



Departamento de Estatística
Instituto de Ciências Exatas

Associação entre Variáveis Qualitativas

(Teste Qui-Quadrado, Risco Relativo e Razão das Chances)

Notas de aula e exercícios

Ilka Afonso Reis
Edna Afonso Reis

Exemplo inicial¹: numa pesquisa para avaliar a opinião sobre o aborto, realizada pelo Instituto Eagleton, 1200 homens foram entrevistados, sendo 800 entrevistados por pessoas do sexo masculino e 400 por pessoas do sexo feminino. Desse total de entrevistados, 868 disseram concordar com a seguinte frase “O aborto é um problema de natureza privada, cuja decisão deve ficar a critério da mulher, sem interferência do governo”.

Esse resultado pode ser representado numa tabela de freqüências do seguinte tipo.

Tabela 1

	Resposta		Total
	<i>Concordo</i>	<i>Discordo</i>	
<i>Homens</i>	868 (72,3%)	332 (27.7%)	1200 (100%)

Essa tabela representa uma classificação da amostra de homens que foram entrevistados segundo sua resposta (“concordo” ou “discordo”).

Essa mesma amostra pode também ser classificada quanto ao sexo do entrevistador de cada participante.

Tabela 2

	Sexo do Entrevistador		Total
	<i>Masculino</i>	<i>Feminino</i>	
<i>Homens</i>	800 (66.7%)	400 (33.3%)	1200 (100%)

Essa amostra pode ainda ser classificada segundo as duas variáveis, resposta e sexo de entrevistador, gerando uma tabela de freqüências do seguinte tipo

Tabela 3

Sexo do Entrevistador	Resposta		Total
	<i>Concordo</i>	<i>Discordo</i>	
<i>Masculino</i>	560	240	800
<i>Feminino</i>	308	92	400
Total	868	332	1200

Uma tabela como a Tabela 3 é chamada de **Tabela de Contingência**.

Tabelas de Contingência (ou tabelas de freqüência de dupla entrada) são tabelas em que as freqüências correspondem a duas classificações, uma classificação está nas linhas da tabela e a outra está nas colunas.

As tabelas acima são chamadas também de Tabelas 2 X 2 (leia “tabelas dois por dois”), pois cada uma das variáveis possuem duas categorias, gerando uma tabela com 4 caselas (a linha e coluna dos totais não são consideradas). Também existem tabelas 3 X 2, 3 X 3 e assim por diante. Por enquanto, vamos nos concentrar nas tabelas 2 x 2. Os resultados para essas tabelas poderão ser estendidos para os outros tipos.

¹ Exemplo adaptado de Triola, M. F. (1999), *Introdução à Estatística* - 7ª. edição, LTC

Observe que, se considerarmos somente a última *linha* da Tabela 3, teremos uma tabela igual à Tabela 1 e, se considerarmos somente a última *coluna* da Tabela 3, teremos uma tabela igual à Tabela 2.

Com as informações da Tabela 3, podemos concluir, por exemplo, que 560 dos 800 homens entrevistados por pessoa do sexo masculino (70%) concordaram com a afirmação. Ou ainda, podemos concluir que 92 dos 332 homens que discordaram da afirmação (28%) foram entrevistados por pessoas do sexo feminino.

Existem duas maneiras de construir uma tabela de contingência 2 X 2:

1. **Considerar uma amostra e classificá-la simultaneamente segundo duas variáveis.** Esse é o caso da Tabela 3. Um total de 1200 homens foram classificados segundo sua resposta (concordo/discordo) e segundo o sexo da pessoa que os entrevistaram (masculino/feminino). O objetivo do estudo que gerou a Tabela 3 é saber se a opinião do entrevistado sobre algo tão polêmico é influenciada pelo sexo do entrevistador. Essa pergunta pode ser feita de outra maneira: a opinião do entrevistado é *independente* do sexo da pessoa que o entrevista?
2. **Considerar dois grupos distintos e então classificá-los segundo uma outra variável.** Esse é o caso da Tabela 4 a seguir. Num estudo para verificar a eficácia de duas marcas de remédio no controle de hiperatividade, 400 hiperativos foram divididos aleatoriamente em 2 grupos de mesmo tamanho. Um grupo (200 pessoas) tomou a droga A e o outro grupo tomou a droga B. Depois de algum tempo de tratamento, verificou-se, em cada um dos grupos, quantas pessoas ainda estavam com sintomas de hiperatividade, gerando os dados da Tabela 4.

Tabela 4

Droga	Hiperatividade		Total
	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	
<i>A</i>	152	48	200
<i>B</i>	132	68	200
<i>Total</i>	284	116	400

Dessa tabela, podemos extrair da informação de que 48 das 200 pessoas que tomaram a droga A (24%) tiveram os sintomas de hiperatividade controlados, enquanto 68 das 200 pessoas que tomaram a droga B (34%) tiveram os sintomas de hiperatividade controlados. O objetivo do estudo é saber se qual das drogas, A ou B, é a mais eficaz para o controle da hiperatividade. Essa pergunta pode ser feita de outra maneira: a proporção de pessoas que tiveram a hiperatividade controlada com a droga A é igual à proporção de pessoas que tiveram a hiperatividade controlada com a droga B? Ou ainda podemos perguntar: as proporções são *homogêneas*?

Note que, apesar das tabelas geradas nas situações 1 e 2 serem muito parecidas quanto ao formato, o objetivo de cada uma delas é diferente. Na situação 1, estamos querendo verificar se há ou não *independência* entre as duas variáveis de classificação. Já na situação 2, o objetivo é verificar se as proporções de uma classificação são *homogêneas* (iguais) ou não em dois grupos.

Para isso, usaremos as técnicas de Teste de Hipóteses. Na situação 1, queremos *testar a hipótese de independência entre as duas variáveis* e, na situação 2, queremos *testar a hipótese de homogeneidade de duas proporções*.

Situação 1: Teste de Independência

Como em todo teste de hipóteses, devemos estabelecer primeiramente as hipóteses nula e alternativa. Num teste de independência de variáveis usando uma tabela de contingência, essas hipóteses são:

H ₀ : As variáveis de classificação são independentes; H ₁ : As variáveis de classificação não são independentes;

Podemos escrever as hipóteses também da seguinte maneira:

H ₀ : Não existe associação entre as variáveis de classificação; H ₁ : Existe associação entre as variáveis de classificação;

Para o exemplo inicial, as hipóteses são

H₀: A opinião do entrevistado sobre o aborto é independente do sexo do entrevistador.
H₁: A opinião do entrevistado sobre o aborto não é independente do sexo do entrevistador.

Sob a hipótese nula, isto é, sob a hipótese de que as variáveis são independentes, qual seria a tabela de contingência que deveríamos esperar no caso do estudo da Tabela 3?

Ora, se do total de 1200 homens entrevistados, 868 (72.3%) concordaram com a afirmação, deveríamos esperar essa mesma porcentagem entre os homens que foram entrevistados por pessoas do sexo masculino (800) e entre os homens que foram entrevistados por pessoas do sexo feminino (400), caso uma variável não dependesse da outra (hipótese nula). Ou seja, deveríamos esperar $0.723 \times 800 = 578.7$ homens que concordaram dentre os que foram entrevistados por homens. Essa mesma proporção também deveria acontecer entre os 400 homens que foram entrevistados por mulheres, ou seja, deveríamos esperar $0.723 \times 400 = 289.3$ homens que concordaram dentre os que foram entrevistados por mulheres.

