibull para o atributo 1 - pode ser alterado  
a1 <- a  
b1 <- b  
}  
else {  
a<- 2 # parâmetro de forma da Weibull para o atributo 2 - pode ser alterado  
b<- 1/0.035 # parâmetro de escala da Weibull para o atributo 2 - pode ser alterado  
a2 <- a  
b2 <- b  
}  
  
n<-(c(1:k))*(rep(njulg,k))  
n0<-1
```

```

##

V <- rep(0,nt)

for (z in 1:nt)
{
  if (U5[z] <= delta)
    {V[z] <- -1*log(U2[z])-log(U3[z])}
  else {V[z]<- -1*log(U4[z])}
}

if (roda==1) {
t1 <- U1^(delta/a)*V^(1/a)*b
t <- t1
}
else {
t2 = (1-U1)^(delta/a)*V^(1/a)*b
t <- t2
}

# Geraçã0 de Dados:
semana<-sort(rep(1 :k,njulg))

# Cria vetor com variável resposta y (dados dicotomizados)

# t<- rweibull(nt, a, b) # gera a. a. da distribuiçã0 Weibull(a, b) de tamanho nt

y<- t-semana
for(i in 1:nt) {
  if (y[i]<=0) {y[i]<-1}
  else {y [i]<-0}
}
n0<-1
s0may<-rep(0,k)
for(i in 1:k){
for (j in n0:n[i]) {
s0may[i]<-s0may[i]+y[j]
}
n0 <- n[i] + 1
}
yc<-rep(0,nt)
n0<-1
for( i in 1:k){
for (j in n0:n[i]){
if(s0may[i]<=0) {yc[j]<-c} else {yc[j]<-y[j]}
}
n0 <- n[i] + 1
}
x <- rep (1,nt)

if (roda==1) {

```

```

y1<- y

}
else {y2 <- y}

##### Estimação dos parâmetros do primeiro atributo #####

# Modelo Artigo (Freitas. Borges e Ho - 2003/2004):
beta<- log(1/b) # valor inicial para o parâmetro relacionado à escala
gama<- log(a) # valor inicial para o parâmetro relacionado à forma
theta0<-c(beta,gama)
theta<-rep(0,2)

Diferenca0<- rep(0,2)
Diferenca<-rep(1,2)
itera<-0
semana<-c(1:k)
while (max(abs(Diferenca)) > 0.001 & (itera <- itera+1) < 50) {
n0<-1
Inv <- 0
pdbeta<- 0
pdgama<- 0
IF11<-0
IF22<-0
IF12<-0
IF<-matrix(rep(0,2^2),ncol=k,nrow=k)
for(i in 1:k){
for (j in n0:n[i]) {
r<- (semana[i]*exp(beta))^exp(gama)
Inv <- Inv + (1-y[i])*(-1*(r)) + y[i]*log(1-exp(-1*r))
pdbeta <- pdbeta + ((-1*(1-y[j])*exp(gama)*r) + (y[j]*exp(gama)*exp(-1*r)*r)/(1-exp(-1*r)))
pdgama <- pdgama + exp(gama)*r*log(semana[i]*(exp(beta)))*((-1*(1-y[i]))+(y[j]*exp(-1*r))/(1-exp(-1*r))))
IF11 <-IF11 +(exp(2*gama)*exp(-1*r)*(r^2))/(1-exp(-1*r))
IF22<- IF22 + (exp(2*gama)*exp(-1*r)*(r^2)*((log(semana[i]*(exp(beta))))^2))/(1-exp(-1*r))
- IF12 + ((exp(2*gama)*exp(-1*r)*(r^2)* log(semana[i]*(exp(beta))))/ (1-exp(-1*r)))
}
n0 <- n[i] + 1
}
pd <- c(pdbeta,pdgama)
IF1<-cbind(IF11,IF12)

IF2<-c(t(IF12),IF22)
IF<-rbind(IF1,IF2)
theta<-theta0+(solve(IF)%*%pd)

if (roda==1) {
theta1 <- theta

```

```

beta1 <- exp(beta)
gama1 <- exp(gama)
}

else {
theta2 <- theta
beta2 <- exp(beta)
gama2 <- exp(gama)
}

#cat ("M0del0 Artig0", "\n", "\n" )
#cat("Iteraca0.. ....:", itera, "\n" )
#cat("logver0ss. .:", Inv, "\n" )
#cat("Theta..... ....:", theta[1:2], "\n")
#cat("\n")
diferenca <- theta - theta0
theta0 <- theta
beta <- c(theta0[1])
gama <- c(theta0[2])
diferenca0 <- diferenca

if ( roda ==2) {

#cove = cov(t1,t2)

