Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística

Algoritmos para Três Classes de Problemas de Otimização em Redes Estocásticas

F. R. B. Cruz e G. S. Atuncar

Relatório Técnico RTP-04/97

Relatório Técnico
Série Pesquisa

Algoritmos para Três Classes de Problemas de Otimização em Redes Estocásticas

F.R.B. Cruz G.S. Atuncar

Caixa Postal 702
Departamento de Estatística
Universidade Federal de Minas Gerais
30123-970 - Belo Horizonte - MG
Brasil
URL: `http://www.est.ufmg.br/~fcruz`
URL: `http://www.est.ufmg.br/~gregorio`

Dezembro de 1997

Resumo

Apresentamos três classes de problemas de otimização em redes que incluem algum elemento estocástico, mostrando o crescente interesse que a área tem despertado nos pesquisadores. Algumas possíveis estratégias de resolução são propostas e brevemente discutidas. Finalmente, é importante ressaltar que os principais resultados buscados nesse trabalho podem ser estendidos a muitos outros classes de problemas de otimização em redes estocásticas.

Palavras-chave: Sistemas Estocásticos; Redes de Filas; Redes Dependentes do Estado.

Abstract

In this paper, three classes of stochastic network optimization problems are presented demonstrating that this is a very promising area for future investigations. Some possible strategies on solving these stochastic network optimization problems are proposed and briefly outlined. Finally, it is noteworthy to point out that the advances reached on any of the topics mentioned here may be extended to many other similar classes of stochastic problems.

Keywords: Stochastic Systems; Queueing Networks; State-Dependent Queues.

1 Introdução

Com o presente texto, temos o propósito de relatar resultados parciais, decorrentes dos nossos esforços na linha de pesquisa de otimização em redes estocásticas. Apresentamos três classes de problemas de otimização em redes estocásticas, mostrando o crescente interesse que a área tem despertado, e detalhamos algumas idéias, ainda em amadurecimento, de alguns possíveis algoritmos desenvolvidos para resolução de problemas destas três classes. Como resultado da continuidade da nossa pesquisa, esperamos, para breve, os primeiros resultados experimentais com os algoritmos propostos.

1.1 Considerações Gerais

De uma maneira geral, os problemas de otimização em redes têm alcançado um alto nível de complexidade. A expansão dos sistemas, para que o atendimento à crescente demanda do mercado seja feito pelo menor custo possível, exige cuidadoso planejamento. Dada a sua escassez, qualquer recurso financeiro destinado a investimentos deve ser bem administrado. Há, então, uma forte motivação para a procura de sistemas de apoio à decisão, integrando ferramentas computacionais e técnicas de otimização (Cruz, 1991, Cruz, 1997), que direcionem os investimentos necessários.

Os problemas de otimização em redes são definidos em grafos $G = (N, A)$, onde N é um conjunto de nós e A, um conjunto de arcos. Um exemplo de grafo está representado na Figura 1. A estrutura do grafo depende muito da aplicação considerada. Assim, no exemplo ilustrado, o conjunto de nós foi particionado em dois subconjuntos: (i) conjunto dos nós de oferta/demanda (relativos a algum produto qualquer) e (ii) conjunto dos nós de transbordo ou passagem.

O alvo principal nessa linha de pesquisa envolve a problemática de síntese de redes. A metodologia guia-se pelo critério de maximização dos benefícios e minimização dos custos, satisfazendo aos requisitos de demanda e às restrições de ordem técnica ou político-social. Os projetos nessa área visam proporcionar à comunidade científica e às empresas uma metodologia integrada para o planejamento de redes, essencialmente fundamentadas em modelos probabilísticos e métodos de programação matemática.

Os modelos de otimização em redes estocásticas são muito comuns em contextos tão diversos quanto em problemas de planejamento de redes de transporte, problemas de planejamento de sistemas de manufatura, problemas de planejamento de redes de distribuição

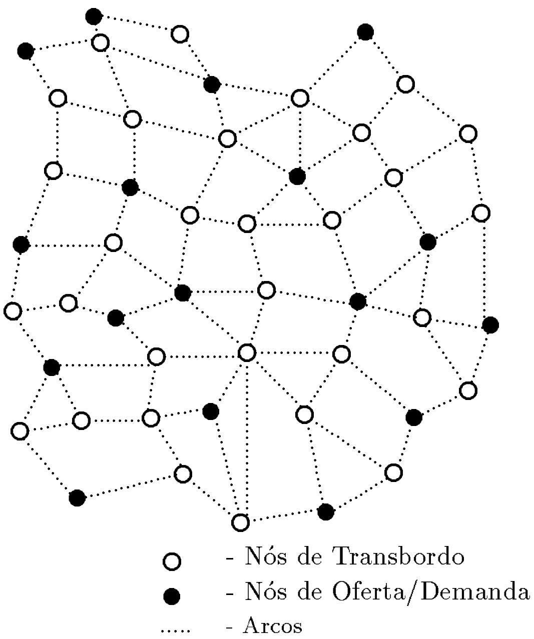


Figura 1: Um Grafo $G = (N, A)$

de energia elétrica e redes de telecomunicações, para citar apenas alguns exemplos. Uma bibliografia seletiva sobre os problemas de planejamento de redes pode ser encontrada em recente trabalho de Minoux (Minoux, 1989). Nos trabalhos de Gavish (Gavish, 1992), e Balakrishnan e outros (Balakrishnan *et al.*, 1989), são apresentados vários modelos. Há também, nestes trabalhos, um considerável número de referências bibliográficas. Em outro relatório recente de Balakrishnan e outros (Balakrishnan *et al.*, 1991), é tratado um tipo de problema que aparece com frequência, o problema de otimização em redes com vários níveis hierárquicos. Os importantes trabalhos que vêm sendo desenvolvidos demonstram, portanto, o grande interesse que a área tem despertado.