Desse modo, podemos montar uma tabela esperada, sob a hipótese de independência (hipótese nula), que é mostrada na Tabela 5

Tabela 5 - Tabela Esperada sob a Hipótese de Independência

Sexo do Entrevistador	Resposta		Total
	<i>Concordo</i>	<i>Discordo</i>	
<i>Masculino</i>	$(868/1200) \times 800 = \mathbf{578.7}$	$(332/1200) \times 800 = \mathbf{221.3}$	800
<i>Feminino</i>	$(868/1200) \times 400 = \mathbf{289.3}$	$(332/1200) \times 400 = \mathbf{110.7}$	400
<i>Total</i>	868	332	1200

Com a tabela de valores esperados sob a hipótese nula, podemos compará-la com a tabela observada e verificarmos se a distância as duas é “grande” ou não. Se a distância entre o observado e o esperado sob a hipótese de independência não for considerada “grande”, então não teremos evidências suficientes para rejeitar a hipótese de independência entre as variáveis. Do contrário, caso a distância entre o observado e o esperado sob a hipótese de independência for considerada “grande”, então teremos evidências suficientes para rejeitar a hipótese de independência entre as variáveis

Mas como medir a distância entre o observado e o esperado sob H_0 ? Nesse ponto, precisamos de uma **Estatística de Teste** para medir essa distância.

A Estatística de Teste usada para a distância entre as tabelas observada e esperada chama-se X^2 (leia “xis-quadrado”) e é definida como:

$$X^2 = \frac{(n_{11} - e_{11})^2}{e_{11}} + \frac{(n_{12} - e_{12})^2}{e_{12}} + \frac{(n_{21} - e_{21})^2}{e_{21}} + \frac{(n_{22} - e_{22})^2}{e_{22}}$$

- onde
- n11 representa a freqüência observada na linha 1 e coluna 1 da tabela (observada)
 - n12 representa a freqüência observada na linha 1 e coluna 2 da tabela (observada)
 - n21 representa a freqüência observada na linha 2 e coluna 1 da tabela (observada)
 - n22 representa a freqüência observada na linha 2 e coluna 2 da tabela (observada)
 - e11 representa a freqüência esperada na linha 1 e coluna 1 da tabela (esperada)
 - e12 representa a freqüência esperada na linha 1 e coluna 2 da tabela (esperada)
 - e21 representa a freqüência esperada na linha 2 e coluna 1 da tabela (esperada)
 - e22 representa a freqüência esperada na linha 2 e coluna 2 da tabela (esperada)

Assim, no exemplo da opinião sobre o aborto, $n_{11}=560$, $n_{12}=240$, $n_{21}=308$ e $n_{22}=92$ (Tabela 3) e $e_{11}=578.7$, $e_{12}=221.3$, $e_{21}=289.3$ e $e_{22}=110.7$ (Tabela 5).

Note que as diferenças entre as freqüências observadas (n's) e as freqüências esperadas (e's) são elevadas ao quadrado. Isso é feito para que os desvios negativos e positivos

não se cancelem, de forma semelhante ao que ocorre quando calculamos a variância amostral. A divisão pela frequência esperada em cada parcela é feita para padronizar essa medida de diferença entre o observado e o esperado, como também ocorre nas estatísticas de teste Z e T para os testes de média e proporção.

Assim, a estatística X^2 é simplesmente a soma das distâncias padronizadas de cada uma das caselas da tabela observada até sua respectiva casela na tabela esperada.

Para o exemplo inicial (associação entre sexo do entrevistador e opinião do entrevistado), o cálculo da estatística X^2 ficaria

$$X^2 = \frac{(560 - 578.7)^2}{578.7} + \frac{(240 - 221.3)^2}{221.3} + \frac{(308 - 289.3)^2}{289.3} + \frac{(92 - 110.7)^2}{110.7}$$

$$X^2 = \frac{349.7}{578.7} + \frac{349.7}{221.3} + \frac{349.7}{289.3} + \frac{349.7}{110.7} = 0.60 + 1.58 + 1.21 + 3.16 = 6.55$$

Obs: a coincidência de valores nos numeradores das parcelas *não é regra*. Aconteceu por acaso.

Com o valor do X^2 , que é a medida de distância entre o observado e o esperado sob a hipótese nula, ainda perguntamos: o valor 6.55 é uma diferença “grande” sob a hipótese de que as variáveis são independentes ou ocorreu por mero acaso?

Para decidirmos se 6.55 é um valor grande ou ocorreu por mero acaso, devemos recorrer à *distribuição de probabilidade de X^2 sob a hipótese nula*. Assim, poderemos saber quais são valores mais prováveis para X^2 sob a hipótese de independência e decidir se 6.55 é um valor provável para X^2 ou não.

Os valores pouco prováveis formam a Região de Rejeição (RR) da hipótese de independência.

A distribuição de X^2 sob a hipótese de independência chama-se **Distribuição Qui-Quadrado (χ^2)**. Assim, esse teste é chamado de **Teste do Qui-Quadrado** e é um teste muito citado na literatura de várias áreas do conhecimento.

A Distribuição Qui-quadrado também depende da quantidade chamada *graus de liberdade*, como a distribuição t-Student. Para cada valor do grau de liberdade, existe uma distribuição Qui-quadrado.

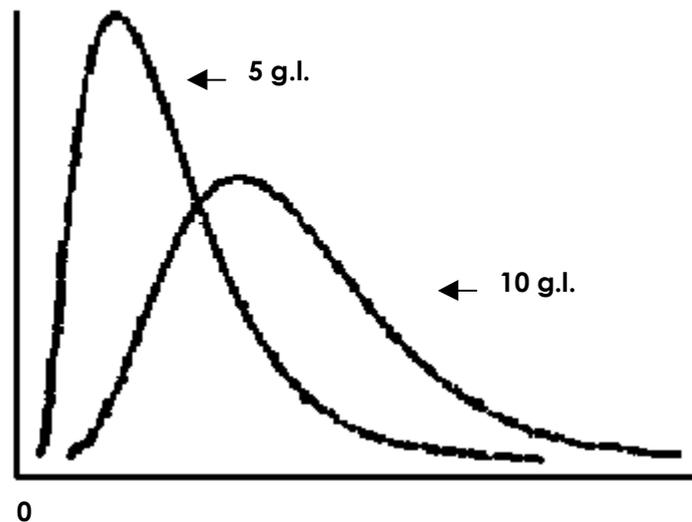


Figura 1 – Distribuição Qui-quadrado com 5 e 10 graus de liberdade (g. l.)

A Tabela Qui-quadrado: também existe uma *Tabela Qui-quadrado* (em anexo) e a forma de consultá-la é semelhante à forma de consulta da Tabela T. Nas linhas da tabela, estão os graus de liberdade e, nas colunas, a proporção da área que o ponto deixa acima dele. Só existem algumas proporções de área tabeladas e são os valores mais usados.

Se consultarmos a linha 1 e a coluna do 0.05, encontraremos o valor 3.84, significando que esse é o ponto da distribuição Qui-quadrado com 1 grau de liberdade que deixa de uma área de 5% acima dele.

A distribuição Qui-quadrado não é simétrica como a distribuição t-Student. A distribuição Qui-quadrado só assume valores positivos. Desse modo, se quisermos saber qual é o ponto da distribuição Qui-quadrado com 1 grau de liberdade que deixa uma área de 0.025 abaixo dele, teremos que usar a propriedade do complementar, encontrando qual é o ponto que deixa uma área de 0.975 acima dele, que, nesse caso, é o ponto 0.001 (Tabela Qui-quadrado na linha 1 e coluna do 0.975)

A *Região de Rejeição* do teste qui-quadrado com uma tabela 2 x 2 é construída com base na distribuição Qui-quadrado com 1 grau de liberdade, pois o número de graus de liberdade usado no teste depende do número de linhas e colunas da tabela de contingência usada da seguinte forma:

$$\text{Número de graus de liberdade} = (\text{número de linhas} - 1)(\text{número de colunas} - 1)$$

Assim, para uma tabela 2 X 2, o número de graus de liberdade é $(2-1)(2-1)=1$. Se a tabela fosse 3x2, por exemplo, o número de graus de liberdade usados seria $(3-1)(2-1)=2$.

