

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

## **ESCALAS DE INTELIGÊNCIA: uma aplicação psicométrica do modelo probabilístico Normal**

ISABELA FERREIRA COELHO  
ILKA AFONSO REIS

**APOSTILA DIDÁTICA  
RTE-01/2023**

Este material é de domínio público. Pede-se apenas para citar a fonte:

Coelho, I. F., Reis, I. A. (2023). *ESCALAS DE INTELIGÊNCIA: uma aplicação psicométrica do modelo probabilístico Normal*. Relatório Técnico do Departamento de Estatística da Universidade Federal de Minas Gerais.  
URL: <https://www.est.ufmg.br/portal/relatorios-tecnicos-serie-ensino/>

## **RESUMO**

Este trabalho tem o objetivo de apresentar uma aplicação para o modelo probabilístico Normal dentro do contexto de escalas de inteligência. Para isso, discorre brevemente sobre a Psicometria e construção de testes psicológicos. A seguir, introduz as escalas de inteligência, mais especificamente as Escalas Wechsler, e a interpretação dos resultados de testes psicológicos. É apresentada, então, a curva Normal, seguida pela aplicação desse modelo probabilístico às escalas de inteligência. O trabalho conta também com uma seção de exercícios.

## SUMÁRIO

1	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	3
2	<b>PSICOMETRIA</b> .....	4
3	<b>INTELIGÊNCIA</b> .....	7
4	<b>ESCALAS WECHSLER DE INTELIGÊNCIA</b> .....	8
4.1	<b>Medidas</b> .....	8
4.2	<b>Escala Wechsler De Inteligência Para Crianças – WISC</b> .....	9
4.3	<b>Escala Wechsler De Inteligência Para Adultos – WAIS</b> .....	10
4.4	<b>Escala Wechsler Abreviada De Inteligência – WASI</b> .....	10
5	<b>INTERPRETAÇÃO DE TESTES PSICOLÓGICOS</b> .....	11
6	<b>A CURVA NORMAL</b> .....	13
6.1	<b>Cálculo De Probabilidade Na Curva Normal: A Curva Normal Padrão</b> ..	15
6.2	<b>Cálculo De Percentis Na Curva Normal</b> .....	20
6.3	<b>Aplicação Da Curva Normal Às Escalas De Inteligência</b> .....	21
6.3.1	<b>Calculando probabilidades</b> .....	23
6.3.2	<b>Posicionando um indivíduo</b> .....	23
7	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	27
7.1	<b>Avaliação Vs. Testagem Psicológica</b> .....	27
7.1.1	<b>Deficiência Intelectual (DI)</b> .....	27
7.1.2	<b>Superdotação</b> .....	27
8	<b>EXERCÍCIOS</b> .....	29
8.1	<b>Respostas</b> .....	30
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	31

## 1 INTRODUÇÃO

A Estatística é uma ciência muito relevante em diferentes áreas do conhecimento que se propõem a estudar a ocorrência de fenômenos observáveis no mundo real. No contexto da Psicologia, o usufruto de conhecimentos, modelos e técnicas estatísticas se faz bastante presente. Para citar alguns exemplos, tem-se a metodologia quantitativa de pesquisas em geral; a busca por provas empíricas da eficácia de psicoterapias ou intervenções de outra ordem; a tentativa de compreensão de construtos psicológicos e sua distribuição, sua estabilidade ao longo do ciclo de desenvolvimento vital, sua capacidade preditiva de desfechos diversos; o procedimento de normatização de testes psicológicos, entre outros. Sendo assim, a aquisição de compreensão de conceitos e aplicações da Estatística ainda no ciclo básico da graduação faz-se necessária para o estudante de Psicologia.

Tendo isso em vista, o presente trabalho foi desenvolvido pela colaboração entre uma aluna de graduação em Psicologia e uma professora do Departamento de Estatística, ambas vinculadas à Universidade Federal de Minas Gerais. É fruto do Programa para o Desenvolvimento do Ensino de Graduação (PROGRAD/UFMG), cujo objetivo geral foi aprimorar o ensino de Estatística aplicada às Áreas da Saúde e à Psicologia.

O objetivo específico deste material é apresentar uma aplicação para o modelo probabilístico Normal dentro do contexto de escalas de inteligência, almejando por favorecer o aprendizado desse modelo estatístico de maneira contextualizada. Para isso, o relatório está organizado em seções. As seções iniciais (Seção 2 a Seção 5) estabelecem o contexto em que o modelo será aplicado. A Seção 6 apresenta a curva Normal e sua aplicação. Posteriormente, são realizadas algumas considerações e são propostos exercícios para a consolidação do que se buscou ensinar.

## 2 PSICOMETRIA

A Psicometria pretende estudar fenômenos psicológicos utilizando a sua quantificação como forma de representá-los. Sendo assim, encontra-se na interação entre a Estatística e a Ciência Psicossocial. Essas duas áreas de conhecimento, contudo, se diferem muito quanto às bases epistemológicas, de tal modo que “os dois sistemas têm objetos e metodologias próprias, distintas e irreversíveis entre si” (PASQUALI, 2011). Mesmo assim, apesar das distinções, a Ciência Psicossocial se beneficia do uso da Estatística para descrever e explorar seus próprios objetos de estudo.

Nas Ciências Sociais, os fenômenos de interesse não podem ser medidos por medidas fundamentais, tampouco por medidas derivadas. Logo, fica como alternativa uma forma de medida baseada na teoria, que, nas ciências psicossociais, pode ser por lei ou por teoria propriamente dita. A respeito das medidas por teoria propriamente dita, tem-se a Teoria dos Jogos, a Teoria Psicofísica e a Teoria Psicométrica ou Teoria dos Testes Psicológicos. Esta última inclui a Teoria Clássica dos Testes (TCT) e a Teoria de Resposta ao Item (TRI) (PASQUALI, 2011).

Acerca disso, as diferentes vertentes da Psicometria se relacionam às diferentes perspectivas assumidas dentro da própria Psicologia. De acordo com o behaviorismo monista materialista, por exemplo, o objeto de estudo da Psicologia deve ser o comportamento observável, não havendo espaço para “mentalismos”. A TCT surgiu dentro dessa concepção, logo, seu estudo se limita ao “tau” (comportamento) do ser humano. Por outro lado, uma visão dualista interacionista do ser humano propõe o estudo de processos mentais não diretamente observáveis, se expandindo à noção de “teta”. A TRI surgiu dentro dessa concepção, logo, seu estudo contempla o conceito de traço latente. (PASQUALI, 2011).

Um dos pontos centrais da Psicometria é que, por mais que o método científico seja empírico, os processos mentais não são passíveis de serem estudados empiricamente, isto é, não podem ser diretamente observados. Consequentemente, o traço latente precisa ser operacionalizado, expresso em comportamento observável a fim de que seja cientificamente estudado. De acordo com essa perspectiva, componentes psíquicos (traços latentes) seriam a causa de componentes físicos (comportamentos) e, a partir disso, o “tau” seria utilizado como tentativa de acessar “teta” (PASQUALI, 2011).

A Psicometria propõe, então, técnicas de medida dos processos mentais ao estabelecer sentido às respostas dadas por um indivíduo a um item ou tarefa, elaborando inferências sobre o traço latente do sujeito a partir de relações hipotéticas entre o traço latente e o comportamento observado. O quão bem essa relação se dá é o que define o conceito de validade em Psicometria, isto é, se um instrumento está de fato medindo o que se propôs a medir (COHEN; SWERDLIK; STURMAN, 2014).

A esse respeito, cabe definir o conceito de construto. De acordo com Urbina (2004), um construto é definido como algo criado pela mente humana, que não pode ser diretamente observado, sendo em sua forma pura um elemento latente. Mesmo

assim, se constituem como objeto de estudo, sendo instituídos de significado próprio e único por meio de inferências realizadas a partir da observação de indicadores relacionados a eles.

Nesse sentido, para que seja adequadamente medido, um construto deve receber definição constitutiva (conceitual) e definição operacional. A definição constitutiva se faz necessária quando o construto é definido por meio de outros conceitos já trabalhados por uma teoria. É o caso da inteligência, construto abstrato e latente, a qual representa um sistema complexo constituído por outros construtos razoavelmente independentes, como o raciocínio, a atenção, a memória etc. (PASQUALI, 2010).

## **2.1 O desenvolvimento de testes psicológicos**

A tentativa de mensurar construtos psicológicos por meio da testagem se dá por um processo complexo, constituído de diferentes etapas. O desenvolvimento de um teste ocorre em cinco estágios: conceituação, construção, experimentação, análise dos itens e revisão do teste (COHEN; SWERDLIK; STURMAN, 2014). Os testes psicológicos tipicamente fornecem uma pontuação em escore ou em uma série de escores.

A avaliação do escore de um indivíduo pode ser referenciada ao critério ou referenciada à norma. A avaliação referenciada ao critério, ao domínio ou ao conteúdo é aquela baseada na satisfação ou não de um critério pré-estabelecido, focada no desempenho daquele indivíduo e se ele atende a um padrão ou alcança um determinado nível de domínio. A avaliação referenciada à norma, por outro lado, é focada no desempenho do indivíduo em relação ao de outras pessoas no mesmo teste (COHEN; SWERDLIK; STURMAN, 2014). O processo de normatização busca gerar dados de desempenho a partir de uma amostra normativa para uso como referência para a avaliação ou interpretação de escores de testes individuais (PASQUALI, 2011).