Neste trabalho, pretendemos apresentar alguns problemas de otimização em redes onde algum elemento estocástico esteja presente e propor alguns possíveis algoritmos de resolução. A Figura 2 ilustra uma pequena rede (grafo), onde estão presentes elementos estocásticos: (i) uma taxa de chegada Λ_i, de acordo com alguma distribuição de probabilidade, representando a demanda presente naquele ponto, e (ii) uma "distância" Ω_{ij}, dependente do número de usuários presentes no sistema.

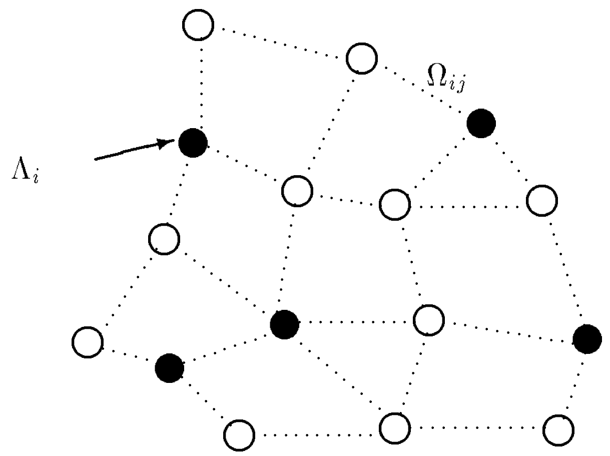


Figura 2: Um Problema em Rede Estocástica

1.2 Organização do Texto

O trabalho está organizado da seguinte forma. Na Seção 2, apresentamos o relevante problema de planejamento de topologia de redes de filas com dependência de estado, que modela fenômenos de fluxos sujeitos a congestionamento. Na Seção 3, mostramos o problema de alocação de recursos em redes de filas. Alguns trabalhos na área são brevemente mencionados, mostrando o interesse despertado pelo modelo, bem como a diversidade de contextos onde ele é aplicável. Na Seção 4, apresentamos um dos mais fascinantes e difíceis problemas em redes de filas: o problema de otimização do *throughput*, *i.e.* o número de clientes que atravessam o sistema por unidade de tempo. Finalmente, na Seção 5, algumas conclusões e observações finais são apresentadas.

2 Planejamento de Topologia de Redes de Filas

2.1 Apresentação

Problemas de planejamento de topologia de redes (*network design problems*) frequentemente contêm nós e arcos onde fluxos estocásticos de usuários, ocupantes ou mensagens são dependentes do estado. Pretendemos discutir a acomodação de certos fluxos aleatórios no processo de planejamento de redes capacitadas. Neste processo, devem ser combinados conceitos de modelagem e análise de redes de filas, juntamente com conceitos de planejamento de topologia de redes, de forma a minimizar o congestionamento nas conexões (*links*) da rede.

Dado um grafo $G = (N, A)$, onde N é particionado em dois subconjuntos D, conjunto de nós de oferta/demanda, e S, conjunto de nós de transbordo (ou nós de *Steiner*), alguns dos problemas de planejamento que podem surgir são:

I) Como seria possível determinar o grafo $G = (N, A^*)$, $A^* \subseteq A$, que interconecta os nós em D (nós pretos), possivelmente usando alguns nós de S (nós brancos), Figura 3, de forma que o tempo máximo esperado de deslocamento entre quaisquer dois nós de D seja mínimo?

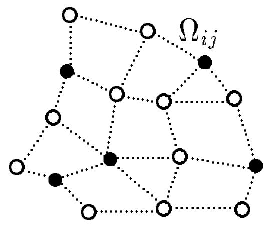


Figura 3: Problema I

II) Supondo que a configuração $G = (N, A^*)$ seja conhecida, Figura 4, quais deveriam ser as "capacidades" nos arcos e nós, que podem ser vistos como centros provedores de um serviço, de forma a acomodar "satisfatoriamente" as chegadas aleatórias Λ_i na rede?

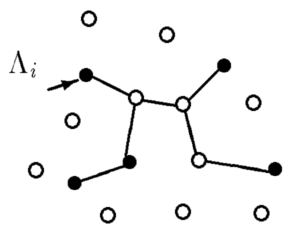


Figura 4: Problema II

III) Em alguns casos, os nós de demanda D não estão nem mesmo em posições pré-definidas, Figura 5, havendo apenas a exigência de que eles sejam dispostos de tal modo a otimizar alguma medida crítica de desempenho, tal como o tempo máximo esperado de permanência dentro do sistema, ou o tempo esperado de evacuação do sistema, e assim por diante. Esse é o problema mais geral e difícil de ser resolvido.