#linf <- 0
#lsup <- 1
#covest <- -30
it <- 0
beta1 <- 1/beta1
beta2 <- 1/beta2
#while ( (abs(cove - covest) > 0.001) & (it <- it+1) <10000 ) {

#Dest <- (linf + lsup)/2
#covest <- beta1*beta2* (
gamma(Dest/gama1+1)*gamma(Dest/gama2+1)*gamma((1/gama1)+(1/gama2)+1)-
gamma(1/gama1+1)*gamma(1/gama2+1)*gamma((Dest/gama1)+(Dest/gama2)+1) ) /
gamma((Dest/gama1)+(Dest/gama2)+1)

#if ( covest < cove ) {
# lsup <- Dest}
#else {
# linf <- Dest}

#}

w <- (1-y1)*(1-y2)
cont <-0
temp <- rep(0,k*njulg)

```

```

derivada <- rep(0,k*njulg)

for (j in 1:k){
  for (i in 1:njulg){
    cont <- cont+1
    temp[cont] <- j
  }
}
h <- 0
destrs <- rep(0,100)
super <- rep(0,100)
dest <- 0
dest1 <- 0.01
for (i in 1 : 99) {

  dest1 <- dest1+ 0.01
  dest2 <- dest1+0.01
  if (dest1 ==0) {dest1 <- 0.005}
  xx <- (temp/beta1)^(gama1/dest1)+(temp/beta2)^(gama2/dest1)
  z <- 1/(xx*dest1)*(-gama1*log(temp/beta1)*(temp/beta1)^(gama1/dest1)-
gama2*log(temp/beta2)*(temp/beta2)^(gama2/dest1))+log(xx)
  derivada1 <- 1/(1-exp(-xx^dest1)) * (xx^dest1*exp(-xx^dest1)*(1-w)*z) - (z*w*xx^dest1)
  sdr1 <- sum(derivada1, na.rm=TRUE)

  xx <- (temp/beta1)^(gama1/dest2)+(temp/beta2)^(gama2/dest2)
  z <- 1/(xx*dest2)*(-gama1*log(temp/beta1)*(temp/beta1)^(gama1/dest2)-
gama2*log(temp/beta2)*(temp/beta2)^(gama2/dest2))+log(xx)
  derivada2 <- 1/(1-exp(-xx^dest2)) * (xx^dest2*exp(-xx^dest2)*(1-w)*z) - (z*w*xx^dest2)
  sdr2 <- sum(derivada2)
  super[i] <- sdr1
  dest11 <- dest1
  dest22 <- dest2
  sdr11 <- sdr1
  sdr22 <- sdr2
  sdrm <- 100
  if ((sdr1*sdr2) < 0){
    h <- h+1
    while ( (abs(sdrm) > 0.001) & (it <- it+1) < 10000 ) {
      destm <- (dest11+dest22)/2
      xx <- (temp/beta1)^(gama1/destm)+(temp/beta2)^(gama2/destm)
      z <- 1/(xx*destm)*(-gama1*log(temp/beta1)*(temp/beta1)^(gama1/destm)-
gama2*log(temp/beta2)*(temp/beta2)^(gama2/destm))+log(xx)
      derivadam <- 1/(1-exp(-xx^destm)) * (xx^destm*exp(-xx^destm)*(1-w)*z) -
(z*w*xx^destm)
      sdrm <- sum(derivadam)
      if ( (sdrm*sdr11) > 0 ) {
        sdr11 <-sdrm
        dest11 <-destm
      }
      else{
        sdr22 <- sdrm
      }
    }
  }
}

```

```

                                dest22 <- destm
                                }
                                }
dests[h] <- destm
derivada[h] <- sdrm
}
}
# fim do for

for(i in 1:k){
fracao[i,(s+1)] <- exp( -( (i/beta1)^(gama1/destm)+(i/beta2)^(gama2/destm) )^destm
)
}
covest <- beta1*beta2* (
gamma(destm/gama1+1)*gamma(destm/gama2+1)*gamma((1/gama1)+(1/gama2)+1)-
gamma(1/gama1+1)*gamma(1/gama2+1)*gamma((destm/gama1)+(destm/gama2)+1) ) /
gamma((destm/gama1)+(destm/gama2)+1)
var1 <- beta1^2* ( gamma(2/gama1+1) - ( gamma(1/gama1+1) )^2 )
var2 <- beta2^2* ( gamma(2/gama2+1) - ( gamma(1/gama2+1) )^2 )
corre[s] <- covest / sqrt(var1*var2)