Uma parte importante da Psicometria lida com os processos de adaptação de testes desenvolvidos dentro de um determinado contexto cultural para serem utilizados em outro contexto cultural. Para que um teste desenvolvido em um contexto específico – como a partir de uma amostra representativa estadunidense, por exemplo – seja utilizado em um contexto diferente – como, no caso, aplicado à população brasileira – o processo de adaptação é complexo, e o contexto cultural em que o instrumento adaptado será utilizado precisa ser adequadamente levado em conta.

Em vista disso, o processo de tradução dos itens busca contemplar as especificidades, havendo esforços para que o significado do item traduzido seja o mais próximo possível àquele do item original. Nessa etapa, participam diferentes tradutores e juízes. Ademais, é preciso avaliar se os itens do instrumento original que foram traduzidos são igualmente capazes de abordar toda a expressão do traço latente na nova população-alvo, o que nem sempre ocorre, pois o traço pode se expressar de maneira diferente em culturas diferentes (HUTZ; BANDEIRA; TRENTINI, 2015). A

normatização também deve ser adaptada ao novo contexto, pois é elaborada a partir de uma amostra representativa da população para qual o teste foi pensado.

A normatização é o processo responsável por estabelecer os padrões através dos quais o resultado de um indivíduo em um teste psicológico deve ser interpretado (PASQUALI, 2001). O escore obtido em um teste deve ser convertido em medidas relativas a fim de “indicar a posição relativa do indivíduo na amostra normativa, avaliando seu desempenho em relação a outras pessoas, e oferecer medidas comparáveis que permitam comparação direta do desempenho do indivíduo em testes diferentes (PASQUALI, 2001; ANASTASI; URBINA, 2000)” (OTTATI; NORONHA, 2003).

### 3 INTELIGÊNCIA

A inteligência é um dos construtos psicológicos mais sólidos e centrais na área de avaliação psicológica e de diferenças individuais. A relevância desse construto se faz clara ao se observar a sua capacidade preditiva para diversas outras características e eventos ao longo do ciclo vital, ou seja, o grau de inteligência de uma pessoa impacta uma variedade de aspectos da sua vida. A inteligência, por sua vez, também é afetada por outras variáveis, como as do desenvolvimento físico, neurológico, afetivo ou emocional, linguístico, social e moral (PAPALIA; FELDMAN, 2013).

Ao longo do tempo, foram desenvolvidos múltiplos modelos de inteligência. Assim, a busca por definir esse construto é complexa, tendo em vista a diversidade de perspectivas quanto ao tema. Faz-se relevante, contudo, no presente contexto, a definição de David Wechsler, como apresentada em seu livro *The Measurement Of Adult Intelligence*:

“Inteligência é a capacidade agregada ou global do indivíduo para agir com propósito, pensar racionalmente e lidar efetivamente com o ambiente à sua volta. É global porque caracteriza o comportamento do indivíduo como um todo; é agregada porque é composta de elementos ou habilidades que, apesar de não totalmente independentes, são diferenciáveis qualitativamente. Pela medida dessas habilidades, pode-se avaliar a inteligência em última análise.”  
(WECHSLER, 1943, p. 3)

Da mesma forma que são diversas as definições e os modelos de inteligência, são também diversos os testes que tentam acessar esse construto. No Brasil, as Escalas Wechsler são amplamente utilizadas. As primeiras edições tinham versões brasileiras somente traduzidas. A partir dos anos 2000, entretanto, pesquisas contemplaram a adaptação, o levantamento de evidências psicométricas e o estabelecimento de normas brasileiras.



## 4 ESCALAS WECHSLER DE INTELIGÊNCIA

As Escalas Wechsler foram originalmente desenvolvidas nos Estados Unidos. Atualmente, as versões adaptadas para o contexto brasileiro são: Escala de Inteligência Wechsler para Adultos – 3° edição (WAIS-III); Escala de Inteligência Wechsler para Crianças – 3° edição (WISC-III); Escala de Inteligência Wechsler para Crianças – 4° edição (WISC-IV); e Escala Wechsler Abreviada de Inteligência (WASI).

O propósito dessas escalas de inteligência é oferecer uma estimativa do desempenho intelectual de um indivíduo tanto do ponto de vista do funcionamento global quanto de capacidades específicas. Essa estimativa é expressa em Quociente Intelectual de desvio, o que significa dizer que a capacidade intelectual do indivíduo é interpretada de forma relativa, ou seja, comparando-se o desempenho individual com os desempenhos de outros indivíduos da mesma faixa etária. Adicionalmente, os diferentes subtestes que compõem as escalas permitem uma compreensão ampla do funcionamento cognitivo, englobando habilidades relacionadas à percepção, à atenção, à memória, ao pensamento, à linguagem, ao raciocínio, ao planejamento e à tomada de decisão.

### 4.1 Medidas

As Escalas Wechsler podem fornecer múltiplas medidas. O QI geral é fornecido em todas as suas versões, mas as demais medidas fornecidas variam entre as versões devido às alterações realizadas entre versões mais antigas e mais recentes, como representado no Quadro 1.

**Quadro 1 — Medidas fornecidas por cada versão das Escalas Wechsler atualmente adaptadas para o contexto brasileiro.**

Escala	Público	Medidas		
		QI Verbal e de Execução	Índices Fatoriais: Organização Operacional e Processamento	Compreensão Verbal; Perceptual; Memória de Velocidade de
WISC-III	Crianças	Presente	Presente	Presente
WISC-IV	Crianças	Ausente		
WAIS-III	Adultos	Presente		
WASI	Não especificado	Presente	Ausente	

Os resultados nas Escalas Wechsler podem ser representados a partir de quatro índices que passaram a ser estimados a partir da WISC-III, chamados índices fatoriais por serem resultado de análises fatoriais exploratórias e confirmatórias<sup>1</sup>. Dentre as

<sup>1</sup>Métodos de Estatística Multivariada que permitem resumir os dados de várias variáveis em um número menor delas, chamados Fatores.

versões atualmente utilizadas no Brasil, apenas a Escala Abreviada (WASI) não os inclui. São eles: Índice de Compreensão Verbal; de Organização Perceptual; de Memória Operacional; e de Velocidade de Processamento (Quadro 2).

**Quadro 2 — Descrição de medidas passíveis de serem fornecidas pelas Escalas Wechsler.**

Quociente de Inteligência Total	Síntese geral do desempenho, sendo uma estimativa do nível geral de funcionamento intelectual do examinando.
Quociente de Inteligência Verbal (QIV)	Medida do conhecimento adquirido, raciocínio verbal e atenção para os materiais verbais.
Quociente de Inteligência de Execução (QIE)	Medida do raciocínio fluido, processamento espacial, atenção a detalhes e integração visuomotora.
Índice de Compreensão Verbal (ICV)	Avalia o conhecimento verbal adquirido e a capacidade de compreensão verbal.
Índice de Organização Perceptual (ICO)	Avalia a capacidade de raciocínio não verbal, fluido, atenção a detalhes e integração visuomotora.
Índice de Memória Operacional (IMO)	Avalia a capacidade para atentar-se à informação, mantê-la brevemente e processá-la na memória, para, em seguida, emitir uma resposta.
Índice Velocidade de Processamento (IVP)	Avalia processos relacionados à atenção, à memória e à concentração para processar rapidamente a informação visual.

Ademais, as Escalas Wechsler estruturavam-se tradicionalmente a partir da divisão entre dois quocientes: o Quociente de Inteligência Verbal e o de Execução, também apresentados no Quadro 2. Contudo, a partir da WISC-IV, lançada em 2003, essa divisão deixou de ser utilizada. No contexto brasileiro atual, entretanto, essa ainda é a única versão que não está dividida entre Quociente Verbal e de Execução.

#### 4.2 Escala Wechsler De Inteligência Para Crianças – WISC

As Escalas Wechsler de Inteligência para Crianças (WISCs) são indicadas para a faixa etária de 6 anos e 0 meses a 16 anos e 11 meses. A WISC-IV, versão mais recente, abrange a pontuação de QI Total e os quatro índices fatoriais já especificados. O teste engloba 10 subtestes principais e 05 suplementares. Os 10 subtestes principais fornecem juntos as pontuações do QI Total. São eles: Informação, Semelhanças, Vocabulário e Compreensão – medidas de fatores específicos da inteligência cristalizada; Aritmética – do conhecimento quantitativo; Dígitos e Sequência de Números e Letras – da memória de curto prazo; Cubos e Completar Figuras – do processamento visual; e Código (CD), Procurar Símbolos (PS) e Cancelamento (CA) – da velocidade de processamento.

### **4.3 Escala Wechsler De Inteligência Para Adultos – WAIS**

As escalas Wechsler de Inteligência para Adultos (WAIS) são indicadas para indivíduos entre 16 e 89 anos. Na terceira versão (WAIS-III), as normas foram estabelecidas para oito faixas etárias: 16-17, 18-19, 20-24, 25-29, 30-39, 40-49, 50-59, 60-64 e 65-89 anos. A WAIS-III disponibiliza todas as medidas já especificadas, isto é, os três níveis de medida de QI e os quatro índices; e inclui 14 subtestes, sendo sete verbais e sete de realização.

Os subtestes verbais são: Vocabulário, Semelhanças, Aritmética, Memória de Dígitos, Informação, Compreensão e Sequência de Letras e Números (sendo o último facultativo). Os subtestes de realização são: Completamento de Gravuras, Código, Cubos, Matrizes, Disposição de Gravuras, Pesquisa de Símbolos e Composição de Objetos, sendo os dois últimos facultativos.

