

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

Bruno Ramos Pio

**Resseguro para Riscos de Longevidade**

Belo Horizonte

2022

## **Resseguro para Riscos de Longevidade**

Monografia de conclusão de curso de Bacharelado em Ciências Atuariais do Departamento de Estatística da Universidade Federal de Minas Gerais.

Área de concentração: Ciências Atuariais

Orientador(a): Adrian Pablo Hinojosa Luna

Orientando: Bruno Ramos Pio

Belo Horizonte

2022

## **Resseguro para Riscos de Longevidade**

Monografia apresentada ao Colegiado de Ciências Atuariais do Departamento de Estatística da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para a Conclusão do Curso de Bacharelado em Ciências Atuariais.

Belo Horizonte, 23 de fevereiro de 2022.

Adrian Pablo Hinojosa Luna

(Orientador)

Cristiane Silva Corrêa

(Avaliadora)

Sokol Ndreca

(Avaliador)

## Sumário

RESUMO .....	6
1 INTRODUÇÃO .....	7
1.1 FUNDO MONETÁRIO .....	7
1.2 ANUIDADES E BENEFÍCIOS .....	8
2 MODELOS DE VIDA E LONGEVIDADE .....	9
2.1 MODELO DE LEE-CARTER .....	9
2.2 TRANSFORMADA DE WANG .....	11
3 FUNDOS DE PENSÃO .....	12
3.1 SISTEMA PREVIDENCIÁRIO BRASILEIRO .....	12
3.2 ENTIDADES FECHADAS DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR .....	13
3.3 TIPOS DE PLANOS .....	13
4 RISCOS DE LONGEVIDADE .....	15
4.1 BENEFÍCIOS .....	17
4.2 ANUIDADES .....	18
5 RESSEGURO .....	23
5.1 O QUE É RESSEGURO .....	23
5.2 TIPOS DE RESSEGURO .....	23
5.2.1 EXCESSO DE DANOS .....	23
5.2.2 STOP LOSS .....	24
5.2.3 STOP LOSS PARA PAGAMENTOS ANUAIS .....	25
6 CONCLUSÕES .....	31
7 REFERÊNCIAS .....	32
APÊNDICE: CÓDIGOS USADOS .....	35
INSTALANDO PACOTES .....	35
LEITURA DE DADOS .....	35
LEE CARTER .....	35
SIMULAÇÕES .....	35
PROJEÇÃO .....	36
LAMBDA=1 .....	36
LAMBDA=0 .....	37
LAMBDA=2 .....	38
JUROS .....	39
FUNÇÃO TABELA DE VIDA .....	39
MORTALIDADE E SOBREVIVENTES .....	43

<b>ANUIDADE .....</b>	<b>44</b>
<b>RESERVA.....</b>	<b>45</b>
<b>BJ E RESSEGURO.....</b>	<b>46</b>

## **RESUMO**

Os fundos de pensão servem para garantir uma renda após a saída do mercado de trabalho e, portanto, é um sistema essencial para os trabalhadores na economia brasileira. O objetivo central do trabalho é analisar o uso de resseguro como um sistema de proteção para os fundos de pensão que experimentam riscos de longevidade, garantido assim que não entrem em falência. Para se entender o resseguro nessa situação de riscos de longevidade é proposto um exemplo onde se considera um fundo de pensão no qual simulamos cenários de mortalidade desenvolvidos via simulações do modelo de Lee-Carter para mortalidade. Nessas situações são estudados os efeitos de uma estrutura de resseguros para pagamentos anuais. Nestes cenários a longevidade apresenta um padrão de crescimento maior que o esperado. Por fim este tipo de resseguro se apresenta como uma ferramenta viável para a proteção de um fundo de pensão.

Palavras-chave: Resseguro; Longevidade; Fundos de Pensão; Transformação de Wang

# 1 INTRODUÇÃO

O foco desse trabalho é entender o efeito de uma proteção via resseguros para fundos de pensão. O fundo de pensão será considerado a partir do início da fase de desacumulo, desconsiderando a fase de acumulação, assumindo portanto que todos os beneficiários chegaram a idade de aposentadoria com os mesmos direitos sobre o fundo. Para isso o cenário que será considerado, é um onde a mortalidade experimentada utilizando a metodologia Lee-Carter segue um padrão diferente, um decrescimento do nível de mortalidade no tempo, Quão eficiente seria o resseguro para proteger o fundo? Vamos introduzir algumas das ideias necessárias para entender esses cenários.

## 1.1 FUNDO MONETÁRIO

Vamos expor as definições de anuidade e fundo monetário utilizando como referência o livro “*Modelling Longevity Dynamics for Pensions and Annuity Business*” de Pitacco et al. (2009).

O fundo é uma quantidade  $F_t$  no instante  $t$  imediatamente após o pagamento anual no valor de  $b_t$ . Essa quantidade  $F_t$  é definida pela formula:

$$F_t = F_{t-1}(1 + i) - b_t, \text{ para } t = 1, 2, 3 \dots$$

Observe que teremos 3 casos que podem acontecer com o valor  $F_t$  do fundo. Primeiramente, temos o caso em que os pagamentos anuais são menores que o juros captados pelo fundo, ou seja,  $b_t < F_{t-1} i$ , neste caso o fundo tem um rendimento maior que o esperado.

O segundo caso é quando os pagamentos anuais são iguais aos juros captados pelo fundo, ou seja,  $b_t = F_{t-1} i$  neste caso o fundo mantém a mesma quantidade de dinheiro ao longo do tempo.

O terceiro caso é quando os pagamentos anuais são maiores que os juros captados pelo fundo, ou seja,  $b_t > F_{t-1} i$  aqui o fundo irá reduzindo sua reserva com o tempo.

No caso em que o benefício pago é maior que a quantia ganha com os juros em algum momento o fundo chegará na sua extinção. No caso em que ele tenha benefícios que são menores que os ganhos obtidos pelos juros o fundo acumulará uma quantidade de dinheiro maior.

Como mostra Pittaco et. al (2009) se definirmos  $V_t^j$  como a reserva pertencente a um beneficiário aleatório no tempo  $t$ , temos que a evolução deste valor será definida tanto pela taxa de juros no instante anterior, uma parte da participação do fundo que foi liberada pelos

beneficiários que morreram durante o instante anterior e por fim o valor pago para o beneficiário em análise, seguindo, portanto, a seguinte formula:

$$V_t^j = V_{t-1}^j(1+i) + \frac{l_{x+t-1} - l_{x+t}}{l_{x+t}} V_t^j(1+i) - b_t^j,$$

Essa contribuição feita pelos beneficiários que morreram é conhecida como mutualismo, um princípio, ver Pitacco et al. (2009), que consiste em que todos os beneficiários estão em um fundo comunitário e não num fundo exclusivo para cada participante, esse processo pode gerar uma redução dos prêmios pagos, porém caso o número de mortes seja menor o fundo poderá ter problemas e ter dificuldade de arcar com valores futuros. No caso do fundo de pensão a mutualidade poderia ser um problema caso a mortalidade decaia mais que o esperado gerando pagamentos anuais maiores que os planejados, levando o fundo a uma possível falência.

## 1.2 ANUIDADES E BENEFÍCIOS

As anuidades, portanto, precisam ser bem definidas para garantir que o fundo não chegue a um estado de falência, mas que também pague a melhor quantidade possível para os seus beneficiários.

Para este trabalho foi considerada uma anuidade para a vida toda, onde o beneficiário recebe pagamentos anuais até o ano de sua morte, seguindo, portanto, a seguinte formula:

$$a_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k {}_k p_x,$$

onde  $v^k$  representa o valor presente no tempo  $k$  e  ${}_k p_x$  consiste na probabilidade de sobrevivência de uma pessoa de  $x$  anos até a idade  $x + k$ .

Com o valor da anuidade definido como acima é possível calcular a reserva para o beneficiário, que vai seguir a seguinte formula,

$$S_{x+t} = b a_{x+t},$$

para esse trabalho o beneficio,  $b$ , será considerado igual a 1 para todos beneficiários sem nenhum tipo de evolução no tempo, então a formula será:

$$S_{x+t} = a_{x+t}.$$

Entende-se então que a formula para a reserva depende apenas de três variáveis, o tempo, a taxa de juros e as probabilidades de sobrevivência. O tempo e juros são definidos de forma artificial, sendo que o tempo é escolhido baseado em idades que são representativas para fundos de

pensão e a taxa de juros foi escolhida com base nos valores da taxa SELIC do ano de 2021. As probabilidades de sobrevivência são calculadas baseando-se nas simulações dos dados.

## 2 MODELOS DE VIDA E LONGEVIDADE

### 2.1 MODELO DE LEE-CARTER

O modelo foi introduzido em 1992 por Ronald Lee e Lawrence Carter utilizando dados de mortalidade dos Estados Unidos da América entre os anos de 1933 e 1987, porém o método se popularizou e agora é utilizado para diversos dados de mortalidade, países e períodos. (GIROSI; KING, 2007)

O modelo de Lee-Carter é dado por:

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + \epsilon_{x,t}$$

onde,

$m_{x,t}$  é a taxa de mortalidade central para a idade  $x$  no ano  $t$  para a população escolhida;  $a_x$  e  $b_x$  são parâmetros para ajustar a idade, enquanto  $a_x$  representa o perfil médio da mortalidade nas idade  $x$ ,  $b_x$  representa o quanto os valores de mortalidade para cada idade  $x$  são afetados pelo resultado de  $k_t$  que é o nível de mortalidade em cada ano. Por fim o termo  $\epsilon_{x,t}$  é a variação aleatória presente no modelo, essa variação tem distribuição  $N(0, \sigma^2)$ .

Para estimar os valores futuros usando Lee-Carter, segundo BOYER e STENTOFT (2013), é necessário assumir  $a_x$  e  $b_x$  fixos com o tempo e variando apenas com a idade e com isso os valores do nível de mortalidade  $k_t$  são projetados no futuro.