}
# fim do if roda

}

#if (roda==2){
#}

}
}

# Resultados Modelo Artigo
Resultado <- matrix(c(c(1:k),rep(0,(6*k))),nrow=k) # Resultados Mod. Artigo
for ( i in 1:k){
Resultado[i,2]<- exp( -( (i/b1)^(a1/delta)+(i/b2)^(a2/delta) )^delta ) # valor real
Resultado[i,3]<- mean(fracao[i,(2:(M+1))]) # estimativa média
Resultado[i,4]<-sqrt(var(fracao[i,(2:(M+1) ]))) # desvio padrão
Resultado[i,5]<- Resultado[i,3]-Resultado[i,2] # vício
Resultado[i,6]<- (abs(Resultado[i,5])/Resultado[i,2])*100 # vício relativo
Resultado[i,7]<- ((Resultado[i,4])^2) + ((Resultado[i,5])^2) # EQM

correst <- mean(corre) # correlação estimada
covest <- b1*b2* ( gamma(delta/a1+1)*gamma(delta/a2+1)*gamma((1/a1)+(1/a2)+1)-
gamma(1/a1+1)*gamma(1/a2+1)*gamma((delta/a1)+(delta/a2)+1) ) /
gamma((delta/a1)+(delta/a2)+1)
var1 <- b1^2* ( gamma(2/a1+1) - ( gamma(1/a1+1) )^2 )

```

```
var2 <- b2^2 * ( gamma(2/a2+1) - ( gamma(1/a2+1) )^2 )  
correal <- covest / sqrt(var1*var2) # correlação real  
}
```

Anexo B – macro utilizada para obtenção das estimativas dos parâmetros para os dados reais, além da fração de defeituosos em cada semana

```
{  
  
theta1<-rep(0,2)  
theta2<-rep(0,2)  
M<-1 # fornecer o número de amostras a serem geradas  
k <- 18 # fornecer número de semanas compreendidas no estudo  
njulg <- 7 # fornecer número de julgadores em cada semana  
c<-0.001 # fornecer constante a ser somada nas variáveis respostas dicotomizadas  
  
fracap<-matrix(c(c(1:k),rep(0,(M*k))),nrow=k)  
  
fracao<-matrix(c(c(1 :k),rep(0,(M*k))),nrow=k)  
  
fracat<-matrix(c(c(1 :k),rep(0,(M*k))),nrow=k)  
pvalor<-rep(0,M)  
corre <- rep(0,M)  
for(s in 1:M){  
  
for (roda in 1:2){  
  
#delta <- 0.9 # Parâmetro de dependência entre os dois atributos (lâmbida)  
  
if (roda ==1){  
a<- 1.2 # parâmetro de forma da Weibull para o atributo 1 - pode ser alterado  
b<- 1/0.025 # parâmetro de escala da Weibull para o atributo 1 - pode ser alterado  
a1 <- a  
b1 <- b  
}  
else {  
a<- 2 # parâmetro de forma da Weibull para o atributo 2 - pode ser alterado  
b<- 1/0.035 # parâmetro de escala da Weibull para o atributo 2 - pode ser alterado  
a2 <- a  
b2 <- b  
}  
  
n<- rep(0,k)  
  
n0<-1  
  
##  
  
#V <- rep(0,nt)  
  
#for (z in 1:nt)  
#{  
# if (U5[z] <= delta)
```



```

# {V[z] <- -1*log(U2[z])-log(U3[z])}
# else {V[z]<- -1*log(U4[z])}
# }

dados <- read.table("G://novotrab//estufa.txt", header=TRUE)
sem <- dados$semanas
if (roda==1) {
  t <- dados$sabor.est
}
else {
  t <- dados$odor.est
}

nt <- length(t)

# Geração de Dad0s:
semana<- seq(1:k)

for (i in 1:nt){
  for (j in 1:k){
    if (sem[i] <= semana[j]) {n[j] <- n[j]+1}
    else {n[j] <- n[j]}
  }
}

# Cria vetor com variável resposta y (dados dicotomizados)

# t<- rweibull(nt, a, b) # gera a. a. da distribuição Weibull(a, b) de tamanho nt

#y<- t-semana

#for(i in 1:nt) {
#      if (y[i]<=0) {y[i]<-1}
#      else {y [i]<-0}
#}

y <- t

n0<-1
s0may<-rep(0,k)
for(i in 1:k){
  for (j in n0:n[i]) {
    s0may[i]<-s0may[i]+y[j]
  }
  n0 <- n[i] + 1
}
yc<-rep(0,nt)
n0<-1

```