### **4.4 Escala Wechsler Abreviada De Inteligência – WASI**

A Escala Wechsler Abreviada de Inteligência (WASI) pode ser aplicada em indivíduos dos 6 aos 89 anos. O WASI contém apenas quatro subtestes: Cubos, Vocabulário, Semelhanças e Raciocínio Matricial. A escolha desses subtestes advém de sua forte associação com as habilidades cognitivas gerais e sua relação com construtos de inteligência, tais como as dicotomias verbal/execução e cristalizada/fluida (HUTZ; BANDEIRA; TRENTINI, 2018). O QI total é calculado a partir do desempenho nos quatro subtestes; o QI Verbal, a partir do desempenho nos subtestes Vocabulário e Semelhanças; e o QI de Execução, a partir do desempenho nos subtestes Cubos e Raciocínio Matricial.

## 5 INTERPRETAÇÃO DE TESTES PSICOLÓGICOS

O escore obtido em um teste sempre precisa ser contextualizado para ser interpretado. De fato, o escore só adquire sentido quando referido a algum padrão ou norma, que permitem “(1) determinar a posição que o sujeito ocupa no traço medido pelo teste que produziu o tal escore e, (2) comparar o escore deste sujeito com o escore de qualquer outro sujeito” (PASQUALI, 2011). Ou seja, para que a pontuação de um indivíduo adquira sentido, ela deve ser posicionada em relação às pontuações do grupo ao qual aquele indivíduo pertence.

Acerca disso, os dados brutos precisam passar por conversões, comumente chamadas de transformações, que, por sua vez, podem ser lineares ou não lineares. Uma das métricas obtidas a partir de transformação linear, tradicionalmente utilizada no contexto psicométrico, é o Escore Z, que informa, em unidades de desvio padrão, o quanto o resultado em questão se afasta da média da distribuição à qual pertence (ANUNCIAÇÃO; PORTUGAL; LANDEIRA-FERNANDEZ, 2021). Se calcularmos o Escore Z para todos os dados ou escores de um teste, a média dos valores transformados será 0 e o desvio padrão será 1. O nome Escore Z se deve ao uso da distribuição Normal Padrão, que será apresentada na próxima seção.

Os escores de testes psicológicos são variáveis aleatórias, ou seja, considera-se que os valores obtidos ocorrem segundo uma determinada distribuição de probabilidade (ANUNCIAÇÃO; PORTUGAL; LANDEIRA-FERNANDEZ, 2021; BELHEKAR, 2016; EVERITT, 2002). Além disso, no contexto da Psicologia, assume-se que diferentes fenômenos seguem a distribuição Normal (ANUNCIAÇÃO; PORTUGAL; LANDEIRA-FERNANDEZ, 2021; KOZIOL *et al.*, 2016; RUSSELL, 2012).

Nesse sentido, vale destacar que a distribuição Normal não é um fenômeno empiricamente observado ao se medir variáveis psicológicas, mas sim um conceito teórico (ANUNCIAÇÃO; PORTUGAL; LANDEIRA-FERNANDEZ, 2021). Esse conceito é utilizado para possibilitar a comparação de escores em muitos testes psicológicos. Sendo assim, o modelo probabilístico Normal (ou gaussiano) é um recurso de extrema importância para a Psicometria, e compreendê-lo é um requisito essencial para interpretar e analisar corretamente medidas psicométricas.

Ainda quanto à interpretação de testes, também se faz importante entender o conceito de percentil, que é uma medida de posição relativa. O percentil de ordem  $k$ , sendo  $0 \leq k \leq 100$ , é definido como o valor que deixa ao menos  $k\%$  dos valores ordenados abaixo ou igual a ele. Assim, se a pontuação 54,3 em um teste equivale ao percentil de ordem 60, por exemplo, isso significa que ao menos 60% dos indivíduos que fizeram esse teste pontuam abaixo ou igual a 54,3 pontos. O conceito de percentil será trabalhado com mais detalhes na Seção 5.

O Quociente de Inteligência é uma medida psicológica obtida a partir de um processo de normatização que considera que a distribuição desse quociente segue o modelo Normal, com média 100 e com desvio padrão dependendo do tipo de teste. Dessa forma, quando se informa o QI de uma pessoa, é necessário dizer qual foi o

desvio padrão utilizado, caso contrário, o mesmo não pode ser interpretado adequadamente. A esse respeito, tem-se que as Escalas Wechsler utilizam desvio padrão 15. A Escala Stanford-Binet, por exemplo, utiliza um desvio padrão 16.

Nas Escalas Wechsler, durante o processo de correção, o escore bruto obtido em cada tarefa deve ser transformado em escore ponderado, o que é feito através de tabelas para conversão segundo a faixa etária do examinando. Essa transformação permite que os escores ponderados tenham uma mesma métrica. Assim, será possível obter uma medida relativa do desempenho em função da faixa etária e todas as tarefas terão o mesmo peso ao se estimarem os resultados compostos, calculados a partir dos resultados em cada tarefa.

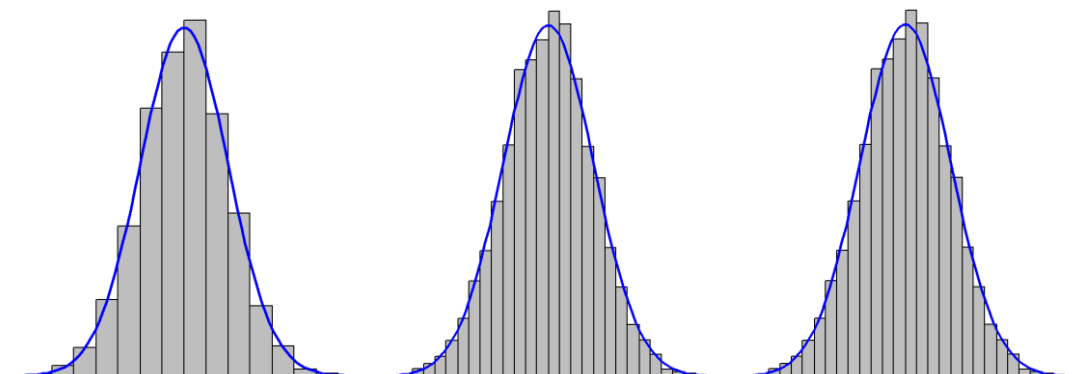
## 6 A CURVA NORMAL

A distribuição Normal é um modelo probabilístico para representar a distribuição de probabilidades de variáveis contínuas. Variáveis contínuas são aquelas cujas observações podem assumir qualquer valor na escala dos números reais, ou seja, valores inteiros e não-inteiros, negativos e também positivos. Tipicamente são o fruto de uma medição, como o peso de um indivíduo (em Kg), sua altura (em cm), a concentração sanguínea de um nutriente (em mg/dL), o teor de gordura de um alimento (em g/100g) e até mesmo a nota em um teste (em pontos).

Quando queremos estudar o comportamento da distribuição das observações de uma variável contínua, é útil criar classes de valores para essa variável e então contar quantas observações da variável há em cada uma das classes criadas. A representação gráfica dessas contagens é o que chamamos histograma, no qual cada classe é representada por uma barra vertical com altura proporcional à frequência de observações naquela classe, como mostra a Figura 1. Histogramas podem ser construídos usando-se como altura da barra: a) as contagens absolutas (histograma de contagens); b) as frequências relativas ao total de observações (histograma de frequências); e c) as densidades de frequências, que são o resultado da divisão das frequências relativas pelo tamanho da classe (histogramas de densidade de frequência).

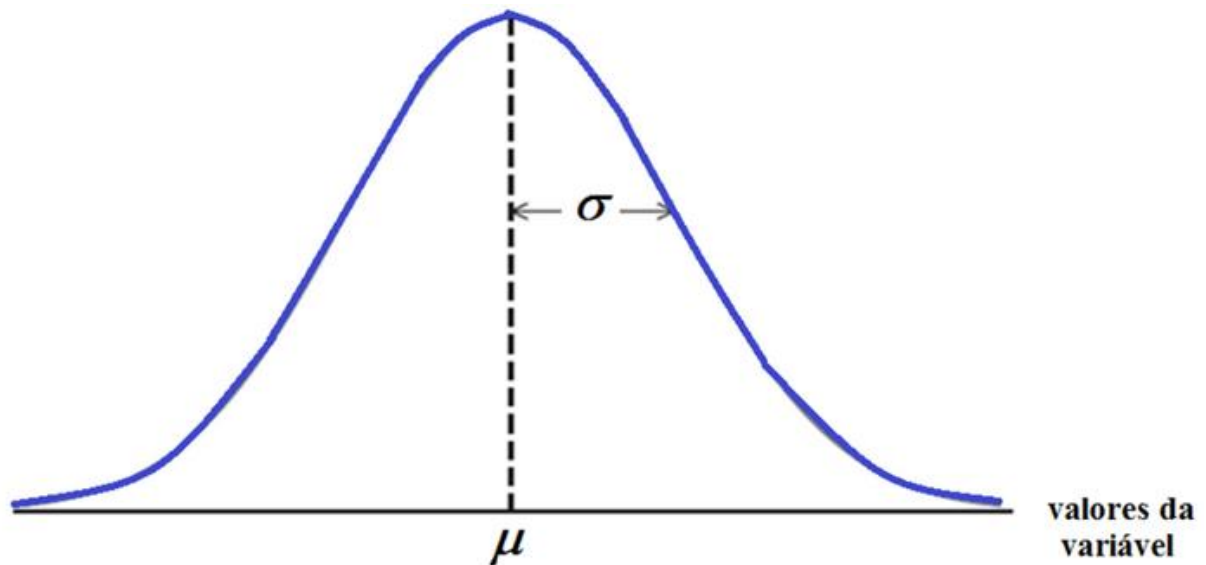
Um histograma de densidade de frequências é especialmente útil quando as classes têm tamanhos diferentes, pois nos fornece uma ideia da concentração (densidade) das observações por unidade da variável em cada classe. À medida que uma distribuição de frequências ganha mais classes, sua representação gráfica começa a ganhar uma forma mais suave, como mostra a sequência de histogramas da Figura 1. Sendo assim, é possível aproximar o formato desse histograma por uma curva mais suave, desenhada em azul na Figura 1. Se chamarmos de  $X$  a variável contínua em questão, essa curva suave é chamada função de densidade de  $X$ , ou  $f(X)$ .