A Região de Rejeição do teste Qui-quadrado é da forma:

$$\text{RR: } X^2 > \chi^2_{v;\alpha} \quad (\alpha \text{ é o nível de significância usado no teste})$$

onde $\chi^2_{v;\alpha}$ é o ponto da distribuição Qui-quadrado com v graus de liberdade que deixa uma área de α acima dele.

Já sabemos, por exemplo, que $\chi^2_{1;0.05}$ é igual a 3.84 e que $\chi^2_{1;0.975}$ é igual a 0.001 .

Quem é $\chi^2_{1;0.01}$? Na linha 1 e na coluna do 0.01, encontramos 6.63 . Assim, $\chi^2_{1;0.01} = 6.63$.

Os valores de $\chi^2_{v;\alpha}$ mais usados para o teste Qui-quadrado com uma tabela 2x2 são o 3.84 e 6.63, que correspondem aos testes com nível de significância igual a 5% e 1%, respectivamente.

Para o exemplo da opinião sobre o aborto, usando um nível de significância igual a 5%, a Região de Rejeição seria:

RR: $X^2 > 3.84$

Como o valor de X^2 está na RR ($6.55 > 3.84$), concluímos pela rejeição da hipótese de independência entre a opinião do entrevistado e o sexo do entrevistador, ao nível de 5% de significância. Isto é, as evidências amostrais indicam que existe associação entre a opinião do entrevistado e o sexo do entrevistador, a 5%.

Cálculo do Valor P (probabilidade de significância)

Como a Região de Rejeição do teste Qui-quadrado é unilateral direita, o valor é calculado da seguinte forma:

$$\text{Valor } p = P(\chi^2_1 > X^2).$$

Como nem todos os valores das distribuições Qui-quadrado estão tabelados, o cálculo do valor P para o teste Qui-quadrado será quase sempre aproximado, como acontece também com o teste t-Student para a média.

Para o exemplo da opinião sobre o aborto, o valor $P = P(\chi^2_1 > 6.55)$. O valor 6.55 não existe na linha 1 da tabela Qui-quadrado, mas está entre os valores 5.024 e 6.635, que correspondem às colunas 0.025 e 0.01, respectivamente. Desse modo, concluímos que $P(\chi^2_1 > 6.55)$ está entre 0.01 e 0.025, ou seja, $0.01 < \text{valor } P < 0.025$.

Com a divulgação do valor P desse teste, uma pessoa mais rigorosa com a probabilidade de erro tipo I, usando um nível de significância de 1%, por exemplo, não rejeitaria a hipótese de independência entre a opinião do entrevistado e o sexo do entrevistador².

Outro exemplo de teste de independência (tabela 3x3)

Um estudo foi realizado para avaliar se existe associação entre o grau de ajustamento familiar e a escolaridade das pessoas. Uma amostra de 350 indivíduos adultos foi

² O valor P pode ser calculado de maneira exata, mas somente através de programas de computador. Como temos em mãos somente a tabela Qui-quadrado, expressaremos o valor P em termos aproximados. O valor P exato para esse exemplo é 0.0105.

classificada simultaneamente segundo o grau de ajustamento familiar (baixo, médio e alto) e a escolaridade (1º, 2º e 3º grau), gerando a Tabela 6.

Tabela 6

Escolaridade	Grau de Ajustamento Familiar			Total
	Baixo	Médio	Alto	
1º. grau	29 (40.2)	70 (66.6)	111 (103.2)	210
2º. grau	28 (19.0)	30 (31.4)	41 (48.7)	99
Faculdade	10 (7.8)	11 (13.0)	20 (20.1)	41
Total	67	111	172	350

H_0 : Não existe associação entre o grau de ajustamento familiar e a escolaridade das pessoas

H_1 : Existe associação entre o grau de ajustamento familiar e a escolaridade das pessoas

Os valores entre parênteses são os esperados sob H_0 . O valor da linha 1 e coluna 1, por exemplo, é igual a $(210/350) \times 67 = 40.2$, isto é, $(\text{total da linha 1}) \times (\text{total da coluna 1}) / (\text{total geral})$. Já o valor da linha 3 e coluna 1 é igual a $(41/350) \times 67 = 7.8$, ou seja, $(\text{total da linha 3}) \times (\text{total da coluna 1}) / (\text{total geral})$.

Cálculo de X^2 :

$$X^2 = \frac{(29-40.2)^2}{40.2} + \frac{(70-66.6)^2}{66.6} + \frac{(111-103.2)^2}{103.2} + \frac{(28-19)^2}{19} + \frac{(30-31.4)^2}{31.4} + \frac{(41-48.7)^2}{48.7} + \frac{(10-7.8)^2}{7.8} + \frac{(11-13)^2}{13} + \frac{(20-20.1)^2}{20.1} = 10.4$$

Região de Rejeição: número de graus de liberdade = $(3-1)(3-1)=4$. Usando um nível de significância de 5%, precisamos do valor de $\chi^2_{4;0.05}$. Na linha 4 e na coluna do 0.05 na tabela Qui-quadrado, encontramos o valor de 9.488, aproximadamente, 9.49 . Assim,

RR: $X^2 > 9.49$.

Como o valor de 10.4 está na região de rejeição ($10.4 > 9.49$), concluímos pela rejeição da hipótese de independência entre o grau de ajustamento familiar e nível de escolaridade, ao nível de 5% de significância.

Valor P = $P(\chi^2_{4} > 10.4)$. O valor 10.4 não existe na linha 4 da tabela Qui-quadrado, estando entre 9.488 e 11.143, que deixam, respectivamente, área 0.05 e 0.025 acima. Sendo assim, o valor P para esse teste está entre 0.025 e 0.05.

Situação 2: Teste de Homogeneidade

Nessa situação, dois grupos são classificados nas categorias de uma outra variável, gerando também uma tabela 2x2. O interesse está em avaliar se existe diferença na proporção de classificados numa das categorias entre um grupo e outro.

No estudo de drogas para o controle de hiperatividade, exemplificado na Tabela 4, o interesse está em saber se a proporção de pessoas que tiveram sua hiperatividade controlada com a droga A é diferente da proporção de pessoas que tiveram a hiperatividade controlada usando a droga B.

Tabela 4

Droga	Hiperatividade		Total
	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	
<i>A</i>	152	48	200
<i>B</i>	132	68	200
<i>Total</i>	284	116	400

Aqui, o teste de hipóteses a ser feito é um **teste de homogeneidade de proporções**.

O teste de homogeneidade de duas proporções pode também ser feito de forma semelhante ao teste de igualdade de duas médias. Porém, a abordagem mais comum é a descrita a seguir.

Para o teste de homogeneidade de proporções, as hipóteses nula e alternativa são as seguintes:

H_0 : As proporções de sucesso nos dois grupos são homogêneas (iguais)

H_1 : As proporções de sucesso nos dois grupos não homogêneas (iguais)

Como a classificação dos grupos se dá em duas categorias, uma delas é chamada de *sucesso*, geralmente a categoria de mais interesse. No exemplo do controle de hiperatividade, a categoria de mais interesse é aquela da hiperatividade controlada, correspondente à coluna “Não” na Tabela 4. O *sucesso* será ter a “hiperatividade controlada”.