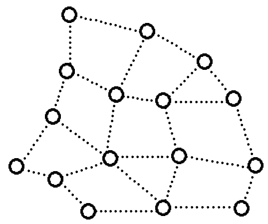


Figura 5: Problema III

Estaremos mais voltados ao caso (II), que é conhecido na literatura como problema de *Gilbert-Steiner* (Gilbert, 1967). Denotando por $\lambda(N_i, N_j)$ o fluxo entre os nós N_i e N_j e por $\lambda(e)$ o fluxo através do arco e, então:

$$\lambda(e) = \sum_{N_i \in N_1,\, N_j \in N_2} \lambda(N_i, N_j), \tag{1}$$

onde o arco e particiona o conjunto N em dois subconjuntos N_1 e N_2. A função objetivo é:

$$\min C(N) = \sum_{\forall e_i} g\left(\lambda(e_i)\right) |L_i|, \tag{2}$$

onde $g(\lambda)$ representa o custo por unidade de distância e $|L_i|$ representa o comprimento do arco e.

A forma da função $g(\lambda)$ tem importância crucial, desde que ela fará a ligação entre o problema de *Gilbert-Steiner* e os modelos de congestionamento, que fazem uso da teoria de filas finitas.

Como seria possível usar os conceitos de teoria de filas, de forma a acoplar a distância $|L_i|$ dos arcos e o custo unitário? Uma possibilidade é pelo uso de rede de filas finitas dependentes do estado, o que é conhecido na literatura da área como filas $M/G/C/C$. Neste tipo de modelo, as taxas de chegada aos nós seguem um processo **M**arkoviano, os tempos de serviço têm uma distribuição **G**eral, que decresce (fenômeno de congestionamento) com o aumento do tráfego no arco (*link*) considerado e possui **C** servidores, igual à capacidade atribuída ao respectivo *link*.

Embora cada *link* individualmente seja um fila $M/G/C/C$, estamos interessados em redes dessas filas, que podem ser denominadas redes de perda/atraso Erlang. Claro que estaremos preocupados apenas com redes de atraso, pois os usuários das redes físicas consideradas não podem ser "perdidos", uma vez que se encontram "presos" entre suas junções.

Pedestres em corredores de edifícios, (Cheah e MacGregor Smith, 1994), automóveis em ruas e estradas, (Jain e MacGregor Smith, 1997) e outros fenômenos de fluxos com congestionamento podem ser descritos por esse modelo não-linear de fluxos dependente do estado, onde o congestionamento na rede é uma função da população ou densidade de veículos no *link* conectando dois nós da rede.

2.2 Estratégia de Resolução

Idealmente, gostaríamos de ser capazes de desenvolver uma metodologia de resolução integrada, onde a topologia da rede e as capacidades dos arcos pudessem ser determinadas de uma só vez. Não parece, entretanto, que esse modelo ideal seja tratável analiticamente, pois para estimarmos o congestionamento precisamos conhecer a topologia da rede e para determinar a topologia, precisamos de conhecer o congestionamento. Uma forma de sair desse dilema é pelo uso de uma metodologia iterativa cujos estudos de viabilidade prática ainda não são uma questão completamente resolvida, (MacGregor Smith, 1996).

Propomos um estudo mais minucioso de um algoritmo iterativo, baseado em uma estratégia de decomposição, que é apresentado a seguir:

passo 1: construa uma árvore geradora mínima de *Steiner*, AGMS;

passo 2: decompor a árvore em componentes AGMS_i e considerar o tráfego Λ_i em cada nó;

passo 3: construir um modelo de congestionamento para cada componente AGMS_i e identificar o seu comprimento L_i e fluxo aleatório λ_i; ajustar então a largura w_i da conexão, de modo a melhorar o tráfego (esta operação permite que o congestionamento na componente AGMS_i seja minimizado).

O modelo de congestionamento proposto para cada componente AGMS_i deverá estar em concordância com a observação prática de que o tempo de atraso médio cai com o aumento da largura do canal (arco). A Figura 6 apresenta o tempo de atraso médio, para pessoas andando por um corredor de 10 metros de comprimento, em função da sua largura w_i, para diversas taxas de chegada λ_i. Observa-se que quando a largura cresce muito, o tempo de atraso tende para 6,7 segundos, uma vez que a velocidade média de um pedestre é por volta de 1,5 m/s:

$$\lim_{w_i \to \infty} t = \frac{10 \text{ m}}{1{,}5 \text{ m/s}} \approx 6{,}7 \text{ s}.$$