Figura 1 — Sequência de histogramas de densidade, à medida que a distribuição de frequências ganha mais classes.



Para algumas variáveis contínuas, a distribuição de frequências exibe um comportamento muito particular, caracterizado pela concentração de valores em torno de um valor central, pela simetria da distribuição em torno desse centro e pela frequência pequena de valores muito extremos. Para essas variáveis, a distribuição de frequências pode ser aproximada por uma função de densidade  $f(X)$  como a da Figura 2. Essa é a função de densidade do modelo de probabilidade conhecido como Modelo Normal e a curva da Figura 2 é conhecida como Curva Normal.

Figura 2 — Curva Normal (centrada na média  $\mu$  e com desvio-padrão  $\sigma$ ).



O Modelo Normal ou Modelo de Gauss – sobrenome do matemático alemão que o popularizou – tem função de densidade  $f(x)$  dada pela seguinte expressão:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

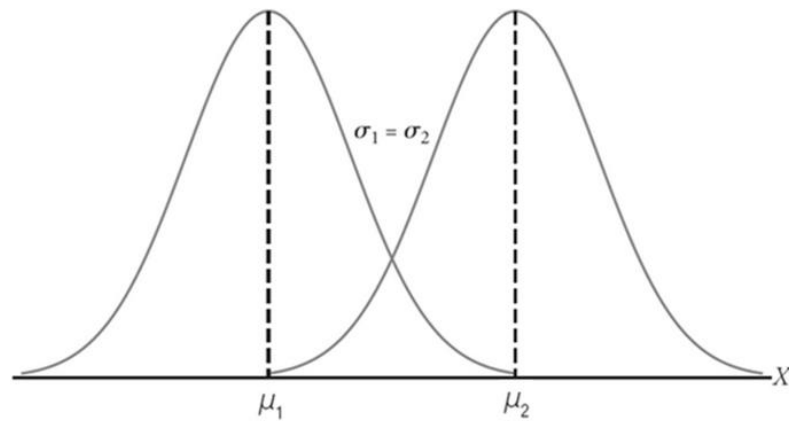
$$-\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$$

na qual  $\pi$  e  $e$  são constantes conhecidas ( $\pi \approx 3.14159$  e  $e \approx 2.71828$ ) e  $\mu$  e  $\sigma$  são, respectivamente, a média e o desvio padrão da variável aleatória  $X$ . Assim, dizemos que  $X$  tem distribuição Normal com média  $\mu$  e desvio-padrão  $\sigma$ , ou, resumidamente, que  $X \sim \text{Normal}(\mu; \sigma)$ . Por conseguinte, o Modelo Normal é definido por dois parâmetros: a média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ . A média  $\mu$  de uma variável aleatória  $X$  que siga o modelo Gaussiano pode assumir qualquer valor na reta real, e seu desvio padrão  $\sigma$  só pode assumir valores maiores do que zero.

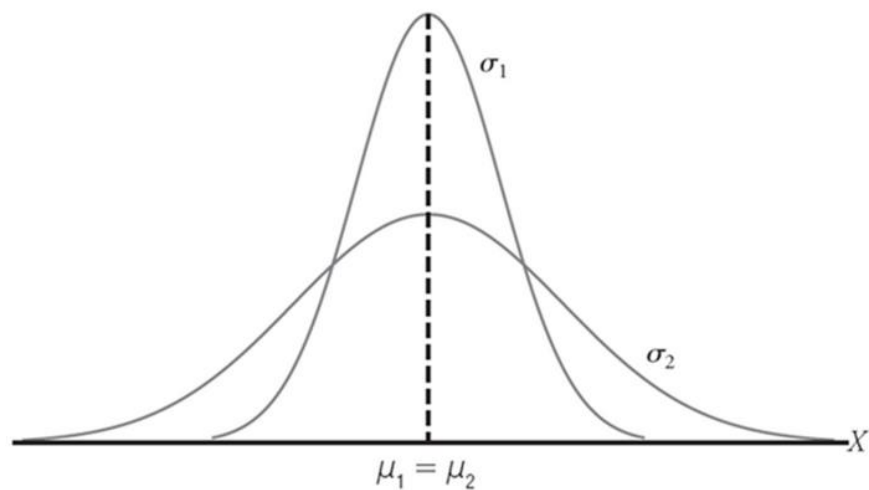
A Curva Normal tem a forma de forma de sino, é simétrica em torno da média  $\mu$ , e, portanto, o valor da média de uma variável que segue o modelo Normal coincide com a sua mediana. Como mostra a Figura 2, a média  $\mu$  determina a localização do centro da curva, em torno do qual os demais valores serão distribuídos simetricamente, enquanto o desvio padrão  $\sigma$  determina a forma do sino (mais achatado ou mais

alongado). Para cada combinação de  $\mu$  e  $\sigma$ , existe uma curva gaussiana diferente, como mostram as figuras 3A e 3B. Curvas normais com o mesmo desvio padrão terão o mesmo formato (Figura 3A) e, quanto maior o desvio padrão de uma variável que segue o modelo Normal, mais achatada será a sua curva Normal (Figura 3B).

**Figura 3A — Curvas Normais com médias diferentes ( $\mu_1 < \mu_2$ ) e desvios padrão iguais ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ).**



**Figura 3B — Curvas Normais com médias iguais ( $\mu_1 = \mu_2$ ) e desvios padrão diferentes ( $\sigma_1 < \sigma_2$ ).**



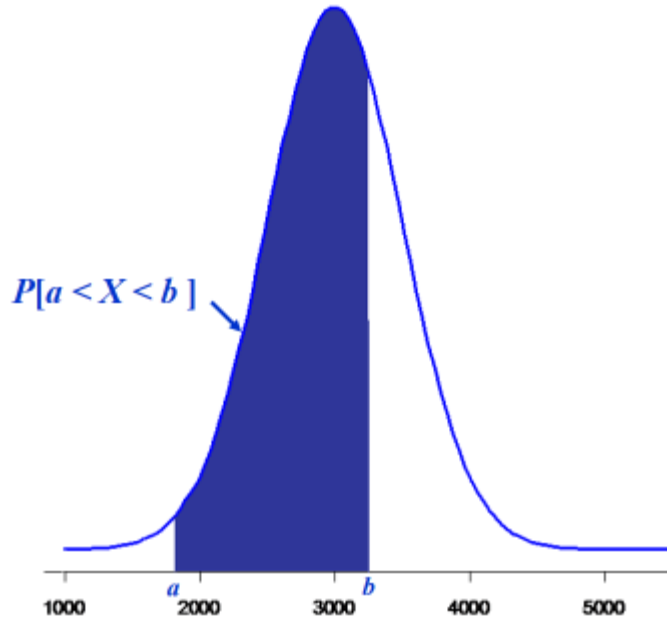
### 6.1 Cálculo De Probabilidade Na Curva Normal: A Curva Normal Padrão

No caso de variáveis contínuas, o cálculo de probabilidades envolve a determinação de área sob a curva  $f(x)$  em um dado intervalo de valores, como mostra a Figura 4. A probabilidade de se obter valores de  $X$  entre  $a$  e  $b$ , ou seja,  $P[a < X < b]$ , é dada pela área abaixo da curva entre  $a$  e  $b$ . Como  $f(x)$  representa uma distribuição



de probabilidades, a área sob toda a curva  $f(x)$  vale 1. Sendo assim, a área sob toda a Curva Normal também vale 1.

**Figura 4 — Área sob a curva  $f(x)$  entre  $a$  e  $b$ .**



As probabilidades na curva Normal são calculadas com o auxílio de uma tabela. Como existem infinitas possibilidades de combinações para os valores de  $\mu$  e  $\sigma$ , seria inviável tabular as probabilidades de todas as distribuições Normais possíveis. Em razão disso, existe uma única tabela de probabilidades, que foi construída para uma variável Normal especial: a variável Normal Padrão, também conhecida como variável Z.

A variável Normal Padrão tem esse nome porque é o fruto da padronização de uma variável X pelo valor de sua média  $\mu$  e seu desvio-padrão  $\sigma$ , de modo que  $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ . Essa expressão também é a responsável por transformar um escore bruto qualquer obtido em um teste em Escore Z, como apresentado na seção anterior (“Interpretação de Testes Psicológicos”).

Existem várias versões da tabela Normal Padrão. A Figura 5 (partes A e B) apresenta a versão que separa os percentis negativos (Figura 5A) dos percentis positivos (Figura 5B). Em ambas as partes dessa versão da tabela Normal Padrão, a parte inteira e a primeira casa decimal do percentil z são apresentados nas linhas da tabela, enquanto a segunda casa decimal é apresentada nas colunas da tabela. Em cada célula do interior da tabela, estão as quatro casas decimais da probabilidade (área) abaixo do percentil z resultante daquela combinação de linha e coluna. Por exemplo, para encontrar  $P[Z < -1,67]$ , basta consultar a Figura 5A (percentis negativos) na combinação da linha -1,6 e coluna 7, o que resultará no valor 0526. Sendo assim, temos que  $P[Z < -1,67] = 0,056$ . Por limitações de espaço, as tabelas

Normal Padrão geralmente apresentam os percentis  $Z$  com apenas duas casas decimais.