Para a projeção de  $k_t$  o modelo mais simples para descrever a série é o AR(1), que pode ser escrito como:

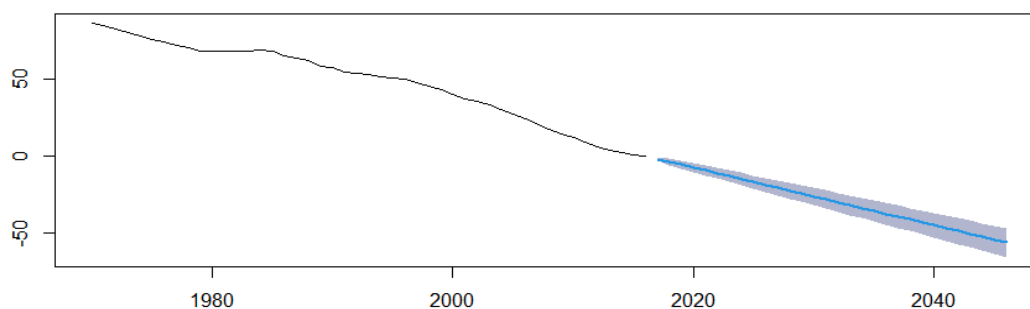
$$k_t = \theta + \phi k_{t-1} + \epsilon_t$$

onde, assumimos  $\phi < 1$  para estacionariedade e  $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ .

BOYER e STENTOFT (2013) também mostram que assumindo essas relações os valores de  $\theta$  e  $\phi$  podem ser encontrados utilizando uma regressão linear e a variância de  $\epsilon_t$  pode ser encontrado pela variância dos resíduos do modelo. Para atender essa necessidade nesse trabalho os dados utilizados são do Instituto de Métricas e Avaliação em Saúde (IHME), um instituto internacional que agrupa dados relacionados a saúde em todo o mundo, e foram escolhidos os

dados de mulheres brasileiras com informações entre os anos de 1970 e 2016, refletindo assim a evolução da mortalidade feminina no Brasil neste período.

A evolução do  $k_t$  na série histórica indicou uma tendência de decréscimo que foi seguida pela projeção do modelo de Lee-Carter nas próximas quatro décadas. Esse resultado indica que devemos esperar uma queda nas taxas de mortalidade para todas as idades.



*Gráfico 1 - Nível de mortalidade ( $k_t$ ) com previsões e Intervalos. Fonte: Elaborado a partir da projeção de Lee-Carter no R Studio a partir dos parâmetros estimados (Ver Tabela 2), com dados do IHME.*

Como mostrado por Pitacco et al. (2009) o modelo de Lee-Carter possibilita uma abordagem estocástica para a simulação de mortalidade, por conta disso é possível se apresentar aleatoriedade nas taxas no decorrer dos anos simulados.

Simulações precisas são de extrema importância para fundos de pensão, pois assim conseguem além de se planejar para situações futuras e atuar em formas de se proteger e como mostra SILVA (2021) uma série histórica é necessária para poder se projetar tendências futuras.

A Tabela 1 mostra os valores de  $a_x$  e  $b_x$  estimados pelo modelo de Lee-Carter para as mulheres brasileiras nos grupos etários entre 65-69 anos até 85-89 anos. A Tabela mostra a queda de  $a_x$  com o aumento da idade mostrando que o nível de mortalidade cresce junto com a idade, já o valor de  $b_x$  tem um padrão de crescimento nas idades avançadas indicando que a mortalidade é mais sensível aos valores de  $k_t$  com o aumento das idades.

	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89
$a_x$	-3,962	-3,492	-2,980	-2,404	-1,898
$b_x$	0,0308	0,0323	0,03421	0,0314	0,0260

Tabela 1 - Parâmetros  $a_x$  e  $b_x$  estimados. Fonte: Elaborado a partir do pacote *Demography* no R Studio, com dados do IHME.

Os resultados apresentados na Tabela 2 são referentes aos valores estimados para o desvio padrão de  $k_t$ , os coeficientes  $\Theta$  e  $\varphi$ , para a serie AR(1) da mortalidade  $k_t$ .

$\Theta$	$dp(\Theta)$	$\varphi$	$dp(\varphi)$	$\sigma$
-0,448848	0,034311	1,014528	0,005850	0,232582

Tabela 2 - Parâmetros estimados da mortalidade  $k_t$ . Fonte: Elaborado a partir do pacote *Demography* no R Studio, com dados do IHME.

A partir desse resultado é possível simular as tábuas de mortalidades posteriores ao ano 2016 e por consequência é possível se calcular reservas atuariais necessárias para o funcionamento do fundo de pensão.

## 2.2 TRANSFORMADA DE WANG

A transformada de Wang é apresentada por BOYER e STENTOFT (2013) no contexto do estudo de longevidade e mitigação financeira dos riscos de longevidade. A transformação proposta por WANG (2000) consiste numa distorção da distribuição acumulada da variável X que gera uma nova distribuição a qual segue a seguinte formula:

$$\tilde{F}(x) = \Phi[\Phi^{-1}(F(x)) - \lambda],$$

onde  $F(x)$  é uma distribuição acumulada da variável X,  $\Phi$  se refere a distribuição acumulada da Normal e  $\lambda$  é um prêmio de risco associado ao princípio da equivalência aplicado ao risco da longevidade, para maior informação ver BOYER e STENTOFT (2013).

As taxas de mortalidades  $k_t$  calculadas pelo modelo de Lee-Carter possuem uma incerteza que está expressa nos erros aleatórios  $\epsilon_t$ . Ao se aplicar a transformação de Wang aos erros consegue-se novos resultados do nível mortalidade. Baseados nesses novos erros que dependem de  $\lambda$  podemos desenhar cenários com níveis de mortalidades ainda menores que o nível de mortalidade original.

Segundo BOYER e STENTOFT (2013) a vantagem de se utilizar a transformação de Wang é o fato de a nova distribuição seguir a mesma distribuição da antiga caso ela seja normal ou log-

normal, com isso essa transformação pode ser utilizada nos erros da projeção de Lee-Carter, agravando ou desagravando as taxas. Como as projeções de Lee-Carter assumem erros normais a distribuição do erro que segue o padrão  $N(0, \sigma^2)$  passarão a seguir  $N(-\lambda\sigma^2, \sigma^2)$ , ver BOYER e STENTOFT (2013) para uma explicação.

Seguindo a transformação de Wang apresentada por BOYER e STENTOFT (2013) vamos então simular os níveis de mortalidades segundo o modelo de Lee-Carter considerando três diferentes  $\lambda$ 's para se obter três cenários para  $k_t$ ,  $\lambda = 0$ ,  $\lambda = 1$  e  $\lambda = 2$ . Sendo o valor de  $\lambda = 0$  o resultado original sem perturbação e usado para efeito de comparação.

Usando BOYER e STENTOFT (2013) para construir simulações de  $k_t$  que consistem em uma grande quantidade de repetições geradas de formas recursivas, na Tabela 3 é possível visualizar os percentis simulados considerando cada valor de  $\lambda$  e vemos que os valores se deslocam para a direita em relação a média, tal resultado é similar ao encontrado por BOYER e STENTOFT (2013).

Percentil	1%	5%	10%	50%	90%	95%	99%
$\lambda = 0$	0,976089	0,976643	0,976814	0,977644	0,978480	0,978699	0,979126
$\lambda = 1$	0,982173	0,982512	0,982692	0,983345	0,983919	0,984094	0,984372
$\lambda = 2$	0,985500	0,985793	0,985942	0,986453	0,986951	0,987102	0,987326

*Tabela 3 - Percentis simulados para a coorte de mulheres brasileiras entre 65-69 para o ano de 2056, com 1000 simulações. Fonte: Elaborado a partir do pacote Demography no R Studio*

### **3 FUNDOS DE PENSÃO**

#### **3.1 SISTEMA PREVIDENCIÁRIO BRASILEIRO**

A previdência brasileira é constituída por três regimes. O Regime Geral de Previdência Social (RGPS), constituído pelos trabalhadores regidos pela CLT e servidores públicos não cobertos pelo regime próprio. O Regime Próprio de Previdência Social (RPPS), que cobre os servidores públicos e o Regime de Previdência Complementar (RCP). Sendo os dois primeiros regimes público e de filiação compulsória, já o terceiro regime é privado e de adesão facultativa, tratando dos regimes de previdência complementar. (CAETANO, 2014).

No Brasil, a Lei Eloy Chaves de 1923, é considerada como um marco para o sistema previdenciário privado, sendo responsável pela criação de caixas de aposentadoria e pensão para os trabalhadores ferroviários. Após a criação da lei, várias outras caixas que beneficiavam

outras categorias trabalhistas foram criadas. (Oliveira e Beltrão, 2000; Camarano, 2002; Nolasco, 2012).

A partir de 1934, com a promulgação da Constituição de 1934, entrou em vigor o sistema tripartite de financiamento da previdência. Ademais, a partir desse período houve o agrupamento das caixas de aposentadoria em Institutos de Aposentadoria e Pensões (IAPs). (Oliveira e Beltrão, 2000; Camarano, 2002; Nolasco, 2012).

A previdência complementar no Brasil surgiu em 15 de julho de 1977, por meio da Lei nº 6.435, foi definida as diretrizes para o desenvolvimento do sistema de previdência privada, sendo organizada em instituições abertas e fechadas. As instituições abertas eram coordenadas por empresas financeiras e de seguro, com supervisão de reponsabilidade do Ministério da Fazenda. Já as fechadas eram de responsabilidade de empresas privadas e supervisionada pelo Ministério da Previdência e Assistência Social (MPAS) (Oliveira e Beltrão, 2000).

### **3.2 ENTIDADES FECHADAS DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR**

Geridas pelas Leis Complementares nº 108 e nº 109 de 29 de maio de 2001, as entidades fechadas de Previdência Complementar (EFPC), conhecidas como fundo de pensão, surgiram para assegurar ao trabalhador uma renda complementar à sua aposentadoria.