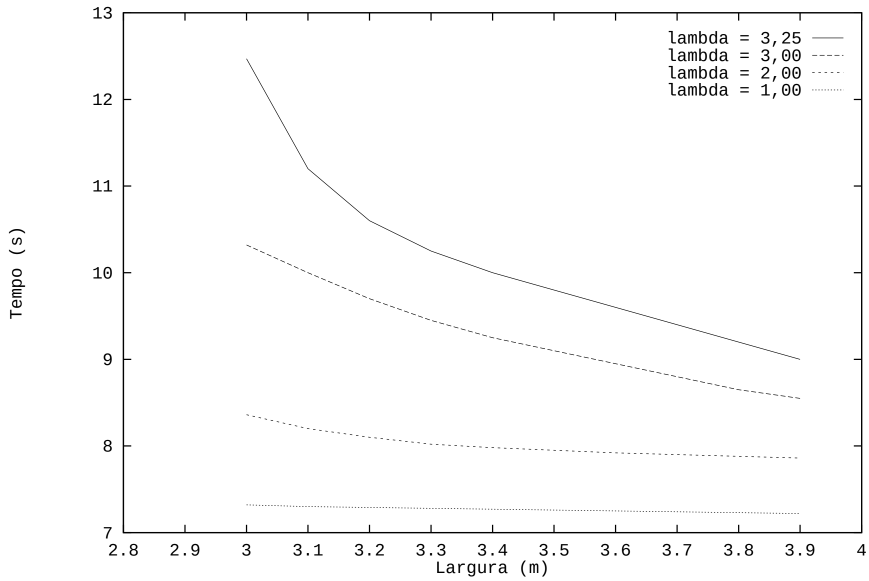


Figura 6: Atraso Médio e Largura de um Arco

O uso de redes de filas $M/G/C/C$ capta bem essa característica. A Figura 7 apresenta comparações do modelo $M/G/C/C$, com taxa de serviço exponencial, com medidas reais para 5 auto-estradas americanas (Underwood, Northwestern, Greenshields, HCM e Drew). Os resultados obtidos com o modelo $M/G/C/C$ parecem ser próximos dos reais o bastante para justificar a nossa opção pelo seu uso.

3 Alocação de Recursos em Redes de Filas

3.1 Introdução

Sempre que a demanda em uma facilidade excede a capacidade do sistema em prover o serviço, filas de espera são formadas. Teoria de Filas é um ramo da Pesquisa Operacional desenvolvida para lidar com decisões sobre a capacidade a ser instalada, de modo a garantir um serviço satisfatório. Resultados da Teoria de Filas têm sido aplicados a sistemas de manufatura, sistema de atendimento ao cliente, redes de transporte, redes de computadores e, mais recentemente, planejamento de facilidades.

A maior preocupação nessa linha de problemas é incorporar resultados conhecidos da Teoria de Filas ao projeto de instalações físicas adequadas, maximizando o *throughput*, minimizando os custos relacionados aos tempos de permanência no sistema e minimizando

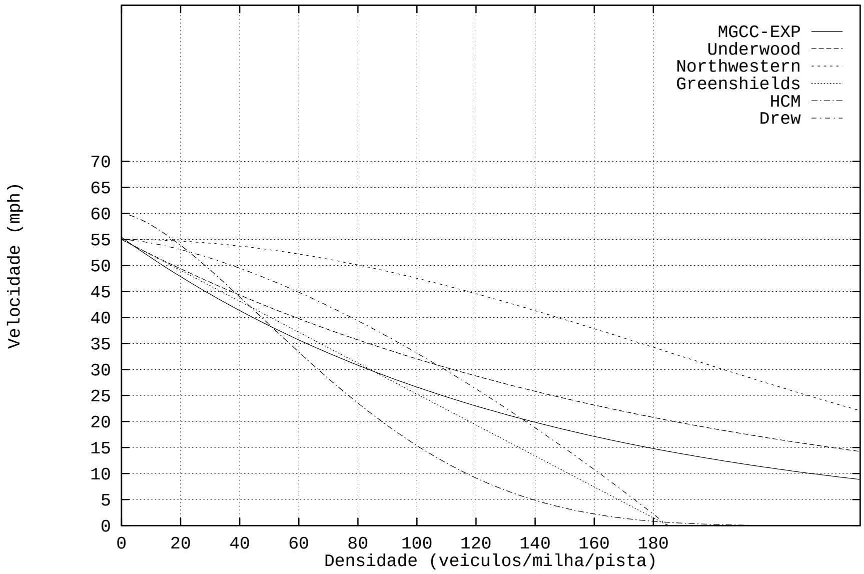


Figura 7: Tempo de Serviço e Número de Usuários

os custos dos espaços alocados para circulação.

3.2 Trabalhos Anteriores

Pesquisas importantes na área incluem o trabalho desenvolvido por Altiok e Stidham, (Altiok e Stidham, 1983), onde é examinado o problema de linhas de produção com possibilidade de falhas nas máquinas e com a existência de *buffers* inter-estágios. O objetivo é maximizar o lucro médio por unidade produzida. Neste trabalho, a taxa média de saída é obtida individualmente para cada estágio e o número médio total de unidades produzidas é determinado por meio de uma aproximação de um modelo markoviano. *Buffers* inter-estágios são então alocados com suas capacidades determinadas iterativamente, por um algoritmo de avaliação da função objetivo baseado no método de otimização irrestrita de Hooke e Jeeves, (Mateus e Luna, 1986).