Assim, as hipóteses para esse exemplo ficam:

H_0 : As proporções de pessoas com a hiperatividade controlada nos dois grupos são homogêneas

H_1 : As proporções de pessoas com a hiperatividade controlada nos dois grupos não são homogêneas

Considerando a hipótese de homogeneidade das proporções (hipótese nula), poderíamos pensar no que seria esperado caso essa hipótese fosse verdadeira. Se 116 das 400 pessoas, ou seja, 29% das pessoas, tiveram os sintomas da hiperatividade controlados, deveríamos esperar igual proporção nos grupos A e B, sob a hipótese de que as proporções de sucesso são homogêneas nos dois grupos. Desse modo, deveríamos esperar $0.29 \times 200 = 58$ pessoas com hiperatividade controlada no grupo A e $0.29 \times 200 = 58$ pessoas com hiperatividade controlada no grupo B. Usando o mesmo raciocínio para a

proporção de pessoas ainda com sintomas de hiperatividade, 284 em 400, ou seja, 71%, deveríamos esperar $0.71 \times 200 = 142$ pessoas com sintomas de hiperatividade no grupo A e $0.71 \times 200 = 142$ pessoas com sintomas de hiperatividade no grupo B.

As freqüências esperadas sob a hipótese de homogeneidade das proporções é apresentada na Tabela 6.

Tabela 6 - Freqüências esperadas para a Tabela 4

Droga	Hiperatividade		Total
	Sim	Não	
A	$(284/400) \times 200 = 142$	$(116/400) \times 200 = 58$	200
B	$(284/400) \times 200 = 142$	$(116/400) \times 200 = 58$	200
Total	284	116	400

Para medir a diferença entre as freqüências observadas (Tabela 4) e as freqüências esperadas sob a hipótese de homogeneidade (Tabela 6), usaremos também a Estatística X^2 . Ou seja, aqui também o teste usado para decidirmos entre as hipóteses nula ou alternativa é o **Teste Qui-quadrado**.

Para os dados sobre controle de hiperatividade, a estatística X^2 seria calculada como:

$$X^2 = \frac{(152 - 142)^2}{142} + \frac{(48 - 58)^2}{58} + \frac{(132 - 142)^2}{142} + \frac{(68 - 58)^2}{58}$$

$$X^2 = \frac{(10)^2}{142} + \frac{(-10)^2}{58} + \frac{(-10)^2}{142} + \frac{(10)^2}{58} = 4.86$$

Obs: a coincidência de valores nos numeradores e denominadores das parcelas *não é regra*. Essa coincidência ocorreu porque os grupos são de mesmo tamanho.

Caso utilizarmos um nível de significância igual a 5% , a Região de Rejeição desse teste são os valores de X^2 que são maiores do que $\chi^2_{1;0.05} = 3.84$, ou seja,

$$RR: X^2 > 3.84$$

Cálculo do valor p:

valor $p = P(\chi^2_1 > 4.86)$. O valor 4.86 não existe na linha 1 da tabela Qui-quadrado, estando entre o valor 3.84 e o valor 5.02, que deixam uma área acima deles de 0.05 e 0.025, respectivamente. Desse modo, podemos concluir que o valor p está entre 0.025 e 0.05.

Como o valor observado para o X^2 está na região de rejeição ($4.86 > 3.84$), rejeitamos a hipótese de que as proporções de pessoas com sintomas de hiperatividade controlada são homogêneas para os dois grupos, ao nível de significância de 5%. Essa conclusão também ser feita através do valor p , que é menor do que o nível de significância adotado, levando à rejeição da hipótese de homogeneidade das proporções.

A proporção de pessoas que tiveram a hiperatividade controlada tomando a droga A foi de $48/200 = 24\%$, enquanto essa proporção para o grupo que tomou a droga B foi de

$68/200=34\%$. A diferença entre essas proporções foi considerada estatisticamente significativa, a 5%, pelo teste Qui-quadrado. A droga B teve uma eficácia maior do que a droga A no controle da hiperatividade.

Outro exemplo de teste de homogeneidade de proporções

Num estudo para avaliar as atitudes e crenças de estudantes universitários sobre psicoterapia e psicologia, W. Gomes e colegas amostraram dois grupos de estudantes de psicologia: um grupo de 216 estudantes que estava no início do curso e outro grupo de 177 estudantes que estavam terminando curso. A esses estudantes, foi perguntado se eles já haviam pensado em consultar um psicoterapeuta. Dos estudantes iniciantes, 191 responderam que sim e, dos estudantes formandos, 172 responderam que sim, num total de 363 respostas positivas. Esses dados podem ser organizados na seguinte tabela de contingência.

Tabela 7

Período do Curso	Você já pensou em consultar um psicoterapeuta?		Total
	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	
<i>Início</i>	191	25	216
<i>Fim</i>	172	5	177
<i>Total</i>	363	30	393

Fonte: Gomes, W. et. al.. *Atitudes e crenças de estudantes universitários sobre a psicoterapia e a psicologia*. In: *Psicologia: teoria e prática*. Vol 12, p. 121-127.

Baseado nesses dados amostrais, podemos concluir que há diferença entre a proporção de estudantes que já pensaram em procurar um psicoterapeuta no início e no fim do curso?

Essa pergunta pode ser respondida através de um teste de hipóteses de homogeneidade de proporções. As hipóteses nula e alternativa são:

- H_0 : As proporções de intenção de consulta a um psicoterapeuta são iguais entre estudantes do início e do fim do curso.
- H_1 : As proporções de intenção de consulta a um psicoterapeuta são diferentes entre estudantes do início e do fim do curso.

Aqui, a resposta positiva à pergunta feita está sendo considerado o *sucesso*. A Tabela 8 mostra os valores esperados sob a hipótese de homogeneidade

Tabela 8

Período do Curso	Você já pensou em consultar um psicoterapeuta?		Total
	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	
<i>Início</i>	(363/393)x216= 199.5	(30/393)x216= 16.5	216
<i>Fim</i>	(363/393)x177= 163.5	(30/393)x177= 13.5	177
<i>Total</i>	363	30	393

$$X^2 = \frac{(191 - 199.5)^2}{199.5} + \frac{(25 - 16.5)^2}{16.5} + \frac{(172 - 163.5)^2}{163.5} + \frac{(5 - 13.5)^2}{13.5}$$

$$X^2 = \frac{(-8.5)^2}{199.5} + \frac{(8.5)^2}{16.5} + \frac{(8.5)^2}{163.5} + \frac{(-8.5)^2}{13.5} = 10.6$$

Valor $p = P(\chi^2_1 > 10.6)$. O valor 10.6 não existe na linha 1 da tabela Qui-quadrado, sendo maior do que último valor da tabela (7.876), que deixa uma área acima dele de 0.005. Desse modo, podemos concluir que o valor p é menor do que 0.5%.

Usando um nível de significância de 5%, concluímos pela rejeição da hipótese de que as proporções de intenção de consulta a um psicoterapeuta são iguais entre estudantes do início e do fim do curso.

A proporção de estudantes iniciantes que disseram ter a intenção de procurar um psicoterapeuta é de $191/216=88.4\%$, enquanto essa proporção para o grupo de estudantes formandos é $172/177=97.2\%$. A diferença entre essas proporções foi considerada estatisticamente significativa, a 5%, pelo teste Qui-quadrado. Os estudantes formandos estão mais intencionados quanto à procura de um psicoterapeuta do que os estudantes calouros.