```

for( i in 1:k){
for( j in n0:n[i]){
if(s0may[i]<=0) {yc[j]<-c} else {yc[j]<-y[j]}
}
n0 <- n[i] + 1
}
x <- rep(1,nt)

if(roda==1) {
y1<- y
}
else {y2 <- y}

##### Estimação dos parâmetros do primeiro atributo #####

# M0del0 Artig0 (Freitas, Borges e Ho - 2003/2004):
beta<- log(0.03) # valor inicial para o parâmetro relacionado à escala
gama<- log(1.4) # valor inicial para o parâmetro relacionado à forma
theta0<-c(beta,gama)
theta<-rep(0,2)

Diferenca0<- rep(0,2)
Diferenca<-rep(1,2)
itera<-0
semana<-c(1:k)
while (max(abs(Diferenca)) > 0.001 & (itera <- itera+1) < 50) {
n0<-1
Inv <- 0
pdbeta<- 0
pdgama<- 0
IF11<-0
IF22<-0
IF12<-0
IF<-matrix(rep(0,2^2),ncol=k,nrow=k)
for(i in 1:k){
for( j in n0:n[i]) {
r<- (semana[i]*exp(beta))^exp(gama)
Inv <- Inv + (1-y[i])*(-1*(r)) + y[i]*log(1-exp(-1*r))
pdbeta <- pdbeta + ((-1*(1-y[j])*exp(gama)*r) + (y[j]*exp(gama)*exp(-1*r)*r)/(1-exp(-1*r)))
pdgama <- pdgama + exp(gama)*r*log(semana[i]*(exp(beta)))*((-1*(1-y[i]))+(y[j]*exp(-1*r))/(1-exp(-1*r))))
IF11<-IF11 +(exp(2*gama)*exp(-1*r)*(r^2))/(1-exp(-1*r))
IF22<- IF22 + (exp(2*gama)*exp(-1*r)*(r^2)*((log(semana[i]*(exp(beta))))^2))/(1-exp(-1*r))
- IF12 + ((exp(2*gama)*exp(-1*r)*(r^2)* log(semana[i]*(exp(beta))))/ (1-exp(-1*r)))
}
n0 <- n[i] + 1
}
}

```

```

pd <- c(pdbeta, pdgama)
IF1 <- cbind(IF11, IF12)

IF2 <- c(t(IF12), IF22)
IF <- rbind(IF1, IF2)
theta <- theta0 + (solve(IF) %*% pd)

if (roda == 1) {
  theta1 <- theta
  beta1 <- exp(beta)
  gama1 <- exp(gama)
}

else {
  theta2 <- theta
  beta2 <- exp(beta)
  gama2 <- exp(gama)
}

#cat ("M0del0 Artig0", "\n", "\n" )
#cat("Iteraca0.. ..:", itera, "\n" )
#cat("logver0ss. :", Inv, "\n" )
#cat("Theta..... ..:", theta[1:2], "\n")
#cat("\n")
diferenca <- theta - theta0
theta0 <- theta
beta <- c(theta0[1])
gama <- c(theta0[2])
diferenca0 <- diferenca

if ( roda == 2) {

#cove = cov(t1,t2)

#linf <- 0
#lsup <- 1
#covest <- -30
it <- 0
beta1 <- 1/beta1
beta2 <- 1/beta2
#while ( (abs(cove - covest) > 0.001) & (it <- it+1) < 10000 ) {

#Dest <- (linf + lsup)/2
#covest <- beta1*beta2* (
gamma(Dest/gama1+1)*gamma(Dest/gama2+1)*gamma((1/gama1)+(1/gama2)+1)-
gamma(1/gama1+1)*gamma(1/gama2+1)*gamma((Dest/gama1)+(Dest/gama2)+1) ) /
gamma((Dest/gama1)+(Dest/gama2)+1)

#if ( covest < cove ) {
# lsup <- Dest}
#else {

```

```

# linf <- Dest}

#}

w <- (1-y1)*(1-y2)
cont <- 0
temp <- rep(0,nt)
derivada <- rep(0,nt)