Fratta e Kleinrock, (Fratt e Kleinrock, 1973), analisaram redes de telecomunicações com o objetivo de minimizar os custos de transmissão e/ou atraso, para uma dada topologia. Eles decompuseram o problema em dois sub-problemas: (i) um problema de roteamento e (ii) um problema de roteamento capacitado. Usando um algoritmo iterativo, eles empregaram o método dos gradientes para encontrar um mínimo local dos problemas decompostos, que foram então combinados, de modo a obter o mínimo do problema original.

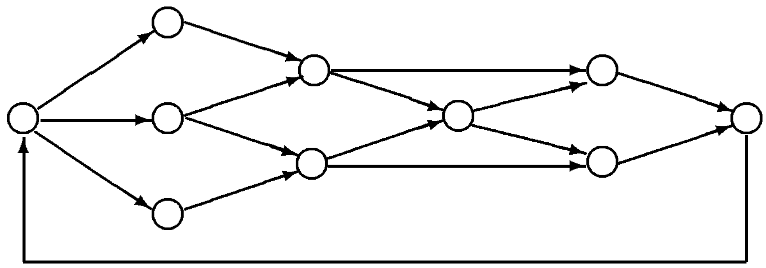


Figura 8: Rede Exemplo para o Problema de Alocação de Recursos

No estudo dos problemas de determinação de *layout* e localização de *buffers* em linhas de montagem automatizadas, Smith e Daskalaki, (MacGregor Smith e Daskalaki, 1988), modelaram o problema de alocação de recursos como uma rede de filas abertas. Eles decompuseram o problema de *layout* em várias topologias possíveis. Então, procuraram otimizar o espaço alocado para os *buffers* entre estágios adjacentes, de modo a maximizar o *throughput* e a minimizar os custos de armazenagem e de permanência nos *buffers*.

3.3 Formulação Matemática

A Figura 8 apresenta uma pequena rede, na qual são supostos conhecidos as "distâncias" dos arcos, capacidades dos nós, tempo médio de processamento nos nós e arcos e as chegadas λ_i nos nós. O problema consiste em estabelecer "larguras" para os arcos, maximizando a função objetivo.

O problema de alocação de recursos é bastante complexo por envolver o custo do espaço alocado e o custo do atraso, que são objetivos conflitantes. O seguinte modelo de programação matemática estocástica define o problema:

$$\max\left\{\tilde{\Theta}\tilde{V} - \tilde{H}\tilde{Q}\right\}, \tag{3}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \bar{w} &\in W, && (4)\\ \bar{w} &> \mathbf{0}, && (5) \end{aligned}$$

onde $\tilde{\Theta}$ é o *throughput* médio da topologia, $\tilde{V}$ é o lucro médio por unidade produzida, $\tilde{H}$ é o custo médio pelo atraso e $\tilde{Q}$ é o número médio de itens em atraso, em regime permanente. $\bar{w}$ é o vetor de decisão e W é o conjunto de todos os valores viáveis do vetor de decisão.

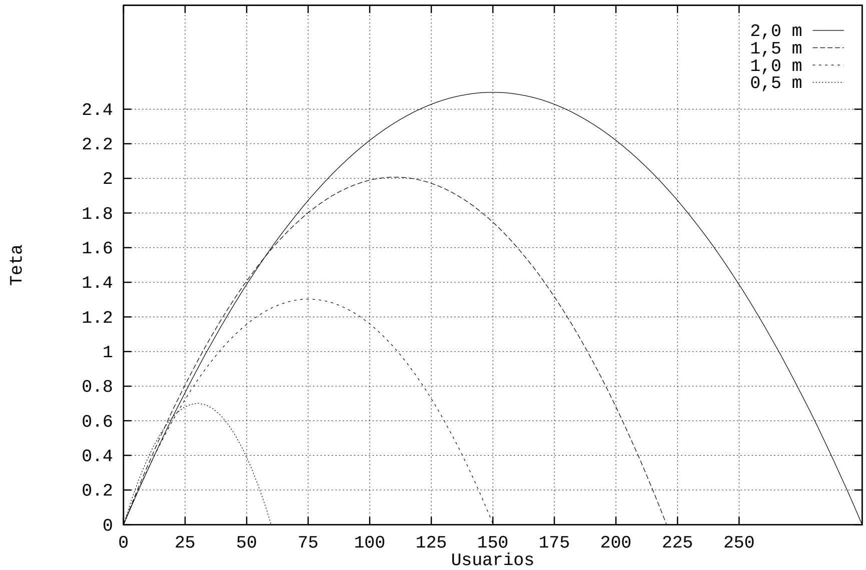


Figura 9: *Throughput* e Número de Usuários no Sistema

3.4 Estratégia de Resolução

O problema acima é um problema estocástico de programação não-linear. Um dos motivos que o torna tão desafiador é a falta de conhecimento de uma expressão matemática "fechada", que represente o *throughput* total em função da configuração.

Os fluxos através do sistema de circulação (*buffers*) são fortemente dependentes do estado, uma vez que a taxa de serviço decai com o aumento do tráfego. Devido à complexidade de atualização dinâmica da taxa de serviço como função do número de chegadas e de partidas, é muito difícil a utilização de modelos de simulação por computadores, conforme observado anteriormente por Jain e MacGregor Smith (Jain e MacGregor Smith, 1997). Se modelos dependentes do estado vão de fato ser usados, será necessário usar abordagens analíticas. A Figura 9 apresenta o aspecto do *throughput* Θ, em um determinado arco, em função do número de usuários que entram no sistema, para diversas larguras w_i do canal (arco).