Em 2009, foi criada a Superintendência Nacional de Previdência Complementar (PREVIC) para fiscalizar e supervisionar os fundos de pensão brasileiros. Além disso, não possuem fins lucrativos e são organizadas sob a forma de organização ou sociedade civil. São constituídas para administrar planos de benefícios de indivíduos vinculados a empresas, órgãos públicos, sindicatos e/ou associações representativas. (O QUE é Previdência Complementar, 2020)

### **3.3 TIPOS DE PLANOS**

As EFPCs podem conter planos em três modalidades. São elas:

**Benefício Definido (BD):** Nessa modalidade o valor do benefício é definido através de regras pré-definidas. Desse modo, as contribuições podem variar até a data da concessão do benefício, desde que permita a acumulação dos recursos necessários à garantia do benefício. Esse tipo de plano segue os princípios mutualistas, onde o patrimônio adquirido com a contribuição dos participantes é considerado um bem comum. Os cálculos são feitos considerando a coletividade do plano, de modo que o risco é dividido entre todos os seus participantes.

Contribuição Definida (CD): São aqueles em que o benefício não é definido antecipadamente, visto que será resultado da acumulação das contribuições. A organização desse tipo de plano considera a contribuição de cada participante de modo individualizado, onde o participante define com quanto irá contribuir. Para esse plano, o valor do benefício irá depender do valor acumulado pelo participante na fase ativa e do rendimento do valor investido.

Contribuição Variável (CV): Os planos de CV é um misto de Plano BD e CD. Seguindo as características dos planos de Contribuição Definida na fase de acumulação das reservas e as características dos planos de Benefício Definido na fase de resgates das reservas. Ou seja, na fase de capitalização as contribuições dos participantes são organizadas de modo a formarem cotas para cada indivíduo e, após isso, todo o valor adquirido durante a fase ativa é agregado em um fundo coletivo.

Portanto o presente trabalho apresenta um estudo que pode ser aplicado tanto a planos da modalidade BD quanto a planos da modalidade CV.

## 4 RISCOS DE LONGEVIDADE

Pitacco et al. (2009) define três principais casos do risco de mortalidade em relação ao resultado simulado sendo eles:

“ (a) Um indivíduo pode viver mais ou menos do que a média de vida da população a que pertence. Em termos de frequência de óbitos na população, isso pode resultar em taxas de mortalidade observadas acima do esperado em alguns anos, abaixo do esperado em outros, sem tendência aparente de tais desvios.

(b) O tempo de vida médio de uma população pode ser diferente do esperado. Em termos de frequência de óbitos, verifica-se que as taxas de mortalidade observadas ao longo do tempo na população estão sistematicamente acima ou abaixo daquelas provenientes da Tabela de mortalidade relevante.

(c) As taxas de mortalidade em uma população podem experimentar saltos repentinos, devido a condições críticas de vida, como epidemias de gripe, condições climáticas severas (por exemplo, verões quentes, desastres naturais e assim por diante).”

O gráfico 2 mostra como seria a visualização de cada um desses casos. Sendo o caso (a) o caso mais conhecido por um fundo de pensão por se tratar de variações próximas a um valor esperado, tais variações são definidas como risco de processo, já os casos (b) e (c) por gerarem gastos altos para o fundo de pensão de forma não esperada é necessário se planejar uma proteção para evitar desgastes grandes contra a saúde financeira do fundo. Sendo o caso (b) o caso de risco de longevidade e o caso (c) de risco de catástrofe.

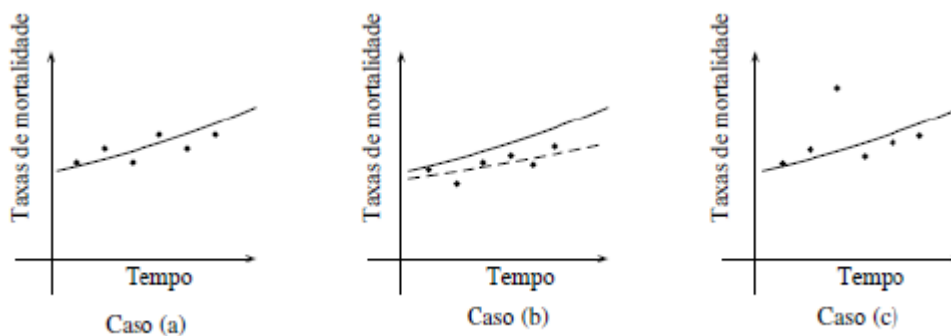


Gráfico 2 - Valores Históricos (pontos) vs. Valores Esperados (linha) de mortalidade para uma determinada coorte. Fonte: Pitacco et al. (2009)

Considerando diferentes tamanhos de portfólio e as diferentes simulações é possível se comparar o efeito do risco de mortalidade na coorte. Serão consideradas quatro variações na mortalidade, a simulação de Lee-Carter sem a transformação de Wang, ou seja,  $\lambda = 0$ , duas simulações considerando as transformações de Wang, com  $\lambda = 1$  e  $\lambda = 2$  e por fim o resultado de 2016 utilizado como referência para se comparar com a evolução da mortalidade.

	$\lambda = 0$	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	2016
$e_{65}$	25,5914	26,8664	27,6634	19,3399

Tabela 4 - Esperanças de vida para o ano de 2056 considerando cada cenário e 1000 simulações. Fonte: Elaborado a partir do pacote Demography no R Studio

Na Tabela 4 é possível visualizar os efeitos da transformada de Wang na esperança de vida, o Gráfico 3 apresenta os resultados, para o ano de 2056 nos casos simulados e para 2016 para efeito de comparação, tanto para sobreviventes quanto mortes por idade, onde podemos ver que durante todo o processo as curvas referentes a transformada de Wang ( $\lambda = 1$  e  $\lambda = 2$ ) apresentam um número de sobreviventes maior, já para a mortalidade temos as curvas sendo inferiores até a idade dos 90 anos onde elas se tornam superiores a curva de Lee-Carter ( $\lambda = 0$ ) e a da população de 2016, isso se dá graças a baixa mortalidade nos anos anteriores levando a uma população maior nas idades mais avançadas.

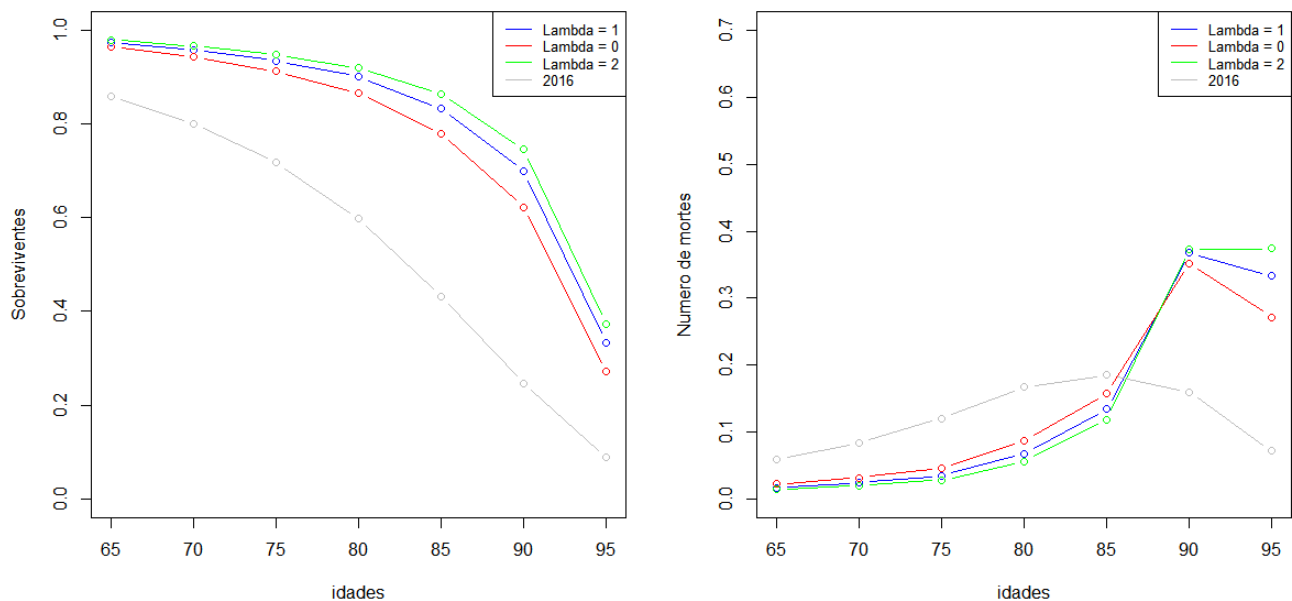


Gráfico 3 - A esquerda o gráfico da média de sobreviventes a cada idade para cada um dos cenários e a direita o gráfico da média do número de mortes por idade para cada um dos cenários. Fonte: Elaborado a partir do R Studio

Para entender como essas tendências de mortalidade podem afetar um fundo de pensão é necessário a criação de alguns portfólios, para isso serão considerados 4 portfólios com tamanhos diferentes,  $n = 1$ ,  $n = 100$ ,  $n = 1.000$  e  $n = 10.000$ . Para efeitos de estudo serão utilizadas algumas suposições para os portfólios iguais as usadas por Pitacco et al. (2009), onde será considerado que todos os beneficiários possuem a mesma idade de 65 anos no início do

portifólio ( $t_0$ ), não serão consideradas variações do mercado financeiro para que a única forma de risco seja o risco de longevidade. Por fim gastos do fundo de pensão também são desconsiderados.

#### 4.1 BENEFÍCIOS

Com essas informações é possível iniciar as simulações dos portfólios, inicialmente é preciso se calcular os pagamentos anuais esperados. Os benefícios podem variar com o tempo seguindo diversos padrões como a inflação, taxas de juros pré-definidas ou o rendimento de algum fundo de investimento, porém como o intuito é reduzir riscos alheios ao risco de longevidade será considerado que o benefício será o mesmo durante toda a vida e além disso para efeitos de simplicidade será considerado um benefício de valor 1 para todos os membros do portfólio.

Como mostra Pittaco et. al (2009) se definirmos  $N_t$  como o número de beneficiários no tempo  $t$  e sendo  $N_0$  o tamanho inicial do portfólio podemos então calcular o valor dos pagamentos anuais seguindo a seguinte formula:

$$B_t^\Pi = N_t,$$

já que o benefício tem valor 1 para todos.