#for (j in 1:k){
# for (i in 1:nt){
#   cont <- cont+1
#   temp[cont] <- j
# }
# }

temp <- dados$semanas

h <- 0
destrs <- rep(0,100)
super <- rep(0,100)
dest <- 0
dest1 <- 0.01
for (i in 1 : 99) {

  dest1 <- dest1 + 0.01
  dest2 <- dest1 + 0.01
  if (dest1 == 0) {dest1 <- 0.005}
  xx <- (temp/beta1)^(gama1/dest1) + (temp/beta2)^(gama2/dest1)
  z <- 1/(xx*dest1)*(-gama1*log(temp/beta1)*(temp/beta1)^(gama1/dest1)-
gama2*log(temp/beta2)*(temp/beta2)^(gama2/dest1))+log(xx)
  derivada1 <- 1/(1-exp(-xx^dest1)) * (xx^dest1*exp(-xx^dest1)*(1-w)*z) - (z*w*xx^dest1)
  sdr1 <- sum(derivada1, na.rm=TRUE)

  xx <- (temp/beta1)^(gama1/dest2) + (temp/beta2)^(gama2/dest2)
  z <- 1/(xx*dest2)*(-gama1*log(temp/beta1)*(temp/beta1)^(gama1/dest2)-
gama2*log(temp/beta2)*(temp/beta2)^(gama2/dest2))+log(xx)
  derivada2 <- 1/(1-exp(-xx^dest2)) * (xx^dest2*exp(-xx^dest2)*(1-w)*z) - (z*w*xx^dest2)
  sdr2 <- sum(derivada2)
  super[i] <- sdr1
  dest11 <- dest1
  dest22 <- dest2
  sdr11 <- sdr1
  sdr22 <- sdr2
  sdrm <- 100
  if ((sdr1*sdr2) < 0){
    h <- h+1
    while ( (abs(sdrm) > 0.001) & (it <- it+1) < 10000 ) {
      destm <- (dest11+dest22)/2
      xx <- (temp/beta1)^(gama1/destm) + (temp/beta2)^(gama2/destm)
    }
  }
}

```

```

        z <- 1/(xx*destm)*(-gama1*log(temp/beta1)*(temp/beta1)^(gama1/destm)-
gama2*log(temp/beta2)*(temp/beta2)^(gama2/destm))+log(xx)
        derivadam <- 1/(1-exp(-xx^destm)) * (xx^destm*exp(-xx^destm)*(1-w)*z) -
(z*w*xx^destm)
        sdrm <- sum(derivadam)
        if ( (sdrm*sdr11) > 0 ) {
            sdr11 <-sdrm
            dest11 <-destm
        }
        else{
            sdr22 <- sdrm
            dest22 <- destm
        }
    }
    dests[h] <- destm
    derivada[h] <- sdrm
}
}
# fim do for

for(i in 1:k){
fracao[i,(s+1)] <- exp( -( (i/beta1)^(gama1/destm)+(i/beta2)^(gama2/destm) )^destm)
}
covest <- beta1*beta2* (
gamma(destm/gama1+1)*gamma(destm/gama2+1)*gamma((1/gama1)+(1/gama2)+1)-
gamma(1/gama1+1)*gamma(1/gama2+1)*gamma((destm/gama1)+(destm/gama2)+1) ) /
gamma((destm/gama1)+(destm/gama2)+1)
var1 <- beta1^2* ( gamma(2/gama1+1) - ( gamma(1/gama1+1) )^2 )
var2 <- beta2^2* ( gamma(2/gama2+1) - ( gamma(1/gama2+1) )^2 )
corre[s] <- covest / sqrt(var1*var2)

}
# fim do if roda

}

#if (roda==2){
#}

}
}

# Resultados Modelo Artigo
Resultado <- matrix(c(c(1:k),rep(0,(6*k))),nrow=k) # Resultados Mod. Artigo
for ( i in 1:k){
# Resultado[i,2]<- exp( -( (i/b1)^(a1/delta)+(i/b2)^(a2/delta) )^delta ) # valor real
Resultado[i,3]<- mean(fracao[i,(2:(M+1))]) # estimativa média

```