Recentemente, foi desenvolvido um modelo de perda Erlang generalizado $M/G/C/C$, para representar o decaimento das taxas de serviço com o congestionamento na facilidade, capaz de modelar qualquer distribuição de taxa de serviço (linear, exponencial, *etc.*), (Cheah e MacGregor Smith, 1994). O modelo de otimização apresentado anteriormente pode ser resolvido pelo algoritmo de análise de valor médio (*mean value analysis algorithm*), para a determinação do *throughput*. Juntamente com os modelos de congestionamento, podemos então iterativamente alocar os recursos, (Bakuli e MacGregor Smith, 1996). Tal abordagem permite extensões, possivelmente com interessantes desdobramentos teóricos.

A seguir, apresentamos o *template* do algoritmo que acreditamos ser possível aplicar.

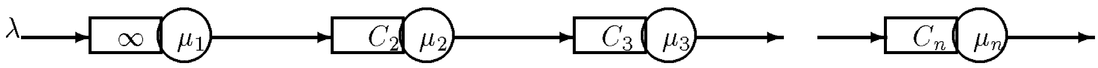
algoritmo
    leia problema de entrada, $G = (N, A)$
    $\mathbf{w}^{(\mathrm{opt})} \leftarrow \mathbf{w}^{(0)}$
    repita
        $\mathbf{w}^{(1)} \leftarrow \mathbf{w}^{(\mathrm{opt})}$
        $k \leftarrow 1$
        enquanto $k \leq |A|$ **faça**
            $\mathbf{w}^{(k+1)} \leftarrow \max_\gamma Z(\mathbf{w}^{(k)} + \gamma \mathbf{e}^{(k)})$
            $k \leftarrow k + 1$
        fim enquanto
        se $Z(\mathbf{w}^{(|A|+1)}) > Z(\mathbf{w}^{(1)})$ **então**
            $\mathbf{w}^{(\mathrm{opt})} \leftarrow \mathbf{w}^{(|A|+1)}$
        senão
            $\mathbf{w}^{(\mathrm{opt})} \leftarrow \mathbf{w}^{(1)}$
        fim se
    até $|\mathbf{w}^{(\mathrm{opt})} - \mathbf{w}^{(1)}| \leq \varepsilon$
fim algoritmo

4 *Throughput* em Redes de Filas com Blocagem

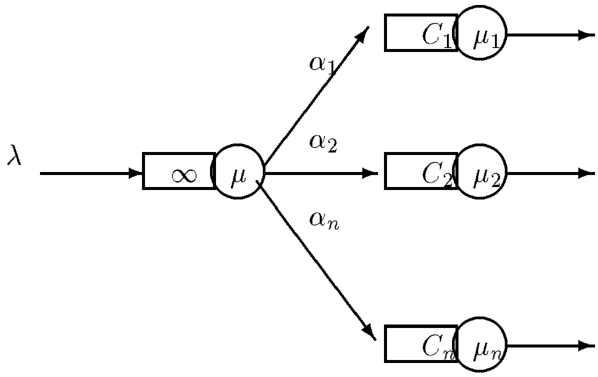
4.1 Estado da Arte

Redes de filas com blocagem têm se mostrado úteis na prática, modelando sistemas de computadores, sistemas de distribuição, sistemas de telecomunicações e sistemas de produção. Uma rede de filas pode ser vista como um conjunto de filas organizadas de acordo com uma determinada topologia, com *buffers* de tamanho limitado em alguns ou todos os servidores. A consideração de *buffers* de tamanho finito leva ao fenômeno da blocagem, que significa simplesmente que o usuário não pode passar para a próxima fila se o *buffer* correspondente estiver lotado. O usuário então permanece no servidor precedente à fila saturada e o serviço é suspenso até que ele possa seguir em frente. Configurações básicas são apresentados na Figura 10. Problemas reais são combinações dessas.

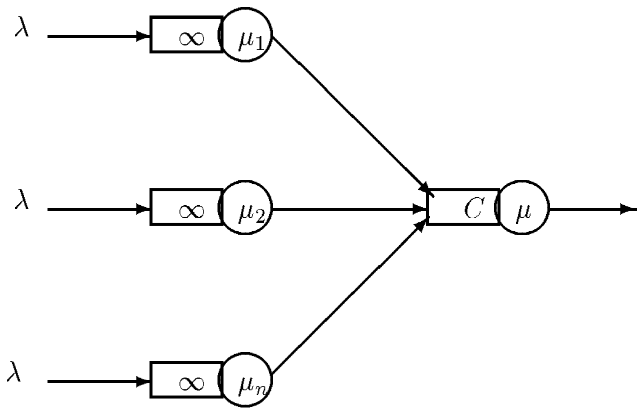
Redes de filas com blocagem são difíceis de ser tratadas e poucos são os resultados