Procedimento Alternativo para o cálculo de X^2 em tabelas 2x2

Quando estivermos trabalhando com tabelas 2x2, existe uma forma mais simples de usar os valores da tabela observada para calcular o valor de X^2 . Considerando a tabela observada a seguir,

Tabela Observada Genérica

Variável B	Variável A		Total
	<i>A1</i>	<i>A2</i>	
<i>B1</i>	a	b	a+b
<i>B2</i>	c	d	c+d
<i>Total</i>	a+c	b+d	N=a+b+c+d

podemos calcular o valor de X^2 da seguinte forma

$$X^2 = \frac{N(ad - bc)^2}{(a + b)(a + c)(b + d)(c + d)}$$

Na verdade, essa é expressão para o X^2 escrita somente em termos dos valores observados, já que os valores esperados são uma função dos valores observados.

Para os dados da Tabela 7, teríamos

$$X^2 = \frac{393[(191 \cdot 5) - (25 \cdot 172)]^2}{(216)(363)(30)(177)} = \frac{393[955 - 4300]^2}{416346480} = 10.6$$

Correção de Continuidade

Ao trabalharmos com tabelas de contingência, estamos lidando com quantidades discretas (contagens). No entanto, utilizamos uma distribuição de probabilidades contínua (a Qui-quadrado) para testar a associação entre variáveis. Assim, para melhorar essa aproximação, foi proposta uma correção de continuidade³ na expressão do X^2 . Para tabelas 2x2, a expressão do X^2 com a correção será escrita como

$$X_c^2 = \frac{N \left(|ad - bc| - \frac{N}{2} \right)^2}{(a + b)(a + c)(b + d)(c + d)}$$

O valor de X_c^2 para os dados da Tabela 7 seria calculado como

$$X_c^2 = \frac{393 \left[|(191 \cdot 5) - (25 \cdot 172)| - \frac{393}{2} \right]^2}{(216)(363)(30)(177)} = \frac{393 \left[|-3345| - \frac{393}{2} \right]^2}{416346480} = 9.4$$

Apesar de a correção de continuidade não provocar grandes alterações no valor do X^2 , essas alterações podem ser importantes quando se está próximo do limite entre região

de rejeição e a região de não rejeição. Desse modo, o uso da correção de continuidade deve ser sempre preferido.

Procedimento Geral para o Teste Qui-quadrado (Tabelas R x S)

³ Yates propôs essa correção, em 1934, num artigo publicado no *Journal of Royal Statistical Society*.

O procedimento geral para realizar o teste Qui-quadrado, tanto para o teste de independência quanto para o teste de homogeneidade, é comparar as freqüências da tabela de contingência observada com as freqüências esperadas sob a hipótese nula, através da estatística X^2 . A Região de Rejeição é do tipo unilateral direita, construída através da distribuição Qui-quadrado com os graus de liberdade apropriados. No caso de uma tabela com R linhas e S colunas (tabela R x S), o número de graus de liberdade será $(R-1)(S-1)$. Se a tabela tiver 4 linhas e 3 colunas (tabela 4x3), por exemplo, o número de graus de liberdade a ser usado será $(4-1)(3-1)=(3)(2)=6$.

Apesar do procedimento para realizar os dois tipos de testes ser o mesmo, é importante lembrar que as hipóteses testadas são diferentes. O teste de independência testa a existência de associação entre duas variáveis de classificação, enquanto o teste de homogeneidade testa a homogeneidade das proporções de sucessos em dois (ou mais) grupos. Essa diferença deve estar em mente sempre que os testes forem realizados, pois as tabelas foram construídas de maneira diferente, os objetivos são diferentes e as conclusões também o serão.

Como seriam as tabelas observadas e esperadas, no caso do teste de independência e do teste de homogeneidade?

De forma genérica, considerando tabelas com R linhas e S colunas, teríamos

Tabela R x S genérica *observada* no caso do teste de independência

Variável A	Variável B				Total
	B_1	B_2	B_s	
A_1	n_{11}	n_{12}	n_{1s}	n_{1*}
A_2	n_{21}	n_{22}	n_{2s}	n_{2*}
....
A_r	n_{r1}	n_{r2}	n_{rs}	n_{r*}
Total	n_{*1}	n_{*2}	n_{*s}	n

Tabela R x S genérica *observada* no caso do teste de homogeneidade

	Resposta				Total
	R_1	R_1	R_s	
<i>Grupo 1</i>	n_{11}	n_{12}	n_{1s}	n_{1*}
<i>Grupo 2</i>	n_{21}	n_{22}	n_{2s}	n_{2*}
.....
<i>Grupo r</i>	n_{r1}	n_{r2}	n_{rs}	n_{r*}
Total	n_{*1}	n_{*2}	n_{*s}	n

Note que as tabelas tem o mesmo formato, mas diferem quanto à forma de entrada dos dados.

Na tabela para o teste de independência, o total de observações n é classificado simultaneamente nas r categorias da variável A e nas s categorias da variável B.

Na tabela para o teste de homogeneidade, o total de observações do Grupo 1, n_{1*} , é classificado nas s categorias da Resposta, o total de observações do Grupo 2, n_{2*} , é classificado nas s categorias da Resposta, e assim por diante, até o último grupo, o Grupo r .

Tabela R x S genérica *esperada* no caso do teste de independência

		Variável B			
		B_1	B_2	B_s
$e_{ij} = \frac{n_{i*} \times n_{*j}}{n}$	A_1	$e_{11} = \frac{n_{1*} \times n_{*1}}{n}$	$e_{12} = \frac{n_{1*} \times n_{*2}}{n}$	$e_{1s} = \frac{n_{1*} \times n_{*s}}{n}$
	A_2	$e_{21} = \frac{n_{2*} \times n_{*1}}{n}$	$e_{22} = \frac{n_{2*} \times n_{*2}}{n}$	$e_{2s} = \frac{n_{2*} \times n_{*s}}{n}$

	A_r	$e_{r1} = \frac{n_{r*} \times n_{*1}}{n}$	$e_{r2} = \frac{n_{r*} \times n_{*2}}{n}$	$e_{rs} = \frac{n_{r*} \times n_{*s}}{n}$

Tabela R x S genérica *esperada* no caso do teste de homogeneidade

		Resposta			
		R_1	R_2	R_s
$e_{ij} = \frac{n_{i*} \times n_{*j}}{n}$	<i>Grupo 1</i>	$e_{11} = \frac{n_{1*} \times n_{*1}}{n}$	$e_{12} = \frac{n_{1*} \times n_{*2}}{n}$	$e_{1s} = \frac{n_{1*} \times n_{*s}}{n}$
	<i>Grupo 2</i>	$e_{21} = \frac{n_{2*} \times n_{*1}}{n}$	$e_{22} = \frac{n_{2*} \times n_{*2}}{n}$	$e_{2s} = \frac{n_{2*} \times n_{*s}}{n}$

	<i>Grupo r</i>	$e_{r1} = \frac{n_{r*} \times n_{*1}}{n}$	$e_{r2} = \frac{n_{r*} \times n_{*2}}{n}$	$e_{rs} = \frac{n_{r*} \times n_{*s}}{n}$

Os valores da tabela esperada sob a hipótese nula em cada um dos dois testes são calculados na mesma forma. Basicamente, o valor de cada casela da tabela esperada é formada pela multiplicação do total da linha pelo total da coluna e dividido pelo total geral. Assim, o valor da casela localizada na linha 2 e coluna 3 (e_{23}), por exemplo, é formado pela multiplicação do total da linha 2 (n_{2*}) pelo total da coluna 3 (n_{*3}) dividido pelo total geral (n).

O valor da Estatística X^2 será calculado da forma demonstrada anteriormente e terá quantas parcelas quanto for o número de caselas da tabela de contingência. Para fazer a *correção de continuidade*, deve-se subtrair 0.5 de cada uma das parcelas.

O valor p do teste será calculado da mesma forma, ou seja,

$$\text{Valor } p = P(\chi^2_{(r-1)(s-1)} > X^2)$$

Medidas de Associação entre Variáveis Qualitativas

Quando encontramos associação entre duas variáveis qualitativas, gostaríamos de poder quantificar essa associação e saber qual é a sua direção.