**Figura 5A — Área abaixo dos percentis ( $z$ ) negativos da distribuição Normal Padrão (os valores dentro da tabela se referem às quatro casas decimais da área)**

$z$	Segunda casa decimal de $z$									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>-2,9</b>	0014	0014	0015	0015	0016	0016	0017	0018	0018	0019
<b>-2,8</b>	0019	0020	0021	0021	0022	0023	0023	0024	0025	0026
<b>-2,7</b>	0026	0027	0028	0029	0030	0031	0032	0033	0034	0035
<b>-2,6</b>	0036	0037	0038	0039	0040	0041	0043	0044	0045	0047
<b>-2,5</b>	0048	0049	0051	0052	0054	0055	0057	0059	0060	0062
<b>-2,4</b>	0064	0066	0068	0069	0071	0073	0075	0078	0080	0082
<b>-2,3</b>	0084	0087	0089	0091	0094	0096	0099	0102	0104	0107
<b>-2,2</b>	0110	0113	0116	0119	0122	0125	0129	0132	0136	0139
<b>-2,1</b>	0143	0146	0150	0154	0158	0162	0166	0170	0174	0179
<b>-2,0</b>	0183	0188	0192	0197	0202	0207	0212	0217	0222	0228
<b>-1,9</b>	0233	0239	0244	0250	0256	0262	0268	0274	0281	0287
<b>-1,8</b>	0294	0301	0307	0314	0322	0329	0336	0344	0351	0359
<b>-1,7</b>	0367	0375	0384	0392	0401	0409	0418	0427	0436	0446
<b>-1,6</b>	0455	0465	0475	0485	0495	0505	0516	0526	0537	0548
<b>-1,5</b>	0559	0571	0582	0594	0606	0618	0630	0643	0655	0668
<b>-1,4</b>	0681	0694	0708	0721	0735	0749	0764	0778	0793	0808
<b>-1,3</b>	0823	0838	0853	0869	0885	0901	0918	0934	0951	0968
<b>-1,2</b>	0985	1003	1020	1038	1056	1075	1093	1112	1131	1151
<b>-1,1</b>	1170	1190	1210	1230	1251	1271	1292	1314	1335	1357
<b>-1,0</b>	1379	1401	1423	1446	1469	1492	1515	1539	1562	1587
<b>-0,9</b>	1611	1635	1660	1685	1711	1736	1762	1788	1814	1841
<b>-0,8</b>	1867	1894	1922	1949	1977	2005	2033	2061	2090	2119
<b>-0,7</b>	2148	2177	2206	2236	2266	2296	2327	2358	2389	2420
<b>-0,6</b>	2451	2483	2514	2546	2578	2611	2643	2676	2709	2743
<b>-0,5</b>	2776	2810	2843	2877	2912	2946	2981	3015	3050	3085
<b>-0,4</b>	3121	3156	3192	3228	3264	3300	3336	3372	3409	3446
<b>-0,3</b>	3483	3520	3557	3594	3632	3669	3707	3745	3783	3821
<b>-0,2</b>	3859	3897	3936	3974	4013	4052	4090	4129	4168	4207
<b>-0,1</b>	4247	4286	4325	4364	4404	4443	4483	4522	4562	4602
<b>-0,0</b>	4641	4681	4721	4761	4801	4840	4880	4920	4960	

**Figura 5B — Área abaixo dos percentis ( $z$ ) positivos da distribuição Normal Padrão (os valores dentro da tabela se referem às quatro casas decimais da área)**

$z$	Segunda casa decimal de $z$									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0,1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0,2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0,3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0,4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0,5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0,6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0,7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852
0,8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0,9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
1,0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1,1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1,2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
1,3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177
1,4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319
1,5	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441
1,6	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1,7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1,8	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1,9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767
2,0	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2,1	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2,2	9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2,3	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2,4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2,5	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
2,6	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2,7	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2,8	9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981
2,9	9981	9982	9982	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986

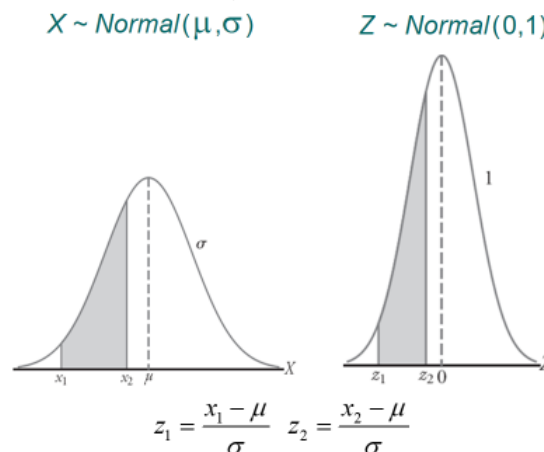
De maneira geral:

- Para encontrar  $P[Z < z]$ , basta consultar diretamente a tabela Normal Padrão na combinação linha e coluna que resulta no percentil  $z$ . Ex:  $P[Z < 1,67] = 0,9525$ ;
- Para encontrar  $P[Z > z]$ , deve-se inverter o sinal de  $z$  e então consultar a área abaixo do novo valor ( $-z$ ) na tabela Padrão, pois  $P[Z > z] = P[Z < -z]$ , por causa da simetria da distribuição Normal Padrão em torno de sua média 0. Ex:  $P[Z > 1,67] = P[Z < -1,67] = 0,0526$
- Para encontrar probabilidades envolvendo um intervalo de valores, ou seja,  $P[z_1 < Z < z_2]$ , a tabela deve ser consultada duas vezes, uma para encontrar  $P[Z < z_2]$  e outra para encontrar  $P[Z < z_1]$  e, então,  $P[z_1 < Z < z_2] = P[Z < z_2] - P[Z < z_1]$ .

Vale ressaltar que também existem tabelas que fornecem a área acima do percentil  $z$ , ou seja  $P[Z > z]$ . Logo, é preciso estar atento a esse detalhe ao buscar tabelas Normal Padrão para consulta. Contudo, os princípios serão os mesmos e basta fazer as adaptações necessárias.

É possível visualizar que a variável  $Z$  tem média igual a 0 e desvio-padrão igual a 1 e continua seguindo o modelo Normal. Assim,  $Z \sim \text{Normal}(0; 1)$ . O cálculo de probabilidades para uma variável  $X \sim \text{Normal}(\mu; \sigma)$  por meio de uma variável  $Z \sim \text{Normal}(0; 1)$  é possível porque a transformação de  $X$  em  $Z$  muda o *formato* da área entre os valores  $x_1$  e  $x_2$ , mas não muda o *tamanho* (valor) dessa área, como ilustra a Figura 6.

Figura 6 — Padronização dos valores  $x_1$  e  $x_2$  em  $z_1$  e  $z_2$



A partir da padronização, a tabela da distribuição Normal Padrão pode ser utilizada ao trabalhar com quaisquer variáveis aleatórias que tenham distribuição Normal, desde que sejam informados os parâmetros média e desvio padrão da variável aleatória  $X$ , a fim de que a padronização seja realizada. Os valores informados pela

tabela servirão, então, para o cálculo da área sob a curva (probabilidade) e para o cálculo de percentis.

Por exemplo, se quisermos encontrar  $P[X < 10]$ , sabendo que  $X \sim \text{Normal}(15; 3)$ , basta realizar o procedimento a seguir e consultar o valor da área abaixo de  $z$  na tabela Padrão quando  $z = -1,66$  (Figura 5A).

$$P[X < 10] = P\left[Z < \frac{10 - 15}{3}\right] = P[Z < -1,66] = 0,0485$$

Além de realizar o procedimento de padronização, se quisermos encontrar a probabilidade de que a variável aleatória  $X$  seja maior que um valor  $x$ , devemos nos lembrar de que  $P[Z < z] = P[Z > -z]$ . Exemplificando, para encontrarmos  $P[X > 18]$ , quando  $X \sim \text{Normal}(12; 4)$ , é preciso realizar o procedimento a seguir e, apenas então, consultar o valor da área abaixo de  $z$  na tabela Normal Padrão quando  $z = -1,5$  (Figura 5A).

$$P[X > 18] = P\left[Z > \frac{18 - 12}{4}\right] = P[Z > 1,5] = P[Z < -1,5] = 0,0668$$

Similarmente, para encontrar a probabilidade de que a variável aleatória esteja em um determinado intervalo, devemos nos lembrar que  $P[a < Z < b] = P[Z < b] - P[Z < a]$ . Logo, para encontrarmos  $P[22 < X < 30]$ , quando  $X \sim \text{Normal}(25; 2)$ , por exemplo, é preciso realizar todo o procedimento a seguir, consultar o valor da área abaixo de  $z$  na tabela Padrão quando  $z = 2,5$  (Figura 5B) e quando  $z = -1,5$  (Figura 5A), e então subtrair os valores encontrados, nessa ordem.

$$\begin{aligned} P[22 < X < 30] &= P\left[\frac{22 - 25}{2} < Z < \frac{30 - 25}{2}\right] = P\left[Z < \frac{30 - 25}{2}\right] - P\left[Z < \frac{22 - 25}{2}\right] \\ &= P[Z < 2,5] - P[Z < -1,5] = 0,9938 - 0,0668 = 0,9270 \end{aligned}$$

## 6.2 Cálculo De Percentis Na Curva Normal

Os percentis são medidas estatísticas utilizadas para posicionar os valores de uma variável em relação ao grupo de onde vieram, seja uma amostra ou população. O percentil de ordem  $100\alpha$  ( $P_{100\alpha}$ ), sendo  $0 \leq \alpha \leq 1$ , é o valor da variável que deixa  $100\alpha\%$  do grupo abaixo ou igual a ele. Se um indivíduo, por exemplo, tem altura que coincide com o percentil 95% de altura no seu grupo, isso significa que esse indivíduo é tão ou mais alto que 95% do grupo, e somente 5% dos indivíduos do grupo são mais altos do que ele.