A Tabela 5 mostra a distribuição dos pagamentos anuais feitos pelo fundo de pensão e para os beneficiários, nela fica evidente o efeito da mortalidade na população, já que com o passar dos anos as simulações a distância entre as simulações cresce.

Tempo t	Suposição		
	$\lambda = 0$	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$
1	989,229	989,722	990,124
6	933,790	936,983	939,890
11	864,887	870,981	878,678
16	775,119	785,001	803,774
21	646,797	665,034	698,357
26	461,998	489,029	529,643

*Tabela 5 - Valor esperado de pagamentos anuais em unidades monetárias dado cada um dos cenários de mortalidade simulados, com um portfólio de tamanho 1000 Fonte: Elaborado a partir do pacote Demography no R Studio*

Já a Tabela 6 mostra os efeitos que o tamanho de um fundo de pensão tem em seu resultado, como é possível visualizar quanto maior o fundo é mais estável é seu resultado, tal fato se dá

pela lei dos grandes números. Com isso fundos maiores além de conseguirem um recurso maior para melhores investimentos, também conseguem resultados mais previsíveis dentro de determinados parâmetros.

Tempo t	Tamanho da população			
	n = 1	n = 100	n = 1.000	n = 10.000
1	8,9847%	1,005%	0,3258%	0,1073%
6	25,5005%	2,6141%	0,8275%	0,2971%
11	38,8457%	4,0568%	1,2662%	0,4509%
16	51,2727%	5,4270%	1,7077%	0,6230%
21	70,6930%	7,3024%	2,3937%	1,1504%
26	104,1353%	10,2965%	3,5374%	1,8605%

*Tabela 6 - Coeficiente de Variação dos Valor esperado de pagamentos anuais considerando o cenário de  $\lambda = 1$  Fonte: Elaborado a partir do pacote Demography no R Studio*

## 4.2 ANUIDADES

Para a simulação das anuidades é preciso inicialmente se estipular uma taxa de juros para se calcular o valor presente. Para esse trabalho a taxa considerada foi de 9,25%, que era a taxa SELIC no fim do ano de 2021.

Com a Tabela 7 é possível visualizar os resultados das simulações e novamente o padrão de distanciamento com o tempo é apresentado, como ocorreu na Tabela 5. É interessante ver também que apesar de os  $\lambda$  possuírem crescimento linear entre eles os resultados não apresentam esse padrão, sendo o  $\lambda = 1$  mais próximo do  $\lambda = 0$  do que de  $\lambda = 2$ .

Tempo t	Suposição		
	$\lambda = 0$	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$
1	9485,507	9559,467	9664,772
6	5721,691	5789,417	5900,176
11	3428,242	3489,767	3596,729
16	2014,229	2066,388	2172,073
21	1149,580	1200,174	1288,264
26	568,632	604,586	671,716

*Tabela 7 - Valor presente de pagamentos futuros em unidades monetárias dado cada um dos cenários de mortalidade simulados, com um portfólio de tamanho 1000 Fonte: Elaborado a partir do pacote Demography no R Studio*

Na Tabela 8 é possível analisar o resultado do coeficiente de variação dos valores presentes de pagamentos futuros, como aconteceu com a Tabela anterior o resultado é similar ao encontrado para os benefícios na Tabela 6 sendo sua análise similar.

Tempo t	Tamanho da população			
	n = 1	n = 100	n = 1.000	n = 10.000
1	10,1025%	1,4512%	0,6043%	0,2904%
6	25,3928%	2,9118%	1,0128%	0,4628%
11	43,8646%	4,1191%	1,4437%	0,5884%
16	54,9316%	5,5999%	2,1677%	0,9741%
21	75,3799%	7,6295%	2,9581%	1,2720%
26	120,5672%	11,5776%	4,5170%	2,3816%

*Tabela 8 – Coeficiente de Variação do valor presente no tempo t de pagamentos futuros considerando o cenário de  $\lambda = 1$  Fonte: Elaborado a partir do pacote Demography no R Studio*

Já na Tabela 9 analisamos a cauda a direita da distribuição do valor presente dos pagamentos futuros na situação onde o capital inicial foi calculado a modo de ter uma insolvência do fundo até o final do tempo t, esta insolvência possui probabilidade de  $\varepsilon$ . Podemos ver que dentro das simulações essa cauda apresentou uma variação superior a 200% para os três quantis após 30 anos de portfólio, indicando que os valores caudais estão distantes da média, tal resultado é suportado pela Tabela anterior onde é possível ver que para o ano 25 o coeficiente já se encontrava em 120%. Esses resultados como mostra Pitacco et al. (2009) são

devidos ao envelhecimento do portfólio, o que implica em taxas de mortalidade maiores e também na redução do número de participantes.

Portfólio com tamanho inicial $n_0 = 1$			
	Probabilidades		
Tempo t	$\varepsilon = 0.25$	$\varepsilon = 0.05$	$\varepsilon = 0.01$
1	4,2795%	4,4484%	4,4345%
6	10,0297%	10,2026%	10,3162%
11	22,1339%	22,4880%	22,6338%
16	41,0943%	41,6460%	42,2038%
21	49,4320%	50,1988%	50,4853%
26	96,1379%	97,6358%	97,8844%
31	244,1758%	245,2874%	245,5025%

*Tabela 9 - Percentis do valor presente de pagamentos futuros no tempo t, por unidade de valor esperado considerando  $\lambda = 1$  e  $n_0 = 1$  Fonte: Elaborado a partir do pacote Demography no R Studio*

A Tabela 10 continua a analisar a cauda a direita, porém dessa vez o n inicial é de 100 contra o n de 1 anterior, podemos ver agora que os resultados reduziram, porém ainda se tem uma variação alta no ano 30 da simulação.

Portfólio com tamanho inicial $n_0 = 100$			
	Probabilidades		
Tempo t	$\varepsilon = 0.25$	$\varepsilon = 0.05$	$\varepsilon = 0.01$
1	0,8945%	1,9065%	2,0866%
6	1,8980%	5,0704%	6,2430%
11	2,5113%	5,7842%	8,2629%
16	4,2942%	10,4386%	12,6844%
21	5,6772%	13,6402%	19,5504%
26	6,9251%	22,8256%	27,8319%
31	12,2887%	32,5784%	46,6092%

*Tabela 10 - Percentis do valor presente de pagamentos futuros, por unidade de valor esperado considerando  $\lambda = 1$  e  $n_0 = 100$  Fonte: Elaborado a partir do pacote Demography no R Studio*

A Tabela 11 apresenta a cauda a direita para um portfólio com  $n$  inicial de 1000 participantes e podemos ver que considerando o quantil de 0,95 temos em todos os anos uma variação menor que 10% indicando que os resultados estão mais próximos da média.

Portfólio com tamanho inicial $n_0 = 1.000$			
	Probabilidades		
Tempo t	$\varepsilon = 0.25$	$\varepsilon = 0.05$	$\varepsilon = 0.01$
1	0,3934%	0,7270%	1,1306%
6	0,6625%	1,4050%	1,8881%
11	0,9096%	2,3248%	3,0203%
16	1,2913%	3,3395%	3,9934%
21	2,0170%	4,0864%	6,3102%
26	3,5579%	6,6667%	8,8975%
31	4,8641%	8,67192%	15,7763%

*Tabela 11 - Percentis do valor presente de pagamentos futuros, por unidade de valor esperado considerando  $\lambda = 1$  e  $n_0 = 1000$  Fonte: Elaborado a partir do pacote Demography no R Studio*

Por fim a Tabela 12 apresenta a cauda a direita para o portfólio com  $n$  inicial de 10000 participantes, aqui já se torna bem visível os efeitos da lei dos grandes números, já que 99% dos resultados estão variando menos que 8,5% em relação a média.

Portfólio com tamanho inicial $n_0 = 10.000$			
	Probabilidades		
Tempo t	$\varepsilon = 0.25$	$\varepsilon = 0.05$	$\varepsilon = 0.01$
1	0,2294%	0,4509%	0,5042%
6	0,3331%	0,7753%	0,8131%
11	0,4465%	0,8562%	1,2083%
16	0,5351%	1,3283%	2,2997%
21	0,7784%	2,2782%	2,5129%
26	1,5123%	3,1439%	5,4948%
31	2,8740%	6,5051%	8,5302%

*Tabela 12 - Percentis do valor presente de pagamentos futuros, por unidade de valor esperado considerando  $\lambda = 1$  e  $n_0 = 10000$  Fonte: Elaborado a partir do pacote Demography no R Studio*

Esses padrões indicam que um resseguro pode ser mais bem aproveitado em um caso de um portfólio menor, já que além de possuir um poder de investimento menor perdendo assim o poder de diversificar seus investimentos, eles são mais suscetíveis ao risco de longevidade.

## **5 RESSEGURO**

### **5.1 O QUE É RESSEGURO**

Segundo a CNseg (Confederação Nacional das Empresas de Seguros Gerais, Previdência Privada e Vida, Saúde Suplementar e Capitalização) o resseguro:

“é a operação pela qual o segurador transfere a outro, total ou parcialmente, um risco assumido através da emissão de uma apólice ou um conjunto delas. Dessa forma reduz-se a responsabilidade na aceitação de um risco considerado excessivo, cedendo a outro uma parte da responsabilidade e do prêmio recebido.

Tecnicamente, o resseguro é um contrato que visa manter a solvência dos seguradores, através da diluição dos riscos, quando há a possibilidade de sinistralidade muito grande, como na ocorrência de grandes tragédias, por exemplo. Em alguns casos, por força de contrato ou regulação, o resseguro passa a ser obrigatório.”

### **5.2 TIPOS DE RESSEGURO**

Tendo essa classificação geral de resseguro é necessário agora se entender os tipos de resseguro e buscar uma forma que pode ser eficiente para a proteção do fundo de pensão, para este trabalho iremos considerar estruturas de resseguro não-proporcionais.