```

Resultado[i,4]<-sqrt(var(fraca0[i,(2:(M+1))])) # desvio padrão
Resultado[i,5]<- Resultado[i,3]-Resultado[i,2] # vício
Resultado[i,6]<- (abs(Resultado[i,5])/Resultado[i,2])*100 # vício relativo
Resultado[i,7]<- ((Resultado[i,4])^2) + ((Resultado[i,5])^2) # EQM

correst <- mean(corre) # correlação estimada
#covest <- b1*b2* ( gamma(delta/a1+1)*gamma(delta/a2+1)*gamma((1/a1)+(1/a2)+1)-
gamma(1/a1+1)*gamma(1/a2+1)*gamma((delta/a1)+(delta/a2)+1) ) /
gamma((delta/a1)+(delta/a2)+1)
#var1 <- b1^2* ( gamma(2/a1+1) - ( gamma(1/a1+1) )^2 )
#var2 <- b2^2* ( gamma(2/a2+1) - ( gamma(1/a2+1) )^2 )
#correal <- covest / sqrt(var1*var2) # correlacao real

}

```

Anexo C – macro utilizada para obtenção de intervalo de confiança – método Bootstrap

```
{

tatot <- 116 # número de linhas no banco de dados
dados2 <- read.table("G://novotrab//estufa.txt", header=TRUE)
dados <- dados2

escolhido <- rep(0,tatot)
theta1<-rep(0,2)
theta2<-rep(0,2)
M<-100 # fornecer o número de amostras a serem geradas
k <- 18 # fornecer número de semanas compreendidas no estudo
njudg <- 7 # fornecer número de julgadores em cada semana
c<-0.001 # fornecer constante a ser somada nas variáveis respostas dicotomizadas

fraca0p<-matrix(c(c(1:k),rep(0,(M*k))),nrow=k)

fraca0<-matrix(c(c(1 :k),rep(0,(M*k))),nrow=k)

fraca0t<-matrix(c(c(1 :k),rep(0,(M*k))),nrow=k)
pval0r<-rep(0,M)
corre <- rep(0,M)
for(s in 1:M){

for (contw in 1:tatot){
  dados[contw,] <- rep(0,13)
}

#U1 <- runif(nt)
#U2 <- runif(nt)
#U3 <- runif(nt)
#U4 <- runif(nt)
#U5 <- runif(nt)

for (roda in 1:2){

delta <- 0.9 # Parâmetro de dependência entre os dois atributos (lâmbida)

if (roda ==1){
a<- 1.2 # parâmetro de forma da Weibull para o atributo 1 - pode ser alterado
b<- 1/0.025 # parâmetro de escala da Weibull para o atributo 1 - pode ser alterado
a1 <- a
b1 <- b
```

```

}
else {
  a<- 2      # parâmetro de forma da Weibull para o atributo 2 - pode ser alterado
  b<- 1/0.035 # parâmetro de escala da Weibull para o atributo 2 - pode ser alterado
  a2 <- a
  b2 <- b
}

n<- rep(0,k)

n0<-1

##

#V <- rep(0,nt)

#for (z in 1:nt)
#{
# if (U5[z] <= delta)
# {V[z] <- -1*log(U2[z])-log(U3[z])}
# else {V[z]<- -1*log(U4[z])}
# }

for (contw in 1:tatot){
  escolhido[contw] <- sample(1:tatot,1)
}

escolhido <- sort(escolhido)

# Realiza o sorteio

for (contw in 1:tatot){

  dados[contw,] <- dados2[escolhido[contw],]
}

sem <- dados$semanas
if (roda==1) {

  t <- dados$odor.est

}
else {
  t <- dados$sabor.est
}

nt <- length(t)

```



```

# Geração de Dados:
semana<- seq(1:k)

for (i in 1:nt){
  for (j in 1:k){
    if (sem[i] <= semana[j]) {n[j] <- n[j]+1}
    else {n[j] <- n[j]}
  }
}

# Cria vetor com variável resposta y (dados dicotomizados)

# t<- rweibull(nt, a, b)   # gera a. a. da distribuição Weibull(a, b) de tamanho nt

#y<- t-semana
#for(i in 1:nt) {
#   if (y[i]<=0) {y[i]<-1}
#   else {y [i]<-0}
#}

y <- t

n0<-1
s0may<-rep(0,k)
for(i in 1:k){
  for (j in n0:n[i]) {
    s0may[i]<-s0may[i]+y[j]
  }
  n0 <- n[i] + 1
}
yc<-rep(0,nt)
n0<-1
for( i in 1:k){
  for (j in n0:n[i]){
    if(s0may[i]<=0) {yc[j]<-c} else {yc[j]<-y[j]}
  }
  n0 <- n[i] + 1
}
x <- rep (1,nt)

if (roda==1) {
y1<- y
}
else {y2 <- y}

##### Estimação dos parâmetros do primeiro atributo #####

```

```

# Modelo Artig0 (Freitas, Borges e Ho - 2003/2004):
beta<- log(0.03) # valor inicial para o parâmetro relacionado à escala
gama<- log(1.4) # valor inicial para o parâmetro relacionado à forma
theta0<-c(beta,gama)
theta<-rep(0,2)