Como exemplo, vamos considerar um estudo de avaliação do efeito do tratamento com estrogênio e progestina em mulheres na pós-menopausa. Um total de 2.763 destas mulheres foram divididas aleatoriamente em dois grupos: 1.380 fizeram uso desses hormônios e o restante fez uso de um placebo. Uma das ocorrências avaliadas foi a de trombose venosa profunda e os resultados estão resumidos na tabela a seguir.

Tabela 9

Grupo	Trombose Venosa Profunda		Total
	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	
<i>Estrogênio/Progestina</i>	25	1355	1380
<i>Placebo</i>	8	1375	1383
<i>Total</i>	33	2730	2763

Fonte: JAMABrasil, set 1999, v.3, n. 8

O valor P do teste Qui-quadrado é 0.002, indicando associação significativa entre o uso de estrogênio/progestina e a ocorrência de trombose venosa profunda. Mas qual é a direção dessa associação? Ou seja, qual dos grupos está mais "protegido"?

Para responder a essa questão, vamos definir *Risco Relativo*.

Risco relativo (RR): é a razão entre a probabilidade (risco) de ocorrência do evento no grupo exposto e a probabilidade (risco) de ocorrência do evento no grupo não exposto.

Considerando a tabela genérica, como calcular o Risco Relativo?

Tabela Observada Genérica

Grupo	Ocorrência do Evento		Total
	<i>Sim</i>	<i>Não</i>	
<i>Exposto</i>	a	b	a+b
<i>Não exposto</i>	c	d	c+d
<i>Total</i>	a+c	b+d	N

Estimativa do risco de ocorrência do evento no grupo exposto

$$\frac{a}{a+b}$$

Estimativa do risco de ocorrência do evento no grupo não-exposto $\frac{c}{c+d}$

Estimativa do Risco Relativo

$$RR = \frac{\frac{a}{a+b}}{\frac{c}{c+d}}$$

No exemplo da Tabela 9, temos

$$RR = \frac{\frac{25}{1380}}{\frac{8}{1383}} = \frac{0.018}{0.006} = 3.0 .$$

O risco de trombose venosa no grupo que uso dos hormônios é 1.8%, enquanto esse mesmo risco no grupo placebo é de 0.06%. Desse modo, o risco de ocorrência de trombose venosa profunda no grupo que foi exposto ao uso dos hormônios é 3 vezes esse risco no grupo que usou o placebo. O uso dos hormônios parece ser um fator de risco para a ocorrência de trombose venosa profunda.

Devemos observar que a estimativa de risco só pode ser feita quando o total dos grupos de comparação é uma quantidade fixa (arbitrária). Isso ocorre nos estudos prospectivos⁴, onde a observação do evento de interesse se dá dentro dos grupos de comparação previamente formados e definidos pelos pesquisadores. Assim, o Risco Relativo só pode ser estimado em estudos que partiram da “exposição” e, depois de um acompanhamento, observaram a ocorrência do evento de interesse. No estudo com o estrogênio/progestina, que é um exemplo de experimento clínico aleatorizado, o tamanho dos grupos foi predeterminado pelos pesquisadores. Poderia ter sido um grupo maior ou menor, sendo que esse número pode ser controlado pelos pesquisadores.

No entanto, há estudos onde o tamanho dos grupos de comparação é uma variável aleatória, cujo o valor os pesquisadores só conhecerão depois de classificar a amostra. Este é o caso dos estudos retrospectivos⁵. Desse modo, não podemos fazer estimativas de risco e, portanto, não podemos calcular o Risco Relativo.

Alternativa para o Risco Relativo: a Razão de Chances (RC)

No exemplo a seguir, WÜNSCH (tese de doutorado), trabalhou com indivíduos da Região Metropolitana de São Paulo (1990-91) que tinham câncer de pulmão e indivíduos sem a doença, investigando o hábito tabagista nesses dois grupos. A classificação dos 852 indivíduos participantes desse estudo segundo a presença da doença e o hábito de fumo gerou a seguinte tabela:

⁴ É o caso dos estudos de coorte e experimentos clínicos aleatorizados.

⁵ Entre eles, estão os estudos de caso-controle.

Tabela 10

	Câncer de Pulmão		Total
	Sim	Não	
Fumante	278	342	620
Não-fumante	38	194	232
Total	316	536	852

Os totais de linha e de coluna dessa tabela só puderam ser obtidos depois que o pesquisador observou cada indivíduo. Ele não sabia anteriormente quantos indivíduos estariam nos grupos exposto (fumante) e não-exposto (não-fumantes). Nesse caso, não se pode estimar risco de desenvolver a doença, mas pode-se estimar a *chance* de desenvolvê-la.

Chance : a *chance* de ocorrer um evento é a razão entre a probabilidade de ocorrência desse evento e a probabilidade de não ocorrência desse evento.

Exemplo: chance de ganhar na loteria é a razão entre a probabilidade de ganhar na loteria e a probabilidade de não ganhar na loteria. Se alguém tem uma chance de ganhar na loteria de 0.1, isso significa que a probabilidade dessa pessoa ganhar na loteria equivale a 10% da probabilidade de não ganhar. Ou seja, ela tem uma maior probabilidade de perder do que de ganhar.

Se a chance de ocorrência de um evento é menor do que 1, isso significa que a probabilidade de ocorrência desse evento é menor do que a probabilidade da não ocorrência.

Por outro lado, se a chance de ocorrência de um evento é maior do que 1, isso significa que a probabilidade de ocorrência desse evento é maior do que a probabilidade da não ocorrência.

Assim, observamos uma diferença importante entre *risco* e *chance* : como o risco é uma probabilidade, só pode assumir valores entre 0 e 1. Mas a chance pode assumir qualquer valor positivo, inclusive os maiores do que 1.

Ao invés de trabalharmos com Risco Relativo, trabalharemos com **Razão de Chances (RC)**.

Na tabela genérica, temos

Tabela Observada Genérica

Grupo	Ocorrência do Evento		Total
	Sim	Não	
Exposto	a	b	a+b
Não exposto	c	d	c+d
Total	a+c	b+d	N

“Estimativa“ da probabilidade de ocorrência do evento no grupo exposto: $\frac{a}{a+b}$

“Estimativa“ da probabilidade de não ocorrência do evento no grupo exposto: $\frac{b}{a+b}$

A estimativa da chance de ocorrência do evento no grupo exposto é a razão das duas probabilidades acima.

Ou seja,
$$\frac{a}{a+b} \bigg/ \frac{b}{a+b} = \frac{a}{b}$$

O mesmo raciocínio é feito para o grupo não-exposto e a estimativa da chance de ocorrência do evento no grupo não-exposto é dada por
$$\frac{c}{c+d} \bigg/ \frac{d}{c+d} = \frac{c}{d}$$

Assim, a estimativa das razão das chances é calculada como

$$RC = \frac{\frac{a}{a+b} \bigg/ \frac{b}{a+b}}{\frac{c}{c+d} \bigg/ \frac{d}{c+d}} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

A **Razão das Chances** pode ser estimada em todos os tipos de estudos e, particularmente, é a única alternativa em estudos que partiram da doença e observaram a exposição, como os estudos de caso- controle.

No exemplo da Tabela 10, temos

Estimativa da chance de câncer de pulmão no grupo fumante:
$$\frac{278}{620} \bigg/ \frac{342}{620} = 0.8129$$

Estimativa da chance de câncer de pulmão no grupo não-fumante:
$$\frac{38}{232} \bigg/ \frac{194}{232} = 0.1959$$

Estimativa da razão de chances de câncer de pulmão:
$$RC = \frac{0.8129}{0.1959} = \frac{278 \times 194}{38 \times 342} = 4.15$$

A chance de ocorrência de câncer de pulmão no grupo fumante é 4.15 vezes a chance no grupo não-fumante, ou seja, o fumo “parece” ser fator de risco para câncer de pulmão.