a) Rede *Tandem* com n Nós



b) Rede *Split* com n Servidores em Paralelo



c) Rede *Merge* com n Servidores em Paralelo

Figura 10: Exemplos de Topologias de Redes de Filas com Blocagem

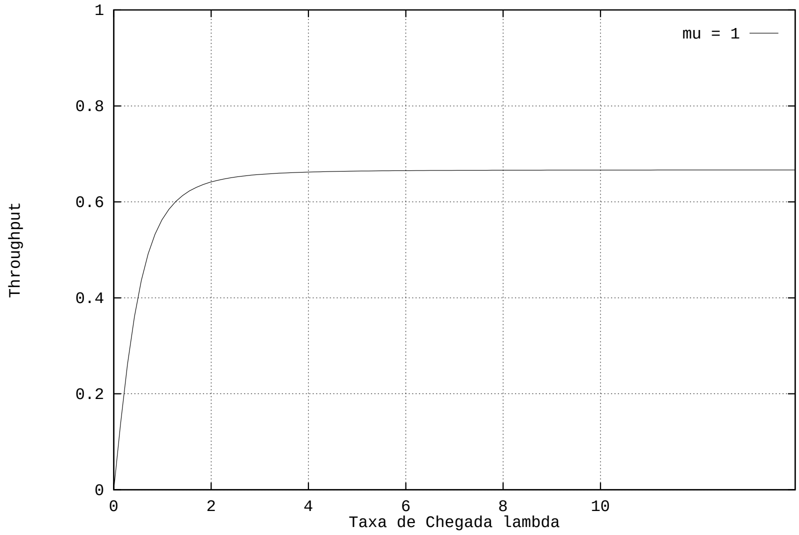


Figura 11: Fenômeno da Saturação no *Throughput*

apresentados na literatura lidando com o problema, (Perros, 1984). Resultados exatos são disponíveis apenas para redes em série simples, com *buffers* de pequeno tamanho. Além disso, a literatura considera, normalmente, chegadas exponenciais e serviços também exponenciais, havendo muito pouca teoria desenvolvida para redes mais gerais. As medidas de desempenho mais comumente procuradas são o tamanho médio da fila, o *throughput* e o tempo de permanência do usuário na rede. Geralmente essas medidas são estimadas por técnicas aproximadas e a única forma de validação parece ser mesmo a simulação, uma vez que a análise exata é impossível para redes de grande porte.

O tipo de problema no qual estamos interessados é o problema de planejamento de redes, com restrição de recursos, onde é suposto estarem resolvidos os problemas de definição da topologia e roteamento. Supomos também a existência de uma saturação no *throughput*, conforme apresentado na Figura 11.

O problema resultante pode ser escrito matematicamente conforme se segue:

$$\max\{\Theta(P-V)-HL\}, \tag{6}$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{N} x_i \leq B, \tag{7}$$

$$x_i \in \{0,1,2,3,\ldots\}, \tag{8}$$

onde:

Θ = *throughput* médio da topologia;

P = receita média, por item;

V = custo médio de produção;

H = custo médio de estocagem por item;

$L = \sum_{i=1}^{N} L_i$ = número total médio de usuários na rede, em regime permanente;

L_i = número médio de usuários, em regime permanente, no nó i;

B = capacidade total alocada na rede;

x_i = capacidade alocada, no nó i;

C_i = custo para localização de capacidade, no nó i;

μ_i = taxa de serviço, no nó i;

λ_i = taxa de chegada, no nó i.

4.2 Estratégias de Resolução

4.2.1 Abordagem por Programação Não-Linear

O problema mencionado acima pode ser visto como uma generalização estocástica do problema da mochila (*knapsack*). A versão determinística é sabida ser $\mathcal{NP}$-árdua (Garey e Johnson, 1979). A dificuldade da versão estocástica é aumentada ainda mais pelo fato de não haver uma expressão matemática para estimar o *throughput*, para uma configuração arbitrária do sistema.

Um estudo elucidativo sobre o *throughput* em sistemas de filas com blocagem, na topologia genérica série-paralelo, é apresentado no trabalho recente de Gosavi e Smith, (Gosavi e MacGregor Smith, 1995). Eles propõem um limite superior para o *throughput* baseado em uma linearização por partes da função real. Os limites são justos e fornecem uma excelente previsão para o *throughput* real. Ademais, são computacionalmente fáceis de calcular.

A seguinte metodologia iterativa, similar às discutidas anteriormente, aliada a esses recentes resultados, parece ser uma estratégia aceitável para resolução do problema:

algoritmo
leia $G = (N, A)$, λ_i, α_j *e* B
$k \leftarrow 0$
repita
$k \leftarrow k + 1$
$x_i \leftarrow x_i^{(k)}, \forall i \in N \mid \sum_{i=1}^{|N|} x_i \leq B$
compute $Z = \Theta(P - V) - HL$
até $|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^{(k-1)}| \leq \varepsilon$ **ou** $k > k_{\max}$
fim algoritmo

4.2.2 Abordagem por Processos Estocásticos

Essa é uma outra linha de trabalho, que pode também conduzir a bons resultados. Nessa abordagem, usam-se técnicas baseadas na distribuição invariante do processo estocástico associado ao sistema em funcionamento. Literatura básica nessa direção inclue os textos de Tijms (Tijms, 1986), Asunssen (Asmussen, 1987), Kelly (Kelly, 1991) e Resnik (Resnick, 1992), entre outros.