Diferenca0<- rep(0,2)
Diferenca<-rep(1,2)
itera<-0
semana<-c(1:k)
while (max(abs(Diferenca)) > 0.001 & (itera <- itera+1) < 50) {
n0<-1
Inv <- 0
pdbeta<- 0
pdgama<- 0
IF11<-0
IF22<-0
IF12<-0
IF<-matrix(rep(0,2^2),ncol=2,nrow=2)
for(i in 1:k){
for(j in n0:n[i]) {
r<- (semana[i]*exp(beta))^exp(gama)
Inv <- Inv + (1-y[i])*(-1*(r)) + y[i]*log(1-exp(-1*r))
pdbeta <- pdbeta + ((-1*(1-y[j])*exp(gama)*r) + (y[j]*exp(gama)*exp(-1*r)*r)/(1-exp(-1*r)))
pdgama <- pdgama + exp(gama)*r*log(semana[i]*(exp(beta)))*((-1*(1-y[i]))+((y[j]*exp(-1*r))/(1-exp(-1*r))))
IF11 <-IF11 +(exp(2*gama)*exp(-1*r)*(r^2))/(1-exp(-1*r))
IF22<- IF22 + (exp(2*gama)*exp(-1*r)*(r^2)*((log(semana[i]*(exp(beta))))^2))/(1-exp(-1*r))
- IF12 + ((exp(2*gama)*exp(-1*r)*(r^2)* log(semana[i]*(exp(beta))))/ (1-exp(-1*r)))
}
n0 <- n[i] + 1
}
pd <- c(pdbeta,pdgama)
IF1<-cbind(IF11,IF12)

IF2<-c(t(IF12),IF22)
IF<-rbind(IF1,IF2)
theta<-theta0+(solve(IF)%*%pd)

if (roda==1) {
theta1 <- theta
beta1 <- exp(beta)
gama1 <- exp(gama)
}

else {
theta2 <- theta
beta2 <- exp(beta)
}

```

```

gama2 <- exp(gama)
}

#cat ("M0del0 Artig0", "\n", "\n" )
#cat("Iteraca0.. ..:", itera, "\n" )
#cat("logver0ss. :", Inv, "\n" )
#cat("Theta..... ..:", theta[1:2], "\n")
#cat("\n")
diferenca <- theta - theta0
theta0 <- theta
beta <- c(theta0[1])
gama <- c(theta0[2])
diferenca0 <- diferenca

if ( roda ==2) {

#cove = cov(t1,t2)

#linf <- 0
#lsup <- 1
#covest <- -30
it <- 0
beta1 <- 1/beta1
beta2 <- 1/beta2
#while ( (abs(cove - covest) > 0.001) & (it <- it+1) <10000 ) {

#Dest <- (linf + lsup)/2
#covest <- beta1*beta2* (
gamma(Dest/gama1+1)*gamma(Dest/gama2+1)*gamma((1/gama1)+(1/gama2)+1)-
gamma#(1/gama1+1*gamma(1/gama2+1)*gamma((Dest/gama1)+(Dest/gama2)+1) ) /
gamma((Dest/gama1)+(Dest/gama2)+1)

#if ( covest < cove ) {
# lsup <- Dest}
#else {
# linf <- Dest}

#}

w <- (1-y1)*(1-y2)
cont <-0
temp <- rep(0,nt)
derivada <- rep(0,nt)

#for (j in 1:k){
# for (i in 1:nt){
# cont <- cont+1
# temp[cont] <- j
# }

```

```

# }

temp <- dados$semanas

h <- 0
dests <- rep(0,100)
super <- rep(0,100)
dest <- 0
dest1 <- 0.01
for (i in 1 : 99) {

  dest1 <- dest1+ 0.01
  dest2 <- dest1+0.01
  if (dest1 ==0) {dest1 <- 0.005}
  xx <- (temp/beta1)^(gama1/dest1)+(temp/beta2)^(gama2/dest1)
  z <- 1/(xx*dest1)*(-gama1*log(temp/beta1)*(temp/beta1)^(gama1/dest1)-
gama2*log(temp/beta2)*(temp/beta2)^(gama2/dest1))+log(xx)
  derivada1 <- 1/(1-exp(-xx^dest1)) * (xx^dest1*exp(-xx^dest1)*(1-w)*z) - (z*w*xx^dest1)
  sdr1 <- sum(derivada1, na.rm=TRUE)