Equivalência entre o Teste Qui-quadrado e o teste baseado em Intervalos de Confiança para Risco Relativo e Razão de Chances

Assim como calculamos intervalos de confiança para uma média ou proporção populacional, podemos calcular intervalos de confiança para o Risco Relativo e para a Razão de Chances. Aliás, já sabemos que essa é uma maneira melhor de se fazer estimação, pois leva a conta a variabilidade presente nas estimativas pontuais.

A construção de intervalos de confiança para o Risco Relativo e para a Razão das Chances não é tão simples quanto o caso da média e da proporção. Desse modo, daremos ênfase somente à interpretação desses intervalos e ao seu modo de uso.

No exemplo da Tabela 9, temos que o risco relativo de trombose venosa profunda dos grupos estrogênio-progestina e placebo foi de 3.0. O intervalo de 95% de confiança para esse risco relativo vai de 1.43 a 7.04, indicando que o grupo de mulheres que fizeram reposição hormonal têm um risco de trombose venosa profunda de 1.43 a 7.04 vezes o risco do grupo de mulheres que fizeram o uso do placebo, com 95% de confiança.

No exemplo da Tabela 10, vimos que a razão de chances de câncer de pulmão dos grupos fumante e não-fumante é de 4.15. O intervalo de 95% de confiança para essa razão de chances vai de 2.83 a 6.08, indicando que o grupo de fumantes tem uma chance de câncer de pulmão de 2.83 a 6.08 vezes a chance do grupo de não-fumantes.

Podemos usar esses intervalos de confiança para testar a associação entre a doença e o fator de exposição, assim como faz o teste Qui-quadrado da independência. De fato, se não existir associação entre o fator de exposição e a doença, tanto o risco relativo quanto a razão de chances valerão 1.0, pois tanto o grupo exposto quanto o não-exposto terão o mesmo risco (ou chance) de ocorrência do evento. Assim, as hipóteses do teste de Qui-quadrado de Independência equivalem a

$$\begin{aligned} H_0 : RR &= 1 && \text{(a ocorrência do evento independe do grupo)} \\ H_1 : RR &\neq 1 && \text{(a ocorrência do evento depende do grupo),} \end{aligned}$$

caso o Risco Relativo (RR) puder ser usado, e equivalem a

$$\begin{aligned} H_0 : RC &= 1 && \text{(a ocorrência do evento independe do grupo)} \\ H_1 : RC &\neq 1 && \text{(a ocorrência do evento depende do grupo),} \end{aligned}$$

se a Razão de Chances tiver que ser usada.

Se tivermos o intervalo de confiança para o Risco Relativo (ou Razão de Chances), poderemos usá-lo para testar as hipóteses acima, da seguinte forma:

- caso o valor 1 pertencer ao intervalo de confiança, não teremos evidências suficientes para rejeitar a hipótese de que o Risco Relativo (ou Razão de Chances) seja igual a 1. Em outras palavras, não teremos evidências suficientes para rejeitar a hipótese de que a ocorrência do evento independe do grupo a que pertence o indivíduo.
- caso o intervalo não passar pelo valor 1, teremos evidências suficientes para rejeitar a hipótese de que Risco Relativo (ou Razão de Chances) seja igual a 1. Em outras

palavras, teremos evidências suficientes para rejeitar a hipótese de que a ocorrência do evento independe do grupo a que pertence o indivíduo, em favor da hipótese de que existe uma associação entre a ocorrência do evento e o grupo a que pertence o indivíduo.

Vale lembrar que os testes de hipóteses baseados em intervalos de confiança são feitos usando um nível de significância correspondente ao nível de confiança do intervalo. Ou seja, se o intervalo é de 95% de confiança, por exemplo, um teste baseado nele será feito a 5% de significância. Se o intervalo fosse de 99%, o nível de significância do teste baseado nele seria de 1%.

No exemplo da Tabela 9, o intervalo de 95% de confiança para o risco relativo de trombose venosa profunda dos grupos estrogênio-progestina e placebo vai de 1.43 a 7.04. Ao nível de 5% de significância, temos evidências suficientes para rejeitar a hipótese de independência entre ocorrência de trombose e usos de hormônios, pois o valor 1 não pertence ao intervalo. Essa mesma conclusão já havia sido feita usando o teste qui-quadrado.

No exemplo da Tabela 10, o intervalo de 95% de confiança para a razão de chances de câncer de pulmão dos grupos fumante e não-fumante vai de 2.83 a 6.08. Ao nível de 5% de significância, temos evidências suficientes para rejeitar a hipótese de independência entre ocorrência de câncer de pulmão e hábito de fumo, pois o valor 1 não pertence ao intervalo. Essa mesma conclusão já havia sido feita usando o teste qui-quadrado.

Na Figura 2, reproduzimos uma das tabelas de resultados do estudo sobre a associação entre reposição hormonal e a ocorrência de diversos eventos. Para o evento Câncer de Mama, por exemplo, os dados não mostraram evidências estatísticas suficientes, a 5% de significância, contra a hipótese de independência entre o uso de reposição hormonal e a ocorrência desse tipo de câncer. Verificamos isso através do Valor P (0.33) e também pelo intervalo de 95% de confiança para o Risco Relativo (0.77 a 2.19). Apesar da estimativa para o risco relativo ser 1.30, indicando que o risco de ocorrência de câncer de mama no grupo que fez reposição hormonal é 30% maior do que esse risco no grupo placebo, o teste baseado no intervalo de confiança nos diz que não foram encontradas evidências suficientes contra a hipótese de esse risco relativo seja igual a 1, a 5% de significância. Isto é, não há evidências suficientes para dizer que o risco de câncer de mama é afetado pelo uso de reposição hormonal. Esse mesmo raciocínio pode ser aplicado para todos os outros eventos considerados na tabela da Figura 2.

Tabela 4. Óbito e Desfechos não Cardiovasculares Secundários por Grupo de Tratamento*

Desfechos	Grupo de Tratamento		RR (IC de 95%)	Valor de P
	Estrogênio-Progestina (N = 1.380)	Placebo (N = 1.383)		
Óbito				
Óbito por DC	71	58	1,24 (0,87-1,75)	0,23
Óbito por câncer	19	24	0,80 (0,44-1,46)	0,47
Óbito não-DC, não-câncer	37	36	1,04 (0,66-1,64)	0,87
Óbito não julgado	4	5
Total de óbitos	131	123	1,08 (0,84-1,38)	0,56
Evento tromboembólico venoso				
Trombose venosa profunda	25	8	3,18 (1,43-7,04)	0,004
Embolismo pulmonar	11	4	2,79 (0,89-8,75)	0,08
Qualquer evento tromboembólico	34	12	2,89 (1,50-5,58)	0,002
Câncer				
Mama	32	25	1,30 (0,77-2,19)	0,33
Endometrial	2	4	0,49 (0,09-2,68)	0,41
Outro	63	58	1,10 (0,77-1,57)	0,60
Qualquer tipo de câncer	96	87	1,12 (0,84-1,50)	0,44
Fratura				
Quadril	12	11	1,10 (0,49-2,50)	0,82
Outra	119	129	0,93 (0,73-1,20)	0,59
Qualquer tipo de fratura	130	138	0,95 (0,75-1,21)	0,70
Doença da vesícula biliar	84	62	1,38 (1,00-1,92)	0,05

*RR indica risco relativo; IC, intervalo de confiança e DC, doença coronariana. Cada coluna representa o número de mulheres com o evento designado; as mulheres com mais de um tipo de evento podem aparecer em mais de uma coluna.