O percentil  $P_{100\alpha}$  para uma variável que segue a distribuição Normal pode ser calculado como uma função dos valores da sua média  $\mu$ , de seu desvio padrão  $\sigma$  e do

percentil  $z_\alpha$ , que representa o percentil desejado mas calculado na distribuição Normal Padrão, como mostra a expressão a seguir,

$$P_{100\alpha} = \mu + z_\alpha \cdot \sigma$$

em que  $\alpha$  é a ordem do percentil ( $0 < \alpha < 1$ ) e  $z_\alpha$  é o percentil da tabela  $Z$  que deixa uma área de  $\alpha$  abaixo dele. Quando  $\alpha < 0.50$ , os percentis  $z_\alpha$  serão negativos e o valor do percentil  $P_{100\alpha}$  estará abaixo da média  $\mu$ . Quando  $\alpha > 0.50$ , os percentis  $z_\alpha$  serão positivos e o valor do percentil  $P_{100\alpha}$  estará acima da média  $\mu$ . Usando esse mesmo raciocínio, podemos ver que mediana de uma variável Normal realmente coincide com sua média, pois  $P_{50}$ , ou seja, a mediana, será igual a  $\mu$ , pois  $z_{0,50} = 0$  (Figura 5B).

O percentis da distribuição Normal Padrão podem ser consultados na tabela Normal Padrão (figuras 5A e 5B). Sendo assim, ao calcularmos o percentil com o auxílio da tabela Normal Padrão, partimos da probabilidade tabelada a fim de encontrar o valor de  $z$ , isto é, fazemos o “caminho inverso” da consulta realizada para cálculo de probabilidade, em que partimos do valor de  $z$  para encontrarmos a probabilidade tabelada.

Exemplificando, se quisermos saber qual valor da variável  $X$  deixa 80% do grupo abaixo ou igual a ele, sendo  $X \sim \text{Normal}(95; 11)$ , devemos calcular o percentil 80% dessa distribuição, a partir do seguinte procedimento:

$$P_{100\alpha} = \mu + z_\alpha \cdot \sigma \quad \rightarrow \quad P_{80} = 95 + z_\alpha \cdot 11 \quad \rightarrow \quad P_{80} = 95 + (0,84) \cdot 11 = 104,24,$$

pois, pela Figura 5B,  $z_{0,80} \approx 0,84$ .

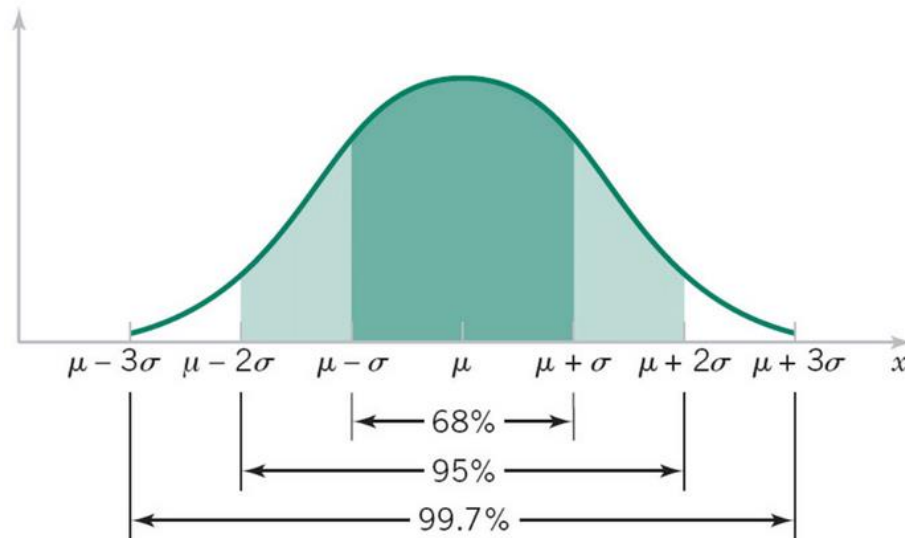
Nesse momento, é preciso consultar a tabela Normal Padrão, buscando a probabilidade tabelada que mais se aproxime da desejada. A partir da busca na tabela (Figura 5B), podemos encontrar a área 0,7995, quando o percentil  $z$  é igual a 0,84, ou a área 0,8023, quando o percentil  $z$  é igual a 0,85. Logo, podemos utilizar o valor do percentil 0,84, por ser o que deixa abaixo dele uma área mais próxima ao valor desejado ( $79,95\% \approx 80\%$ ). Assim, tem-se que o valor que deixa 80% do grupo abaixo ou igual a ele, ou seja, o percentil 80% dessa distribuição, é 104,24.

### 6.3 Aplicação Da Curva Normal Às Escalas De Inteligência

As escalas de inteligência são um exemplo importante de aplicação da Curva Normal.

Na distribuição Normal, pouco mais de dois terços (68,3%) dos valores estão inseridos no intervalo definido por  $\mu \pm \sigma$ , como ilustra a Figura 7. Quando se amplia esse intervalo em torno de  $\mu$  para  $\mu \pm 2\sigma$  e  $\mu \pm 3\sigma$ , a porcentagem de valores inseridos dentro desses intervalos para a ser 95,4% e 99,7%, respectivamente.

**Figura 7 — Propriedade de área fixa entre intervalos simétricos em torno da média da distribuição Normal.**



Fonte: Montgomery e Runger (2012).

Aplicando-se essas propriedades da distribuição Normal à distribuição dos escores nas Escalas Wechsler ( $\mu=100$ ;  $\sigma=15$ ), um escore igual a 1 desvio-padrão acima da média seria igual a 115 ( $\mu + 1\sigma = 100 + 15 = 115$ ). Por outro lado, um escore exatamente 1 desvio-padrão abaixo da média seria igual a 85. Logo, aproximadamente dois terços das pessoas pontuam entre 85 e 115 para QI nas Escalas Wechsler. Nesse sentido, qual seria um escore na escala Wechsler exatamente 2 desvios-padrão abaixo e exatamente 2 desvios-padrão acima da média? Ao assumirmos uma distribuição aproximadamente Normal para esses escores, também consideramos que aproximadamente 95% de todos os escores estarão entre a média  $\pm 2$  desvios-padrão (Figura 7), ou seja, entre  $100 - 2 \times 15 = 70$  pontos e  $100 + 2 \times 15 = 130$  pontos. O Quadro 3 traz as implicações para a distribuição dos escores da escala Wechsler de inteligência quando consideramos o modelo Normal com média 100 e desvio padrão 15.

Além disso, é possível calcular a probabilidade de que um indivíduo pontue abaixo ou acima de um valor qualquer arbitrário, bem como é possível posicionar um indivíduo em relação ao grupo ao qual ele pertence por meio do cálculo de percentis.

**Quadro 3 — Implicações práticas ao se considerar o modelo Normal para a distribuição da escala Wechsler de QI.**

<b>Características da curva Normal representadas na Figura 7.</b>	<b>Implicações para os escores das escalas Wechsler de QI.</b>
Aproximadamente 34% de todos os escores ocorrem entre a média e 1 desvio-padrão acima da média.	Aproximadamente 34% das pessoas pontua entre 100 e 115 pontos.
Aproximadamente 34% de todos os escores ocorrem entre a média e 1 desvio-padrão abaixo da média.	Aproximadamente 34% das pessoas pontua entre 85 e 100 pontos.
Aproximadamente 68% de todos os escores ocorrem entre a média e $\pm 1$ desvio-padrão.	Aproximadamente 68% das pessoas pontua entre 85 e 115 pontos.
Aproximadamente 95% de todos os escores ocorrem entre a média e $\pm 2$ desvios-padrão.	Aproximadamente 95% das pessoas pontua entre 70 e 130 pontos.
Aproximadamente 99,74% de todos os escores distribuídos de forma normal estão entre $\pm 3$ desvios-padrão.	Aproximadamente 99,74% das pessoas pontua entre 55 e 145 pontos.

### 6.3.1 Calculando probabilidades

De acordo com a quinta edição do Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais (DSM-V), publicado pela Associação Americana de Psiquiatria (APA), para o diagnóstico de Transtorno Específico da Aprendizagem, um dos critérios é a pontuação de QI pelo menos 1,5 desvios-padrão abaixo da média, ou seja, pontuação abaixo ou igual a 77,5 para os testes da Escala Wechsler.

Se quisermos, então, saber a probabilidade de que um indivíduo atenda a esse critério, basta calcular  $P [X < 77,5]$ , sabendo que  $X \sim \text{Normal} (100; 15)$ . Para que a tabela Normal padrão seja utilizada, a variável aleatória  $X$  deve ser transformada em  $Z \sim \text{Normal} (0,1)$ , com auxílio da expressão  $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ .

$$P [X < 77,5] = P \left[ Z < \frac{77,5 - 100}{15} \right] = P [Z < -1,5]$$

Da tabela normal Padrão (Figura 5A):  $P [Z < -1,5] = 0,0668$ . Logo, a probabilidade de que um indivíduo atenda a esse critério é aproximadamente 7%.