#### **5.2.1 EXCESSO DE DANOS**

Segundo Pitacco et al. (2009) a forma mais natural de se transferir riscos de longevidade é por meio da estrutura de Excesso de Danos. Nesse método o ressegurador seria responsável por pagar apenas os casos que a idade do beneficiário supere uma idade  $x$  definida por contrato. Pitacco et al. (2009) menciona a necessidade de se definir a idade  $x$  em um valor que seja uma idade avançada, para que assim o produto seja financeiramente viável para o ressegurador, porém que não seja próximo do limite máximo, para que traga resultados para o fundo de pensão.

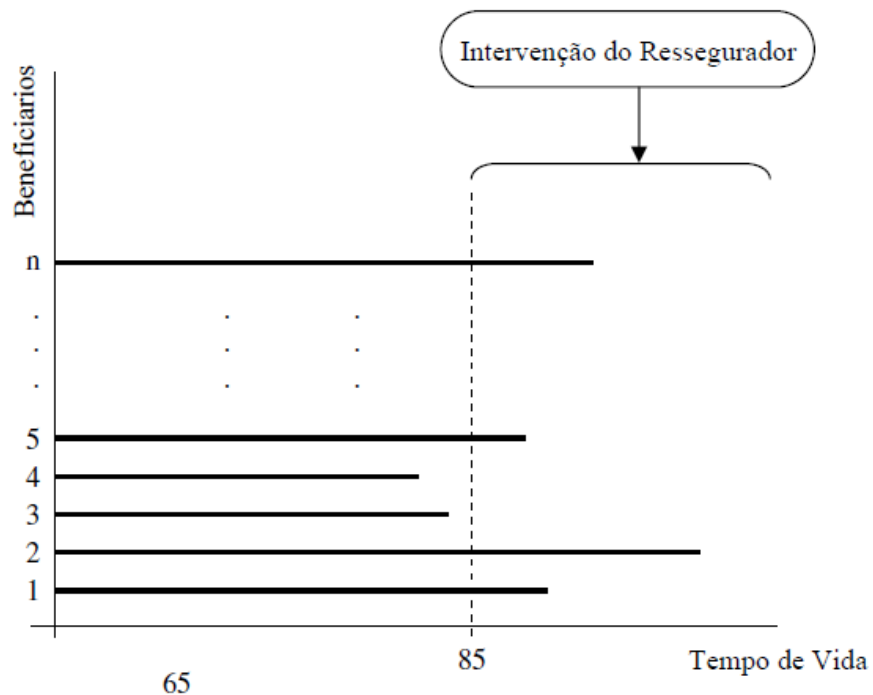


Gráfico 4 - Modelo de Resseguro de Excesso de danos. Fonte: Pitacco et al. (2009)

O resseguro de excesso de danos seria aceitável para o ressegurador apenas se fosse um contrato obrigatório para fundos de pensão, ou seja, caso eles fossem forçados a ter uma forma de proteção, pois esse método entrega a pior parte de cada anuidade para o ressegurador.

### 5.2.2 STOP LOSS

O modelo de Stop Loss pode ser desenhado para que o ressegurador atue no momento em que a reserva requerida para o portfólio se tornar superior aos valores disponíveis no fundo de pensão.

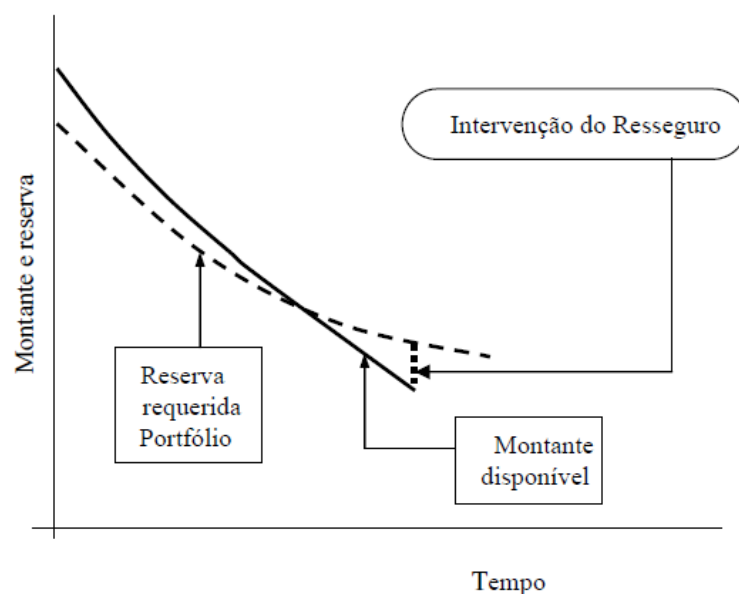


Gráfico 5 - Modelo de Resseguro de Stop-Loss Fonte: Pitacco et al. (2009)

Como mostrado por Pitacco et al. (2009) essa modalidade de resseguro apresenta algumas dificuldades em termos de definição e também em gerenciamento de risco, como uma das cláusulas quem envolvem o resseguro é a de “Seguir a sorte”, que consiste em que o resseguro deve estar sob condições iguais a presente no contrato firmado entre as partes originais, o ressegurador pode requisitar algum controle sobre as regras de investimento adotadas pela empresa para aquele portfólio. Por conta disso o modelo se torna pouco interessante para fundos de pensão que teriam que disponibilizar informações muito sensíveis para se garantir essa proteção.

### 5.2.3 STOP LOSS PARA PAGAMENTOS ANUAIS

Uma outra forma de se desenhar um resseguro é utilizando dos valores de pagamentos anuais, Pitacco et al. (2009) sugere que essa forma pode ser viável pois os valores pagos em algum momento serão significativamente superior ao esperado, porém por ser um sistema que pode ser afetado por flutuações é necessário se ter um gatilho de ativação maior, esse valor elevado impede que o resseguro seja acionado em casos de riscos de processo e seja apenas acionado em riscos de longevidade ou em catástrofes.

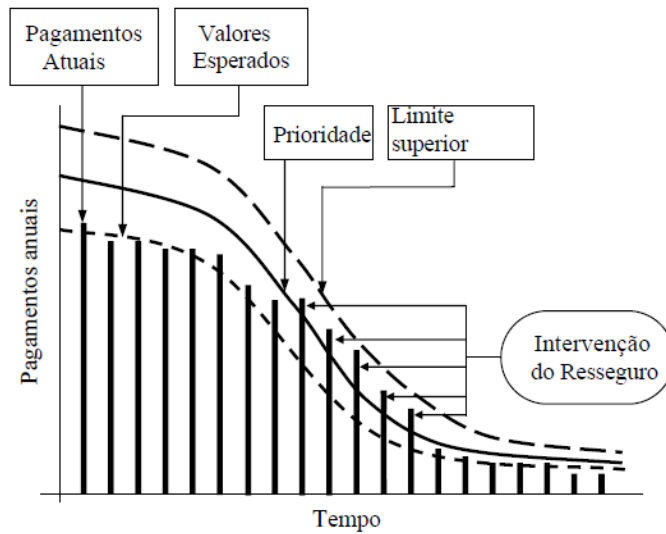


Gráfico 6 - Modelo de Resseguro Stop-Loss baseado em pagamentos anuais. Fonte: Pitacco et al. (2009)

Considerando então o modelo de Stop-Loss para pagamentos anuais como o ideal para os riscos de longevidade agora é possível iniciar a análise da sua eficiência considerando uma situação onde a mortalidade segue um padrão diferente do esperado, nesse caso um padrão onde a mortalidade decai mais que o simulado.

Na visão do fundo de pensão o resseguro irá seguir o seguinte padrão:

$$B_t^R = \begin{cases} B_t^\Pi & , se B_t^\Pi \leq \Lambda_t^1 \\ \Lambda_t^1 & , se \Lambda_t^1 < B_t^\Pi < \Lambda_t^2 \\ B_t^\Pi - (\Lambda_t^2 - \Lambda_t^1) & , se B_t^\Pi \geq \Lambda_t^2 \end{cases}$$

Onde,

$B_t^R$  é o valor anual pago efetivamente pelo fundo de pensão.

$B_t^\Pi$  é o valor anual total pago aos beneficiários do fundo de pensão.

$\Lambda_t^1$  é a prioridade do resseguro, ou seja, a partir desse valor o ressegurador irá custear os pagamentos.

$\Lambda_t^2$  é o limite superior do resseguro, ou seja, o valor máximo que o ressegurador irá custear.

### 5.2.3.1 RESULTADOS

Considerando então que apesar do fundo ter planejado uma mortalidade igual ao simulado por Lee-Carter a taxa de mortalidade tenha se movimentado para resultados semelhantes ao  $\lambda = 1$  ou ao  $\lambda = 2$ , qual seria o efeito do resseguro stop-loss?

Os resultados apresentados a seguir consistem em médias de 1000 simulações feitas para cada um dos parâmetros, podendo, portanto, existirem variações entre os mesmos.

O resultado apresentado pela coluna laranja do Gráfico 7 mostra qual seria o resultado esperado pelo fundo de pensão caso a mortalidade tivesse seguido o padrão simulado pela metodologia de Lee-Carter. Nas colunas cinzas e marrons temos os resultados considerando as mortalidades que sofreram a transformação de Wang  $\lambda = 1$ , sendo a cinza o resultado encontrado pelo fundo com a nova mortalidade e a marrom a atuação do resseguro.