Figura 2 – Tabela de resultados do artigo publicado no JAMA Brasil, set 1999, v.3, n. 8

Exercícios⁶

Obs: em todos os exercícios, calcule a medida de associação adequada (risco relativo ou razão de chances)

- 1) **Desejando-se verificar se duas vacinas contra brucelose (uma padrão e uma nova) são igualmente eficazes, pesquisadores realizaram o seguinte experimento: um grupo de 14 bezerras tomou a vacina padrão e outro grupo de 16 bezerras tomou a vacina nova. Considerando que os dois grupos estavam igualmente expostos ao risco de contrair a doença, após algum tempo, verificou-se quantos animais, em cada grupo, havia contraído a doença. Os resultados estão na Tabela 12.1.**

Tabela 11

Vacina	Brucelose		Total
	Sim	Não	
Padrão	10	4	14
Nova	5	11	16
Total	15	15	30

Existe diferença estatisticamente significativa entre as proporções de bezerras que contraíram brucelose usando a nova vacina e a vacina padrão? (Use o teste Qui-Quadrado, com nível de significância de 5%, e calcule o valor P).

- 2) ***Com o objetivo de examinar a existência do efeito de determinado fertilizante na incidência da *Bacterium phithotherum* em plantação de batatas, foi realizado o seguinte experimento: pés de batata tratados com diferentes fertilizantes foram classificados, ao final do estudo, como contaminados ou livres de contaminação. Os resultados estão na Tabela 12.2.**

Tabela 12

Fertilizante	Contaminação		Total
	Sim	Não	
Nenhum	16	85	101
Nitrogênio	10	85	95
Esterco	4	109	113
Nitrogênio e Esterco	14	127	141
Total	44	406	450

⁶ Extraídos da *Apostila de Exercícios Resolvidos em Introdução à Bioestatística* – Reis, E. A., Reis, I. A. – 2001, Relatório Técnico – Série Ensino - Departamento de Estatística da UFMG

Existe efeito de fertilizante na incidência desse tipo de bactéria nas plantações de batata? (Use o teste Qui-Quadrado, com nível de significância de 5%, e calcule o valor P).

- 3) **Pesquisadores de doenças parasitárias em animais de grande porte suspeitam que a incidência de certos parasitas esteja associada à raça do animal, pura ou não-pura. Num estudo para verificar essa suspeita, 1200 animais selecionados aleatoriamente de uma grande fazenda foram classificados segundo sua raça e incidência de parasitose (berne), dando origem aos dados na Tabela 12.3.**

Tabela 13

Raça	Incidência de parasitas		Total
	Sim	Não	
Pura	105	595	700
Não-pura	50	450	500
Total	155	1045	1200

Existem evidências estatísticas suficientes nesses dados para verificar a hipótese de que a raça do animal e a incidência de parasitas estejam associadas? (Use nível de significância igual a 1% e calcule o valor P).

- 4) **Num estudo da associação entre a ocorrência de tromboembolismo e grupo sanguíneo, 200 mulheres usuárias de contraceptivo oral foram classificadas quanto à presença de tromboembolismo (doente ou sadia) e quanto ao grupo sanguíneo (A, B, AB ou O). Os resultados dessa classificação foram reproduzidos na Tabela 12.4**

Tabela 14

Grupo Sanguíneo	Tromboembolismo		Total
	Doente	Sadia	
A	32	47	79
B	8	19	27
AB	7	14	21
O	9	64	73
Total	56	144	200

Existem evidências estatísticas suficientes nesses dados para verificar a hipótese de que a presença do tromboembolismo e o grupo sanguíneo estejam associados?

(Use nível de significância igual a 1% e calcule o valor P. No cálculo da medida de associação, use o grupo O como referência).

Distribuição Qui-Quadrado

Graus de Liberdade:	Nível de Significância:									
	99,5% 0,995	99% 0,99	97,5% 0,975	95% 0,95	90% 0,90	10% 0,10	5% 0,05	2,5% 0,025	1% 0,01	0,5% 0,005
1	-	-	0,001	0,004	0,016	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,010	0,020	0,051	0,103	0,211	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860
5	0,412	0,554	0,831	1,145	1,610	9,236	11,071	12,833	15,086	16,750
6	0,676	0,872	1,237	1,635	2,204	10,645	12,592	14,449	16,812	18,548
7	0,989	1,239	1,690	2,167	2,833	12,017	14,067	16,013	18,475	20,278
8	1,344	1,646	2,180	2,733	3,490	13,362	15,507	17,535	20,090	21,955
9	1,735	2,088	2,700	3,325	4,168	14,684	16,919	19,023	21,666	23,589
10	2,156	2,558	3,247	3,940	4,865	15,987	18,307	20,483	23,209	25,188
11	2,603	3,053	3,816	4,575	5,578	17,275	19,675	21,920	24,725	26,757
12	3,074	3,571	4,404	5,226	6,304	18,549	21,026	23,337	26,217	28,299
13	3,565	4,107	5,009	5,892	7,042	19,812	22,362	24,736	27,688	29,819
14	4,075	4,660	5,629	6,571	7,790	21,064	23,685	26,119	29,141	31,319
15	4,601	5,229	6,262	7,261	8,547	22,307	24,996	27,488	30,578	32,801
16	5,142	5,812	6,908	7,962	9,312	23,542	26,296	28,845	32,000	34,267
17	5,697	6,408	7,564	8,672	10,085	24,769	27,587	30,191	33,409	35,718
18	6,265	7,015	8,231	9,390	10,865	25,989	28,869	31,526	34,805	37,156
19	6,844	7,633	8,907	10,117	11,651	27,204	30,144	32,852	36,191	38,582
20	7,434	8,260	9,591	10,851	12,443	28,412	31,410	34,170	37,566	39,997
21	8,034	8,897	10,283	11,591	13,240	29,615	32,671	35,479	38,932	41,401
22	8,643	9,542	10,982	12,338	14,042	30,813	33,924	36,781	40,289	42,796
23	9,260	10,196	11,689	13,091	14,848	32,007	35,172	38,076	41,638	44,181
24	9,886	10,856	12,401	13,848	15,659	33,196	36,415	39,364	42,980	45,559
25	10,520	11,524	13,120	14,611	16,473	34,382	37,652	40,646	44,314	46,928
26	11,160	12,198	13,844	15,379	17,292	35,563	38,835	41,923	45,642	48,290
27	11,808	12,879	14,573	16,151	18,114	36,741	40,113	43,194	46,963	49,645
28	12,461	13,565	15,308	16,928	18,939	37,916	41,337	44,461	48,278	50,993
29	13,121	14,257	16,047	17,708	19,768	39,087	42,557	45,722	49,588	52,336
30	13,787	14,954	16,791	18,493	20,599	40,256	43,773	46,979	50,892	53,672
40	20,707	22,164	24,433	26,509	29,051	51,805	55,758	59,342	63,691	66,766
50	27,991	29,707	32,357	34,764	37,689	63,167	67,505	71,420	76,154	79,490
60	35,534	37,485	40,482	43,188	46,459	74,397	79,082	83,298	88,379	91,952
70	43,275	45,442	48,758	51,739	55,329	85,527	90,531	95,023	100,425	104,215
80	51,172	53,540	57,153	60,391	64,278	96,578	101,879	106,629	112,329	116,321
90	59,196	61,754	65,647	69,126	73,291	107,565	113,145	118,136	124,116	128,299
100	67,328	70,065	74,222	77,929	82,358	118,498	124,342	129,561	135,807	140,169