### 6.3.2 Posicionando um indivíduo

Usemos como exemplo um indivíduo que pontuou 76 pontos na Escala Wechsler de inteligência. Qual é a porcentagem de indivíduos abaixo dele? Para responder essa pergunta, devemos calcular  $P [X < 76]$ , dado  $X \sim \text{Normal} (100; 15)$ .

$$P [X < 76] = P \left[ Z < \frac{76 - 100}{15} \right] = P [Z < -1,6]$$



Da tabela Normal Padrão:  $P [Z < -1,6] = 0,0548$ . Logo, um indivíduo que pontua 76 a partir da Escala Wechsler está acima de cerca de 5% de seu grupo, que é o mesmo que dizer que está abaixo de aproximadamente 95%.

A título de exemplo, consideremos uma escala hipotética de inteligência em que a variável aleatória  $X$  possui distribuição Normal com média igual a 100 e desvio padrão igual a 20. Nessa escala, um indivíduo que pontua 76 deixa qual porcentagem abaixo de si? Para responder, devemos calcular  $P [X < 76]$ , dado  $X \sim \text{Normal} (100; 20)$ .

$$P [X < 76] = P \left[ Z < \frac{76 - 100}{20} \right] = P [Z < -1,2]$$

Da tabela normal padrão:  $P [Z < -1,2] = 0,1151$ . Logo, um indivíduo que pontua 76 a partir dessa escala hipotética está acima de cerca de 12% de seu grupo, ou abaixo de cerca de 88%.

Similarmente, se considerarmos uma escala hipotética em que  $X \sim \text{Normal} (100; 10)$ , então um indivíduo que pontua 76 estará acima de cerca de menos de 1% de seu grupo, pois,

$$P [X < 76] = P \left[ Z < \frac{76 - 100}{10} \right] = P [Z < -2,4] = 0,0082$$

A partir disso, podemos observar que a probabilidade de pontuar abaixo de 76 é diferente para cada uma dessas escalas, bem como o posicionamento de um indivíduo que obtenha dado escore depende das variabilidade dos escores em torno de sua média. No caso do escore 76, ele seria o percentil 5 na escala Wechsler, mas representaria os percentis 12 e 1 se o desvio padrão dos escores fosse 20 e 10, respectivamente. Ou seja, o indivíduo com escore 76 estaria melhor ou pior posicionado em relação ao seu grupo dependendo se a escala utilizada tivesse mais ou menos variabilidade, respectivamente.

Essa diferença também pode ser observada quando se calcula um percentil de ordem fixa, mas em escala com variabilidade diferente. A título de exemplo, vamos calcular o percentil 90% nas escalas hipotéticas (com  $\sigma = 10$  e  $\sigma = 20$ ) e na Escala Wechsler ( $\sigma = 15$ ). O valor de  $z$  que deixa uma área de 0,9 abaixo de si, de acordo com a tabela Normal Padrão, é aproximadamente 1,28 (a partir da busca na tabela da Figura 5B, podemos encontrar o valor 0,8997, quando  $z$  é igual a 1,28, e 0,9015, quando  $z$  é igual a 1,29). Assim:

$$\text{Se } X \sim \text{Normal} (100; 10): P_{90} = 100 + (1,28). 10 = 112,8$$

$$\text{Se } X \sim \text{Normal} (100; 15): P_{90} = 100 + (1,28). 15 = 119,2$$

$$\text{Se } X \sim \text{Normal} (100; 20): P_{90} = 100 + (1,28). 20 = 125,6$$

À medida que a variabilidade, representada pelo desvio padrão, aumenta, o valor do percentil 90 aumenta também, ou seja, ele é empurrado para mais longe da média 100. Desse modo, para estar entre os 10% mais bem pontuados na escala

hipotética com  $\sigma = 20$  é preciso conseguir uma pontuação muito maior do que na escala Wechsler, que tem um desvio padrão menor.

Também podemos verificar essas diferenças quando comparamos a que percentil corresponderia uma determinada pontuação em cada uma das escalas. Por exemplo, qual seria a diferença de pontuar 120 em cada uma das escalas?

Se  $X \sim \text{Normal}(100; 10)$ :

$P_{\alpha} = 120 = 100 + z_{\alpha} \cdot 10 \rightarrow z_{\alpha} = 2 \rightarrow P[Z < 2] = 0,9772$  e  $\alpha = 0,9772$  (2,28% pontuam acima de 120 nessa escala)

Se  $X \sim \text{Normal}(100; 15)$ :

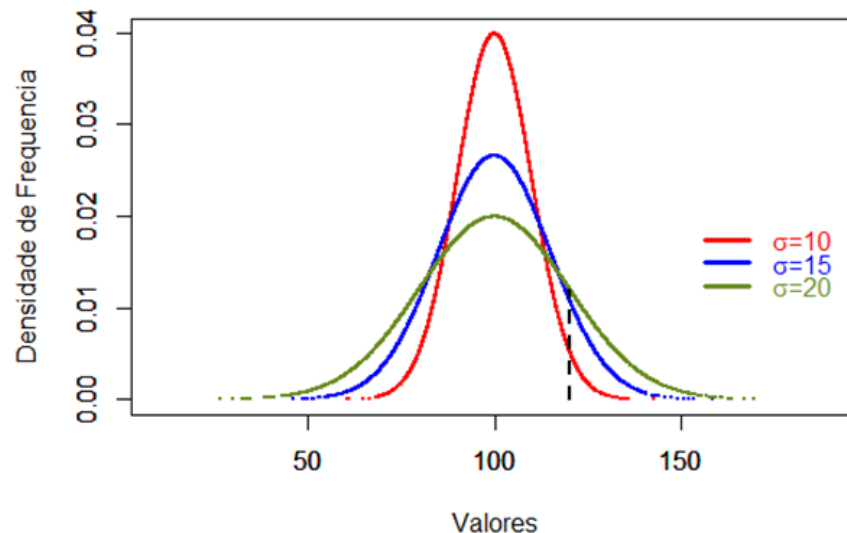
$P_{\alpha} = 120 = 100 + z_{\alpha} \cdot 15 \rightarrow z_{\alpha} = 1,33 \rightarrow P[Z < 1,33] = 0,9082$  e  $\alpha = 0,9082$  (9,18% pontuam acima de 120 nessa escala)

Se  $X \sim \text{Normal}(100; 20)$ :

$P_{\alpha} = 120 = 100 + z_{\alpha} \cdot 20 \rightarrow z_{\alpha} = 1 \rightarrow P[Z < 1] = 0,8413$  e  $\alpha = 0,8413$  (15,87% pontuam acima de 120 nessa escala)

Logo, é possível perceber que pontuar 120 possui significados diferentes para cada uma dessas escalas. Essa diferença está representada na Figura 8, em que a linha pontilhada representa o valor 120 e as três curvas são curvas normais com média 100 e desvio padrão indicado na legenda, sendo a curva azul referente às Escalas Wechsler.

**Figura 8 — Comparação entre Curvas Normais com mesma média mas desvios padrões diferentes.**



Sabemos que, quanto maior o desvio padrão, mais achatada é a curva normal e maior a amplitude de valores abrangidos pela curva. Como mostra a Figura 8, o valor 120 deixa acima dele uma área maior sob a curva com maior desvio padrão dentre as três (curva em verde). Ou seja, para a escala hipotética com desvio padrão 20, pontuar 120 não é tão surpreendente, tendo em vista que cerca de 16% do grupo pontua acima disso. Todavia, para a escala hipotética com desvio-padrão 10 (curva em vermelho), a

área sob a curva acima de 120 é bem menor, isto é, a frequência de ocorrência de valores acima deste é muito baixa – menos de 2,5%, como calculado.

No contexto dos testes psicológicos, vale citar que a transformação realizada para obter o percentil não é linear, de modo que propriedades intervalares não são preservadas (ANUNCIAÇÃO; PORTUGAL; LANDEIRA-FERNANDEZ, 2021). Assim, a mesma diferença em pontuação bruta pode ser muito ou pouco significativa para diferença entre percentis, a depender da posição na distribuição. Isto é, se uma determinada diferença de pontuação for analisada em relação à média, o impacto em pontos percentis será bem maior do que se a mesma diferença em pontuação bruta for analisada em relação a um valor extremo da distribuição (ANUNCIAÇÃO; PORTUGAL; LANDEIRA-FERNANDEZ, 2021), pois a quantidade de observações próximas à média é consideravelmente maior do que nos extremos da distribuição, por definição.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 7.1 Avaliação Vs. Testagem Psicológica

Avaliação e testagem psicológica podem ser termos popularmente tidos como sinônimos, mas se diferem em definição técnica. A testagem psicológica é um processo que busca medir construtos psicológicos por meio de testes, geralmente fornecendo uma pontuação em escore ou uma série de escores. A avaliação psicológica, por outro lado, é um processo que busca avaliar um indivíduo de maneira integralizada e, para isso, pode contar com recursos como a testagem, entrevista, observação e estudos de caso (COHEN; SWERDLIK; STURMAN, 2014). A avaliação pode (ou não) incluir a testagem.