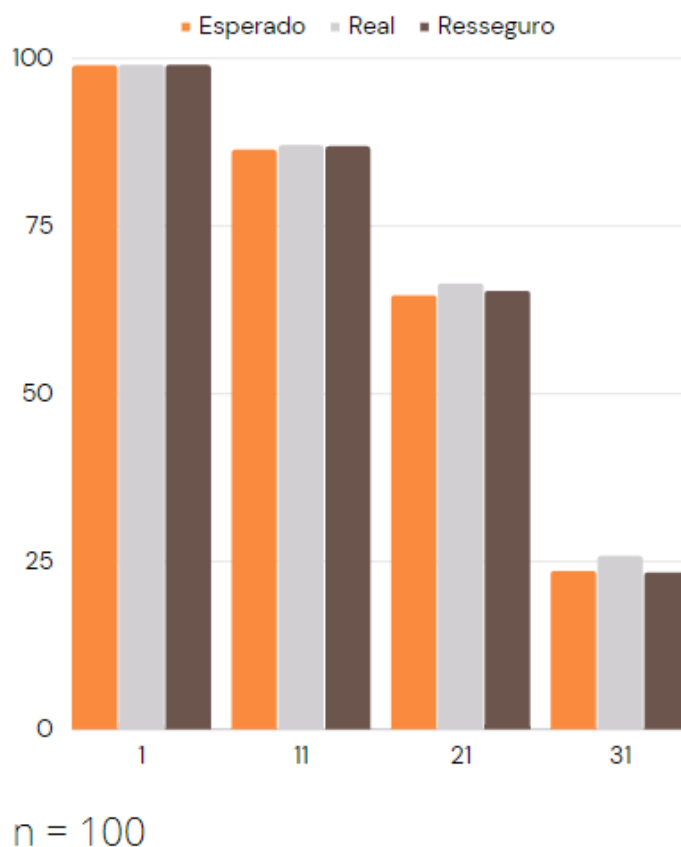
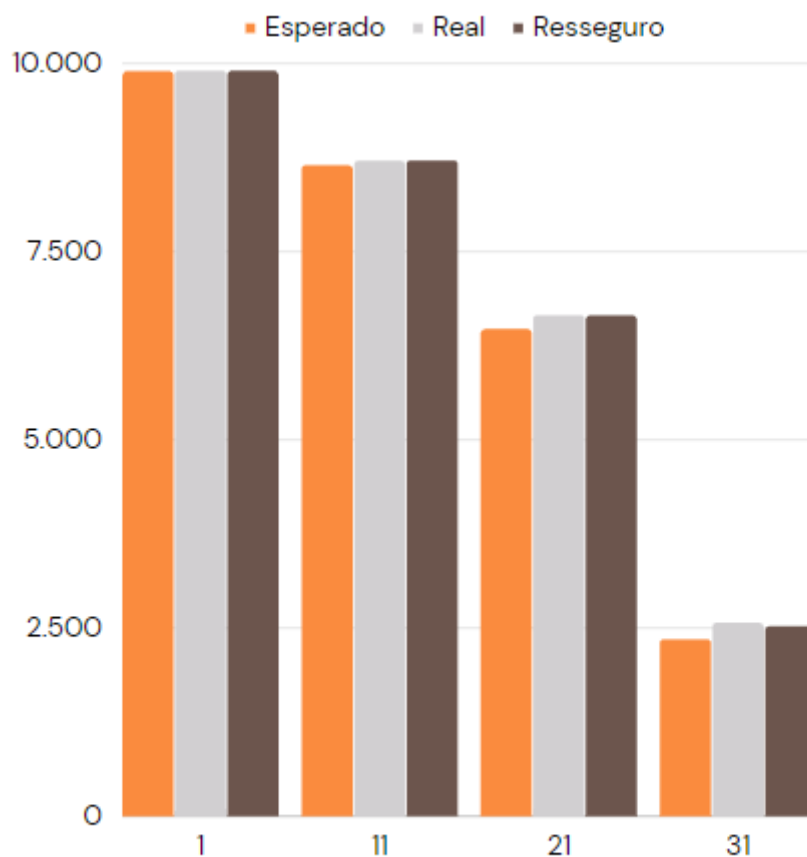


Gráfico 7 - Comparação entre valores pagos anualmente pelo fundo de pensão considerando  $\lambda = 0$ ,  $\lambda = 1$  e a atuação do resseguro, considerando um portfólio de tamanho 100. Fonte: Elaborado a partir do pacote Demography no R Studio

O Gráfico 8 apresenta o mesmo entendimento que o anterior, mas agora o portfólio considerado é um com 10000 pessoas inicialmente. Ao se comparar o Gráfico 7 com o Gráfico 8 é possível notar a maior variação dos resultados apresentados para fundos de pensão menores já que com

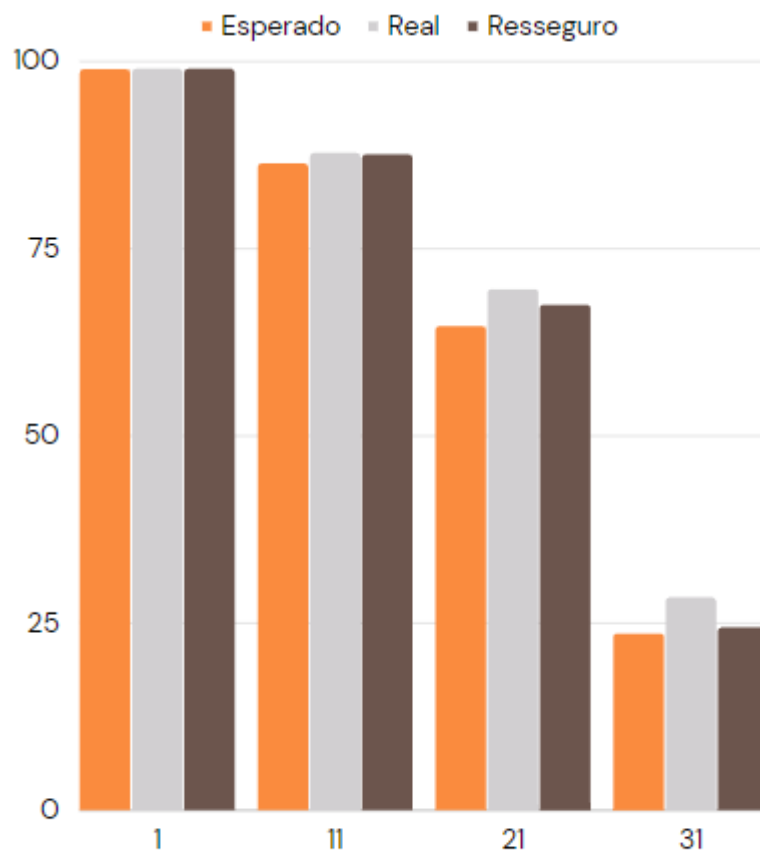
100 participantes iniciais o resseguro seria acionado já no 5º ano, enquanto para 10.000 esse acionamento ocorreria em aproximadamente 20 anos.



$n = 10.000$

Gráfico 8 - Comparação entre valores pagos anualmente pelo fundo de pensão considerando  $\lambda = 0$ ,  $\lambda = 1$  e a atuação do resseguro, considerando um portfólio de tamanho 10.000. Fonte: Elaborado a partir do pacote Demography no R Studio

O Gráfico 9, onde se tem uma simulação seguindo a tendencia de mortalidade para  $\lambda = 2$  e um portfólio 100, apresenta resultados similares ao Gráfico 7, mas aqui é possível ver que o resseguro protegeu o fundo de pensão de variações maiores.



$n = 100$

Gráfico 9 - Comparação entre valores pagos anualmente pelo fundo de pensão considerando  $\lambda = 0$ ,  $\lambda = 2$  e a atuação do resseguro, considerando um portfólio de tamanho 100. Fonte: Elaborado a partir do pacote Demography no R Studio

O Gráfico 10, onde se tem uma simulação seguindo a tendencia de mortalidade para  $\lambda = 2$  e um portfólio 10000, apresenta resultados similares ao Gráfico 8, mas aqui é possível ver a atuação do resseguro anteriormente no plano graças a maior diferença entre a mortalidade estimada e a realizada.

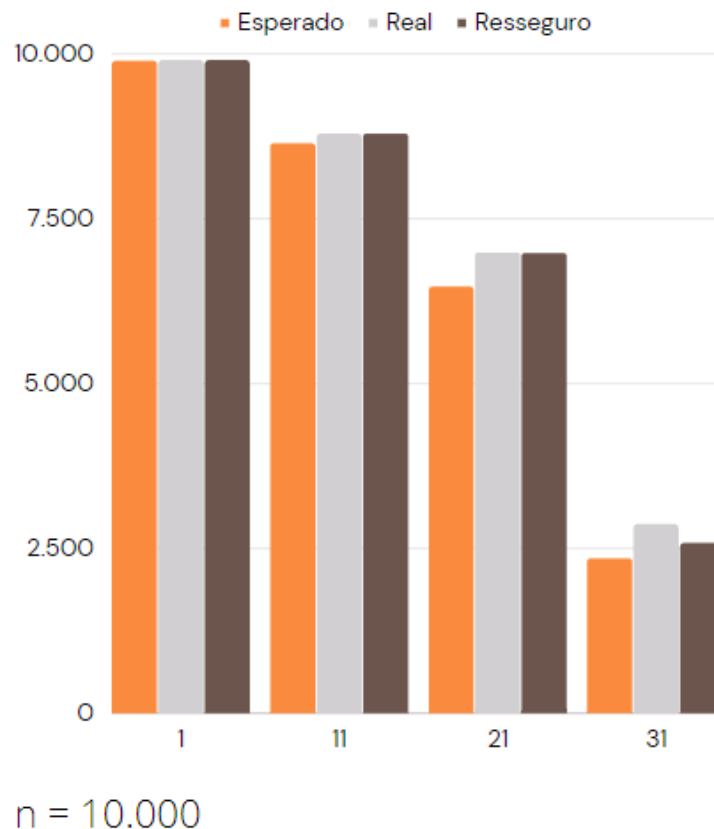


Gráfico 10 - Comparação entre valores pagos anualmente pelo fundo de pensão considerando  $\lambda = 0$ ,  $\lambda = 2$  e a atuação do resseguro, considerando um portfólio de tamanho 10.000. Fonte: Elaborado a partir do pacote Demography no R Studio

É visível que a atuação do resseguro será mais eficiente no portfólio de menor porte, isso entra de acordo com a hipótese levantada anteriormente, onde foi considerado que um fundo de pensão menor possui uma maior variação e com isso é mais suscetível aos riscos de longevidade.