  xx <- (temp/beta1)^(gama1/dest2)+(temp/beta2)^(gama2/dest2)
  z <- 1/(xx*dest2)*(-gama1*log(temp/beta1)*(temp/beta1)^(gama1/dest2)-
gama2*log(temp/beta2)*(temp/beta2)^(gama2/dest2))+log(xx)
  derivada2 <- 1/(1-exp(-xx^dest2)) * (xx^dest2*exp(-xx^dest2)*(1-w)*z) - (z*w*xx^dest2)
  sdr2 <- sum(derivada2)
  super[i] <- sdr1
  dest11 <- dest1
  dest22 <- dest2
  sdr11 <- sdr1
  sdr22 <- sdr2
  sdrm <- 100
  if ((sdr1*sdr2) < 0){
    h <- h+1
    while ( (abs(sdrm) > 0.001) & (it <- it+1) <10000 ) {
      destm <- (dest11+dest22)/2
      xx <- (temp/beta1)^(gama1/destm)+(temp/beta2)^(gama2/destm)
      z <- 1/(xx*destm)*(-gama1*log(temp/beta1)*(temp/beta1)^(gama1/destm)-
gama2*log(temp/beta2)*(temp/beta2)^(gama2/destm))+log(xx)
      derivadam <- 1/(1-exp(-xx^destm)) * (xx^destm*exp(-xx^destm)*(1-w)*z) -
(z*w*xx^destm)
      sdrm <- sum(derivadam)
      if ( (sdrm*sdr11) > 0 ) {
        sdr11 <-sdrm
        dest11 <-destm
      }
      else{
        sdr22 <- sdrm
        dest22 <- destm
      }
    }
  }
  dests[h] <- destm
}

```

```

    derivada[h] <- sdrm
  }
}
# fim do for

for(i in 1:k){
frac0[i,(s+1)] <- exp( -( (i/beta1)^(gama1/destm)+(i/beta2)^(gama2/destm) )^destm
)
}
covest <- beta1*beta2* (
gamma(destm/gama1+1)*gamma(destm/gama2+1)*gamma((1/gama1)+(1/gama2)+1)-
gamma(1/gama1+1)*gamma(1/gama2+1)*gamma((destm/gama1)+(destm/gama2)+1) ) /
gamma((destm/gama1)+(destm/gama2)+1)
var1 <- beta1^2* ( gamma(2/gama1+1) - ( gamma(1/gama1+1) )^2 )
var2 <- beta2^2* ( gamma(2/gama2+1) - ( gamma(1/gama2+1) )^2 )
corre[s] <- covest / sqrt(var1*var2)

}
# fim do if roda

}

#if (roda==2){
#}

}
}

# Resultados Modelo Artigo
Resultado <- matrix(c(c(1:k),rep(0,(6*k))),nrow=k) # Resultados Mod. Artigo
for ( i in 1:k){
# Resultado[i,2]<- exp( -( (i/b1)^(a1/delta)+(i/b2)^(a2/delta) )^delta ) # valor real
Resultado[i,4]<- mean(frac0[i,(2:(M+1))]) # estimativa media
Resultado[i,3]<- quantile(frac0[i,(2:(M+1))], probs=0.05) # limite inferior
Resultado[i,5]<- quantile(frac0[i,(2:(M+1))], probs = 0.95) # limite superior

#Resultado[i,4]<-sqrt(var(frac0[i,(2:(M+1) )])) # desvio padrão
#Resultado[i,5]<- Resultado[i,3]-Resultado[i,2] # vicio
#Resultado[i,6]<- (abs(Resultado[i,5])/Resultado[i,2])*100 # vicio relativo
#Resultado[i,7]<- ((Resultado[i,4])^2) + ((Resultado[i,5])^2) # EQM
}
correst <- mean(corre) # correlacao estimada
#covest <- b1*b2* ( gamma(delta/a1+1)*gamma(delta/a2+1)*gamma((1/a1)+(1/a2)+1)-
gamma(1/a1+1)*gamma(1/a2+1)*gamma
#((delta/a1)+(delta/a2)+1) ) / gamma((delta/a1)+(delta/a2)+1)
#var1 <- b1^2* ( gamma(2/a1+1) - ( gamma(1/a1+1) )^2 )
#var2 <- b2^2* ( gamma(2/a2+1) - ( gamma(1/a2+1) )^2 )

```

```
#correal <- covest / sqrt(var1*var2) # correlacao real  
}
```