Sendo assim, a pontuação em testes de inteligência não deve ser utilizada sozinha quando se busca uma avaliação integral do sujeito, pois deve ser considerada a interação com outras áreas do funcionamento individual. Logo, por mais que as pontuações sejam aproximações do funcionamento conceitual, provavelmente serão insuficientes para avaliar o quão adaptativo é o comportamento, o desempenho em situações da vida real e o domínio de habilidades em tarefas práticas. Dessa forma, devem ser acompanhadas de julgamento clínico. Logo, é importante a clareza de que, na investigação de diagnósticos como de deficiência intelectual, superdotação ou transtornos de aprendizagem, a testagem intelectual é imprescindível, mas não suficiente.

#### 7.1.1 Deficiência Intelectual (DI)

Indivíduos com transtorno do desenvolvimento intelectual apresentam escores de aproximadamente dois desvios padrão ou mais abaixo da média populacional, incluindo uma margem de erro de medida (geralmente  $\pm 5$  pontos). Em testes com desvio padrão de 15 e média de 100, isso envolve uma pontuação de 65–75 ( $70 \pm 5$ ) (DSM-5). Logo, pessoas com deficiência intelectual se encontram no extremo esquerdo da curva de distribuição de QI.

Nesse sentido, contudo, cabe reforçar que um indivíduo que pontue um pouco acima do critério pode ter prejuízo funcional significativo, clinicamente comparável ao de indivíduos que satisfazem o critério quantitativo para DI, em detrimento da interação com outros fatores, como deficiência no julgamento social; bem como a presença de outros fatores pode tornar o funcionamento de um indivíduo que satisfaz o critério quantitativo mais bem-adaptativo.

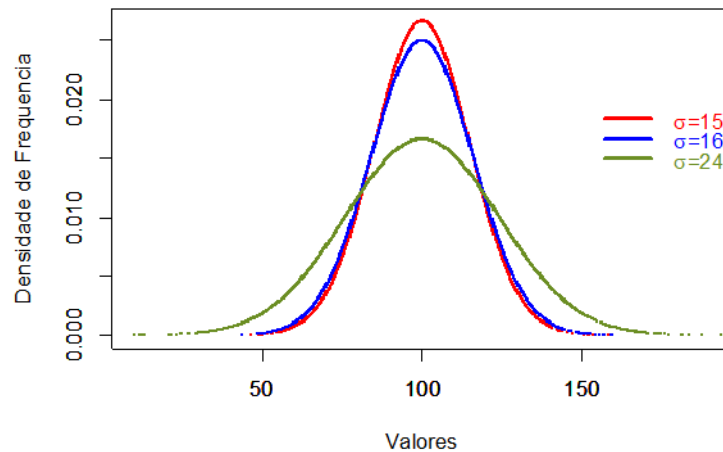
#### 7.1.2 Superdotação

Por outro lado, na extrema direita da curva de distribuição de QI se encontram os indivíduos superdotados. O valor adotado tipicamente como característica de um superdotado é pontuar mais de 130 para QI nas Escalas Wechsler, ou seja, dois desvios padrão acima da média, o que significa dizer que o indivíduo está entre os

2,5% com mais alto QI nessa escala. É importante ressaltar, todavia, que esse não é o único critério a ser levado em conta no processo de classificação de indivíduos com altas habilidades/superdotação, havendo outros aspectos a serem considerados.

## 8 EXERCÍCIOS

Assume-se que o Quociente de Inteligência numérico segue distribuição Normal com média igual a 100 e desvio-padrão dependendo do teste.



O DP=15 é adotado pelas Escalas Wechsler. O DP=16 é adotado pela Escala Stanford-Binet. O DP=24 é hipotético.

**1. Tendo em vista as informações colocadas acima, preencha os espaços nas sentenças a seguir, utilizando as palavras e expressões do Quadro 4:**

A distribuição de frequência que se dá em uma curva Normal é definida por dois parâmetros. (a) \_\_\_\_\_ determina o valor central da curva, em torno do qual os demais serão distribuídos, enquanto (b) \_\_\_\_\_ define a forma do sino. Pontuar 110 (c) \_\_\_\_\_ a mesma coisa em todas as escalas, e a pontuação (d) \_\_\_\_\_ ser analisada isoladamente. Assim, pontuar 110 na escala Wechsler é (e) \_\_\_\_\_ pontuar o mesmo valor em uma escala hipotética com média 100 e desvio-padrão 24.

**Quadro 4**

A média	Não significa	Não deve
O desvio padrão	Significa	Igual a
Pior que	Melhor que	Deve

**2. Considerando que o QI possui distribuição Normal, calcule a probabilidade de se:**

- Pontuar entre 100 e 110 na Escala Wechsler ( $\mu = 100$ ;  $\sigma = 15$ ).
- Pontuar entre 100 e 110 na escala hipotética ( $\mu = 100$ ;  $\sigma = 24$ ).

- c. Pontuar entre 70 e 85 na Escala Stanford-Binet ( $\mu = 100$ ;  $\sigma = 16$ ).
- d. Pontuar entre 70 e 85 na escala hipotética ( $\mu = 100$ ;  $\sigma = 24$ ).

**3. Considerando que o QI possui distribuição Normal, calcule o percentil 95 na Escala:**

- a. Wechsler ( $\mu = 100$ ;  $\sigma = 15$ ).
- b. Stanford-Binet ( $\mu = 100$ ;  $\sigma = 16$ ).
- c. Hipotética ( $\mu = 100$ ;  $\sigma = 24$ ).

- 4.** Indivíduos com transtorno do desenvolvimento intelectual apresentam escores de aproximadamente dois desvios padrão ou mais abaixo da média populacional, incluindo uma margem de erro de medida (geralmente  $\pm 5$  pontos) (*DSM-V*). Sendo assim, considerando as Escalas Wechsler ( $\mu = 100$ ;  $\sigma = 15$ ), indivíduos com DI seriam aqueles que pontuam abaixo de 70, desconsiderando a margem de erro. Sabendo que a distribuição escores de QI pode ser aproximada pelo modelo probabilístico Normal, qual a probabilidade de um indivíduo se encaixar na classificação para DI?

### 8.1 Respostas

1. a) A média; b) o desvio-padrão; c) não significa; d) não deve; e) melhor que
2. A seguir:
  - a. 0,2457
  - b. 0,1591
  - c.  $0,1736 - 0,0307 = 0,1429$  ou  $0,1736 - 0,0301 = 0,1435$
  - d.  $0,2676 - 0,1056 = 0,162$  ou  $0,2643 - 0,1056 = 0,1587$  ( $\approx 16\%$ )
3. A seguir:
  - a. 124,675
  - b. 126,32
  - c. 139,48
4. 0,0099

## REFERÊNCIAS

1. AMERICAN PSYCHOLOGICAL ASSOCIATION. **DSM-5: Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais-V**. Artmed Editora, 2013.
2. ANASTASI, A.; URBINA, S. **Testagem Psicológica**. 7 ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.
3. ANUNCIAÇÃO, Luis; PORTUGAL, Anna Carolina; LANDEIRA-FERNANDEZ, J. Aspectos psicométricos de instrumentos neuropsicológicos: revisão conceitual, proposta de interpretação de percentis e classificações. **Interação em Psicologia**, v. 25, 2021.
4. BELHEKAR, Vivek M. **Statistics for Psychology Using R**. SAGE Publications Pvt. Limited, 2016.
5. COHEN, Ronald Jay; SWERDLIK, Mark E.; STURMAN, Edward D. **Testagem e Avaliação Psicológica - 8.ed.**: Introdução a Testes e Medidas. AMGH Editora, 2014.
6. EVERITT, Brian S. **The Cambridge Dictionary of Statistics**. 2 ed. 2002.
7. HUTZ, Claudio Simon; BANDEIRA, Denise Ruschel; TRENTINI, Clarissa Marcell. **Avaliação Psicológica da Inteligência e da Personalidade**. Artmed Editora, 2018.
8. HUTZ, Claudio Simon; BANDEIRA, Denise Ruschel; TRENTINI, Clarissa Marcell. **Psicometria**. Artmed Editora, 2015.
9. KOZIOL, Leonard F. *et al.* **Large-Scale Brain Systems and Neuropsychological Testing: An Effort to Move Forward**. Springer, 2016.
10. MACEDO, Mariângela Miranda Ferreira; MOTA, Márcia Elia; METTRAU, Marsyl Bulkool. WISC-IV: Evidências de Validade para Grupos Especiais de Superdotados” WISC-IV. **Psicologia em Pesquisa**, 2017.
11. MONTGOMERY, Douglas C.; RUNGER, George C. **Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros**, Ed. LTC, 5ª edição, 2012.
12. OTTATI, Fernanda; NORONHA, Ana Paula Porto. **Parâmetros Psicométricos De Instrumentos De Interesse Profissional**. Estudos e Pesquisas em Psicologia. UERJ, 2003.



13. PAPANIA, DIANE E.; FELDMAN, RUTH DUSKIN. **Desenvolvimento Humano**. 12 ed. Porto Alegre: Artmed, 2013.
14. PASQUALI, Luiz. **Instrumentação Psicológica: Fundamentos e práticas**. Artmed Editora, 2010.
15. PASQUALI, Luiz. **Psicometria**: Teoria dos testes na psicologia e na educação. 4 ed. Editora Vozes Limitada, 2011.
16. PASQUALI, L. (Org.). **Técnicas de exame psicológico – TEP**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2001.
17. RUSSELL, Elbert. **The Scientific Foundation of Neuropsychological Assessment**: With Applications to Forensic Evaluation. Elsevier, 2012.
18. URBINA, Susana. **Essentials of Psychological Testing**. John Wiley & Sons, 2004.
19. WECHSLER, David. **The Measurement of Adult Intelligence**. Baltimore: The Williams & Wilkins Company, 1943.