5 Conclusões e Observações Finais

Neste artigo, apresentamos alguns exemplos de problemas de otimização em redes incluindo algum elemento estocástico, mostrando que a área tem despertado interesse constante nos pesquisadores. Apresentamos o importante problema de planejamento de topologia de redes de filas, que modela o efeito de congestionamento. O problema de alocação de recursos em redes de filas também foi mostrado. Encerrando os exemplos de problemas, apresentamos o interessante problema da mochila estocástico, onde a função objetivo procura maximizar o número médio de clientes que atravessam uma rede de filas com blocagem, na unidade do tempo, *i.e.* procura maximizar o *throughput* da rede. Ressaltamos, finalmente, que os principais resultados buscados neste trabalho são de grande relevância, pois podem ser estendidos a outras classes de problemas de otimização em redes estocásticas.

Agradecimentos

Gostaríamos de deixar expressos aqui os nossos agradecimentos ao Prof. Paulo Sérgio Lucio, do Departamento de Estatística da UFMG, pela cuidadosa leitura de uma versão preliminar deste relatório e pelas valiosas críticas e sugestões.

Referências

[Altiok e Stidham, 1983] T. Altiok e S. Stidham. The allocation of interstage buffer capacities in production lines. *IEE Transactions*, 15(4):292–299, 1983.

[Asmussen, 1987] S. Asmussen. *Applied Probability and Queues.* J. Wiley & Sons, New York, USA, 1987.

[Bakuli e MacGregor Smith, 1996] D.L. Bakuli e J. MacGregor Smith. Resource allocation in state-dependent emergency evacuation networks. *European Journal of Operational Research*, 89:543–555, 1996.

[Balakrishnan *et al.*, 1989] A. Balakrishnan, T.L. Magnanti, A. Shulman e R.T. Wong. Models for planning capacity expansion in local access telecommunication networks. Working paper, Sloan School of Management, MIT, 1989.

[Balakrishnan *et al.*, 1991] A. Balakrishnan, T.L. Magnanti e P. Mirchandani. The multi-level network design problem. Working paper, Sloan School of Management, MIT, 1991.

[Cheah e MacGregor Smith, 1994] J. Cheah e J. MacGregor Smith. Generalized $M/G/C/C$ state dependent queueing models and pedestrian traffic flows. *Queueing Systems and their Applications*, 15:365–386, 1994.

[Cruz, 1991] F.R.B. Cruz. Um algoritmo para projeto de redes hierárquicas. Dissertação de Mestrado, DCC-ICEx-UFMG, Belo Horizonte, MG, 1991.

[Cruz, 1997] F.R.B. Cruz. *Algoritmos para Planejamento de Redes.* Tese de Doutorado, DCC-ICEx-UFMG, Belo Horizonte, MG, 1997.

[Fratt e Kleinrock, 1973] M.G. Fratt e L. Kleinrock. The flow deviation method: An approach to store-and-forward communication network design. *Networks*, 3:97–133, 1973.

[Garey e Johnson, 1979] M.R. Garey e D.S. Johnson. *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness.* W.H. Freeman and Company, New York, 1979.

[Gavish, 1992] B. Gavish. Topological design of computer communication networks - The overall design problem. *European Journal of Operational Research*, 58:149–172, 1992.

[Gilbert, 1967] E.N. Gilbert. Minimum cost communication networks. *Bell. Syst. Tech. J.*, 46:2209–2227, 1967.

[Gosavi e MacGregor Smith, 1995] H.D. Gosavi e J. MacGregor Smith. Asymptotic bounds of throughput in series-parallel queueing networks. *Computers and Operations Research*, 22(10):1057–1073, 1995.

[Jain e MacGregor Smith, 1997] R. Jain e J. MacGregor Smith. Modeling vehicular traffic flow using $M/G/C/C$ state dependent queueing models. *Transportation Research B*, 1997. (to appear).

[Kelly, 1991] F.P. Kelly. *Stochastic Networks.* Springer, New York, USA, 1991.

[MacGregor Smith e Daskalaki, 1988] J. MacGregor Smith e S. Daskalaki. Buffer space allocation in automated assembly lines. *Operations Research*, 36(2):343–358, 1988.

[MacGregor Smith, 1996] J. MacGregor Smith. Topological network design of state-dependent queueing networks. *Networks*, 28:55–68, 1996.

[Mateus e Luna, 1986] G.R. Mateus e H.P.L. Luna. *Programação Não-Linear.* V Escola de Computação, Belo Horizonte, Brazil, 1986.

[Minoux, 1989] M. Minoux. Network synthesis and optimum network design problems: Models, solution methods and applications. *Networks*, 19:313–360, 1989.

[Perros, 1984] H.G. Perros. Queueing networks with blocking: A bibliography. *ACM Sigmet.*, 12:8–12, 1984.

[Resnick, 1992] S.I. Resnick. *Adventures in Stochastic Processes.* Birkhauser, Boston, USA, 1992.

[Tijms, 1986] H.C. Tijms. *Stochastic Modeling and Analysis: A Computational Approach.* J. Wiley & Sons, New York, USA, 1986.