Um ponto interessante de se analisar é a ação do resseguro para o maior portfólio, apesar de novamente ele ser acionado de forma mais rápida no menor portfólio para os maiores ele apresentou uma interessante proteção sendo então uma opção de proteção para os grandes portfólios para grandes alterações nos padrões de longevidade.

Os resultados apresentados seguiram apenas dois padrões de mortalidade, caso as mortalidades tivessem seguido padrões mais agressivos de queda o resseguro poderia ter sido mais eficiente, chegando à possibilidade de estourar o limite superior, porém já é visível a importância do resseguro para a proteção dos fundos de pensão, sendo possível também a utilização da estrutura de Stop-Loss para pagamentos anuais em conjunto com alguma estrutura proporcional como o quota-parte ou o excedente de responsabilidade.

## **6 CONCLUSÕES**

O presente trabalho abordou o uso de resseguro como sistema de mitigação de riscos para fundos de pensão. Neste trabalho o foco foi entender inicialmente como são analisados um resultado de um fundo de pensão e para então se aplicar esse entendimento na construção do resseguro.

Primeiramente foi feita uma simulação do nível de mortalidade, utilizando-se da metodologia de Lee-Carter, para mulheres brasileiras entre os anos de 2017 e 2056 usamos uma base histórica iniciada em 1970 até o ano de 2016. Com a mesma base de dados foram feitas algumas perturbações com transformações de Wang para se simular situações onde a mortalidade segue padrões de quedas mais agressivos dos que os apresentados no cenário inicial.

Com esses valores o foco da pesquisa foi entender os efeitos dessas diferentes simulações em portfólios de diferentes tamanhos, comparando-se os valores presentes esperados para pagamentos futuros, pagamentos anuais esperados e as variações apresentadas por cada tamanho do portfólio n diferente.

Por fim a pesquisa focou em entender as metodologias de resseguro e quais as vantagens e desvantagens de se aplicar cada uma delas aos diferentes cenários de longevidade propostos.

Conclui-se, portanto, que um sistema de resseguro não-proporcional é uma opção de proteção para fundos de pensão em caso de riscos de longevidade, sendo a estrutura de Stop-Loss entendida como a mais eficiente para a proteção desse tipo de risco e também para o risco de catástrofe.

## 7 REFERÊNCIAS

GIROSI, Federico; KING, Gary. **Understanding the Lee-Carter Mortality Forecasting Method**. [S. l.], 14 set. 2007. Disponível em: <https://gking.harvard.edu/files/gking/files/lc.pdf>. Acesso em: 4 jan. 2022.

DA SILVA, PAULO CÉSAR GOMES. **PRECIFICAÇÃO DO RISCO DE LONGEVIDADE USANDO A TRANSFORMADA DE WANG**. 2021. 38 p. Monografia (Bacharelado em Ciências Atuariais) - Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2021.

DUPOURQUÉ, Etienne; PLANCHET, Frédéric; SATOR, Néfissa (ed.). **Actuarial Aspects of Long Term Care**. Cham, Suíça: Springer, 2019. 336 p.

BLAKE, David. Longevity: a new asset class. **Journal Of Asset Management**, [S.L.], v. 19, n. 5, p. 278-300, 13 jul. 2018. Springer Science and Business Media LLC. <http://dx.doi.org/10.1057/s41260-018-0084-9>.

BOYER, M. Martin; STENTOFT, Lars. If we can simulate it, we can insure it: an application to longevity risk management. **Insurance: Mathematics and Economics**, [S.L.], v. 52, n. 1, p. 35-45, jan. 2013. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.insmatheco.2012.10.003>.

Hinojosa, Adrian e Aniura Milanes (2010). Introdução aos Resseguros. Rel.téc. Relatorios Técnicos de Ensino, Departamento de Estatística-UFMG.

BLAKE, David; CAIRNS, Andrew J.G.. Longevity risk and capital markets: the 2019-20 update. **Insurance: Mathematics and Economics**, [S.L.], v. 99, p. 395-439, jul. 2021. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.insmatheco.2021.04.001>.

DZINGIRAI, Canicio; CHEKENYA, Nixon S.. Longevity swaps for longevity risk management in life insurance products. **The Journal Of Risk Finance**, [S.L.], v. 21, n. 3, p. 253-269, 27 jun. 2020. Emerald. <http://dx.doi.org/10.1108/jrf-05-2019-0085>.

BARRIEU, Pauline; BENSUSAN, Harry; KAROUI, Nicole El; HILLAIRET, Caroline; LOISEL, Stéphane; RAVANELLI, Claudia; SALHI, Yahia. Understanding, modelling and managing longevity risk: key issues and main challenges. **Scandinavian Actuarial Journal**, [S.L.], v. 2012, n. 3, p. 203-231, set. 2012. Informa UK Limited. <http://dx.doi.org/10.1080/03461238.2010.511034>

WANG, S.S., 2000. A class of distortion operators for pricing financial and insurance risks. *The Journal of Risk and Insurance* 67 (1), 15–36.

PITACCO, Ermanno *et al.* **Modelling Longevity Dynamics for Pensions and Annuity Business**. Oxford: Oxford University Press, 2009. 395 p.

O QUE é Previdência Complementar. [S. l.], 8 jun. 2020. Disponível em: <https://www.gov.br/trabalho-e-previdencia/pt-br/assuntos/previdencia-complementar/mais-informacoes/o-que-previdencia-complementar>. Acesso em: 20 jan. 2022.

CAMARANO, A. A. Brazilian population ageing: differences in well-being by rural and urban areas. Rio de Janeiro: Ipea, 2002. (Texto para Discussão, n. 113).

OLIVEIRA, F. E. B.; BELTRÃO, K. The Brazilian social security system. Rio de Janeiro: Ipea, 2000. (Texto para Discussão, n. 775).

NOLASCO, L. Evolução histórica da previdência social no Brasil e no mundo.

Revista *Âmbito Jurídico*, ano 18, n. 98, 2012. Disponível em: <https://ambitojuridico.com.br/cadernos/direito-previdenciario/evolucao-historica-da-previdencia-social-no-brasil-e-no-mundo/>. Acesso em 20 jan. 2023

CAETANO, M. A dinâmica fiscal da previdência social brasileira. In: CAMARANO, A. A. (Org.). *Novo regime demográfico: uma nova relação entre população e desenvolvimento econômico?* Rio de Janeiro: Ipea, 2014. p. 571-585.

CAMARANO, Ana Amélia; FERNANDES, Daniele. A PREVIDÊNCIA SOCIAL BRASILEIRA. In: ALCÂNTARA, Alexandre de Oliveira; CAMARANO, Ana Amélia; GIACOMIN, Karla Cristina. **Política nacional do idoso: velhas e novas questões**. [S. l.: s. n.], 2016. cap. 10, p. 265 - 294. Disponível em: [https://www.ipea.gov.br/portal/index.php?option=com\\_content&view=article&id=28693](https://www.ipea.gov.br/portal/index.php?option=com_content&view=article&id=28693). Acesso em: 19 jan. 2022.

CNSEG (Brasil). **O que é Resseguro**. [S. l.]: CNseg, [20--]. Disponível em: <https://cnseg.org.br/conheca-a-cnseg/mercado/resseguro/o-que-e-o-resseguro.html>. Acesso em: 20 jan. 2022.

R Core Team (2021). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>.

Hyndman R, Athanasopoulos G, Bergmeir C, Caceres G, Chhay L, O'Hara-Wild M, Petropoulos F, Razbash S, Wang E, Yasmeeen F (2021). `_forecast: Forecasting functions for time series and linear models_`. R package version 8.15, <URL: <https://pkg.robjhyndman.com/forecast/>>.

Rob J Hyndman with contributions from Heather Booth, Leonie Tickle and John Maindonald. (2019). `demography: Forecasting Mortality, Fertility, Migration and Population Data`. R package version 1.22. <https://CRAN.R-project.org/package=demography>

Wickham et al., (2019). Welcome to the tidyverse. *Journal of Open Source Software*, 4(43), 1686, <https://doi.org/10.21105/joss.01686>

## **APÊNDICE: CÓDIGOS USADOS**

### **INSTALANDO PACOTES**

```
if(!require(forecast)){install.packages("forecast");library(forecast)}  
if(!require(demography)){install.packages("demography");library(demography)}  
if(!require(tidyverse)){install.packages("tidyverse");library(tidyverse)}
```

### **LEITURA DE DADOS**

```
dados <- read.table("mortalidade.csv", sep="," , header=T)  
dados <- subset(dados,location_name=="Brazil",age!="NA")  
dados <- drop_na(dados)  
view(dados)  
  
# Feminino  
female <- subset(dados, sex=="female")  
female <- female[order(female$year),]  
femmatrix <- matrix(as.numeric(female$mx),21,47) #mortalidade  
femmatrixL <- matrix(as.numeric(female$lx),21,47) #sobreviventes  
  
# Idade e ano  
age <- c(0,1,seq(5,95,by=5))  
year <- seq(1970,2016,1)  
dados1 <- demogdata(femmatrix,femmatrixL,age,year,type="mortality",  
                    label = "brazil",name="female",lambda = 1)  
plot(dados1,series = "female",years = 2016,type="p",pch=1)
```

### **LEE CARTER**

```
set.seed(2021)  
lc.female <- lca(dados1,series = "female")  
forecast.lc.female <- forecast(lc.female, h=30)  
plot(lc.female$kt)  
plot(forecast.lc.female$kt, type = 'l')  
forecast.lc.female$kt$method
```

### **SIMULAÇÕES**

```
# Tratando o Kt  
kt <- lc.female$kt  
Ax<-lc.female$ax
```

```

Bx<-lc.female$bx
T=40
N=1000 # n de simulacoes
## estimacao AR(1) usando regressao ----
kt_1<-kt[1:46]
kt.diff <- diff(kt)
lm.kt <- summary(lm(kt.diff ~ 1+kt_1))
names(lm.kt)
theta<-lm.kt$coefficients[1,1]#theta
theta.se<-lm.kt$coefficients[1,2]#desvio padrao de theta
fi<- 1+lm.kt$coefficients[2,1]#fi
fi.se<-lm.kt$coefficients[2,2]#desvio padrao de fi
sigma <- lm.kt$sigma #desvio padrao residuos

```

## PROJEÇÃO

```

proj.kt<-function(X0, lambda)# com perturbação Wang
{
  xf<-theta+(fi*X0)+rnorm(1,mean=-lambda*sigma, sd=sigma)
}
ano.proj<-2017:2056
L<-1:(length(ano.proj)+1)
x0<-kt[length(kt)] #aqui kt no ultimo ano observado

```

## LAMBDA=1

```

projecao<-c()
projecao[1]<-x0# L=1 projecao no ano 2007
lambda1<-1
for (L in 2:length(ano.proj)) {
  projecao[L]<-proj.kt(projecao[L-1],lambda1)
}
projecao.1<-projecao
names(lc.female$residuals)
sd.epsilon.xt<-c()

```

```

for (i in 1:length(Ax)) {
  sd.epsilon.xt[i]<-sd(lc.female$residuals$y[i,])
}
mxt<-array(dim=c(length(Ax),T,N))
for (l in 1:N) {
  for (i in 1:length(Ax)) {
    for (j in 1:T) {
      mxt[i,j,l]<-exp(Ax[i] +(Bx[i])*projecao.1[j] + rnorm(1,mean = 0,sd=sd.epsilon.xt[i]))
    }
  }
}
sxt_test <- 1-(5*mxt[,,]/(1+(2.5*mxt[,,])))
quantile(sxt_test[15,40,],c(0.01,0.05,0.1,0.5,0.90,0.95,0.99))

```

## **LAMBDA=0**

```

projecao<-c()
projecao[1]<-x0# L=1 projecao no ano 2007
lambda0<-0
for (L in 2:length(ano.proj)) {
  projecao[L]<-proj.kt(projecao[L-1],lambda0)
}
projecao.2<-projecao
names(lc.female$residuals)
sd.epsilon.xt<-c()
for (i in 1:length(Ax)) {
  sd.epsilon.xt[i]<-sd(lc.female$residuals$y[i,])
}
mxt2<-array(dim=c(length(Ax),T,N))
for (l in 1:N) {
  for (i in 1:length(Ax)) {

```

```

for (j in 1:T) {
  mxt2[i,j,] <- exp(Ax[i] + (Bx[i])*projecao.2[j] + rnorm(1, mean = 0, sd = sd.epsilon.xt[i]))
}

}

}

sxt_test2 <- 1 - (5*mxt2[,,] / (1 + (2.5*mxt2[,,])))

quantile(sxt_test2[15,40,], c(0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 0.90, 0.95, 0.99))

LAMBDA=2
projecao <- c()

projecao[1] <- x0

lambda2 <- 2

for (L in 2:length(ano.proj)) {
  projecao[L] <- proj.kt(projecao[L-1], lambda2)
}

projecao.3 <- projecao

names(lc.female$residuals)

sd.epsilon.xt <- c()

for (i in 1:length(Ax)) {
  sd.epsilon.xt[i] <- sd(lc.female$residuals$y[i,])
}

mxt3 <- array(, dim = c(length(Ax), T, N))

for (l in 1:N) {
  for (i in 1:length(Ax)) {
    for (j in 1:T) {
      mxt3[i,j,] <- exp(Ax[i] + (Bx[i])*projecao.3[j] + rnorm(1, mean = 0, sd = sd.epsilon.xt[i]))
    }

  }

}

}

sxt_test3 <- 1 - (5*mxt3[,,] / (1 + (2.5*mxt3[,,])))

```

```
quantile(sxt_test3[15,40,],c(0.01,0.05,0.1,0.5,0.90,0.95,0.99))
```

## **JUROS**

```
juros <- 0.0925
```

```
v<- exp(-log(1+juros))
```

```
sigma <- log(1+juros)
```

```
exemplo <- data.frame()
```

```
f <- 1000
```

```
j <- 0.05
```

```
ft_1 <- c(f)
```

```
ft_2 <- c(f)
```

```
ft_3 <- c(f)
```

```
for (i in 1:50){
```

```
  exemplo[i,1] <- i
```

```
  ft_1[i+1] <- (ft_1[i]*(1 + j))-45
```

```
  ft_2[i+1] <- (ft_2[i]*(1 + j))-50
```

```
  ft_3[i+1] <- (ft_3[i]*(1 + j))-55
```

```
}
```

```
exemplo[,2] <-ft_1[-1]
```

```
exemplo[,3] <-ft_2[-1]
```

```
exemplo[,4] <-ft_3[-1]
```

```
plot(x=exemplo$V1,y=exemplo$V2,type="l",col="red",xlab="Tempo",ylab="Montante", main=""  
",ylim = c(-60,2000))
```

```
lines(x=exemplo$V1,y=exemplo$V3,type="l",col="blue")
```

```
lines(x=exemplo$V1,y=exemplo$V4,type="l",col="green")
```

```
legend("topleft", c("Menor que o Juros","Igual ao juros","Maior que o Juros"), cex=0.8,
```

```
  col=c("red","blue","green"), lty=1)
```

## **FUNÇÃO TABELA DE VIDA**

```

life.table <- function(x, nMx){
  b0 <- 0.07; b1<- 1.7;
  nmax <- length(x)
  n <- c(diff(x), 999)
  nax <- n/2;
  nax[1] <- b0 + b1 * nMx[1]
  nax[nmax] <- 1/nMx[nmax]
  nqx <- (n * nMx) / (1 + (n - nax) * nMx)
  nqx<-ifelse(nqx > 1, 1, nqx);
  nqx[nmax] <- 1.0
  lx <- c(1, cumprod(1 - nqx));
  lx <- lx[1:length(nMx)]
  ndx <- lx * nqx;
  nLx <- n * lx - nax * ndx;
  nLx[nmax] <- lx[nmax] * nax[nmax]
  Tx <- rev(cumsum(rev(nLx)))
  ex <- ifelse( lx[1:nmax] > 0, Tx/lx, NA);
  lt <- data.frame(Ages = x, nqx = nqx, lx = lx, ndx = ndx, nLx = nLx, Tx = Tx, ex = ex, nMx = nMx)
  return(lt)
}

### Tabela de vida lambda = 1 ----
mxt_1 <- matrix(,ncol = 40,nrow = 21)
for (i in 1:40){
  for (j in 1:21){
    mxt_1[j,i] <- mean(mxt[j,i,])
  }
}

f.nmx = as.matrix(mxt_1)
row = c(0,1,seq(5,95, by=5))
column <- ano.proj
dimnames(f.nmx) =list(row,column)

```

```
f.nmx = data.frame(f.nmx)
```

```
Tabelas <- list()
```

```
for (i in 1:40){
```

```
  nome <- paste("X",2016+i,sep = "")
```

```
  Tabelas[[i]] <- life.table(row,f.nmx[,nome])
```

```
}
```

```
#Expectativa de vida aos 65 anos em 2017 e 2056 com lambda = 1
```

```
e2017 <- Tabelas[[1]]$ex[15]
```

```
e2056 <- Tabelas[[40]]$ex[15]
```

```
### Tabela de vida lambda = 0----
```

```
mxt_2 <- matrix(,ncol = 40,nrow = 21)
```

```
for (i in 1:40){
```

```
  for (j in 1:21){
```

```
    mxt_2[j,i] <- mean(mxt2[j,i,])
```

```
  }
```

```
}
```

```
f.nmx2 = as.matrix(mxt_2)
```

```
dimnames(f.nmx2) =list(row,column)
```

```
f.nmx2 = data.frame(f.nmx2)
```

```
Tabelas2 <- list()
```

```
for (i in 1:40){
```

```
  nome <- paste("X",2016+i,sep = "")
```

```
  Tabelas2[[i]] <- life.table(row,f.nmx2[,nome])
```

```
}
```

```

e20172 <- Tabelas2[[1]]$sex[15]
e20562 <- Tabelas2[[40]]$sex[15]

### Tabela de vida lambda = 2 ----
mxt_3 <- matrix(,ncol = 40,nrow = 21)
for (i in 1:40){
  for (j in 1:21){
    mxt_3[j,i] <- mean(mxt3[j,i])
  }
}
f.nmx3 = as.matrix(mxt_3)
dimnames(f.nmx3) =list(row,column)
f.nmx3 = data.frame(f.nmx3)

Tabelas3 <- list()
for (i in 1:40){
  nome <- paste("X",2016+i,sep = "")
  Tabelas3[[i]] <- life.table(row,f.nmx3[,nome])
}

e20173 <- Tabelas3[[1]]$sex[15]
e20563 <- Tabelas3[[40]]$sex[15]

## 2016 ----
f.2016 <- subset(female, year==2016)
f.2016$sex[15]

### Numeros de sobreviventes ----
par(mfrow=c(1,2))

```

```

plot(x=Tabelas[[1]]$Ages[15:21],y=Tabelas[[40]]$lx[15:21],type="b",col="blue",xlab="idades",ylab="S
obreviventes", main="Simulacao de sobreviventes no ano de 2056",ylim=c(0,1))
lines(x=Tabelas[[1]]$Ages[15:21],y=Tabelas2[[40]]$lx[15:21],type="b",col="red")
lines(x=Tabelas[[1]]$Ages[15:21],y=Tabelas3[[40]]$lx[15:21], type="b",col="green")
lines(x=Tabelas[[1]]$Ages[15:21],y=f.2016$lx[15:21]/100000, type="b",col="grey")
legend("topright", c("Lambda = 1","Lambda = 0","Lambda = 2","2016"), cex=0.8,
      col=c("blue","red","green","grey"), lty=1)

```

### Numero de mortes ----

```

plot(x=Tabelas[[1]]$Ages[15:21],y=Tabelas[[40]]$ndx[15:21],type="b",col="blue",xlab="idades",ylab=
"Numero de mortes", main="Simulacao de mortes no ano de 2056",ylim=c(0,0.7))
lines(x=Tabelas[[1]]$Ages[15:21],y=Tabelas2[[40]]$ndx[15:21],type="b",col="red")
lines(x=Tabelas[[1]]$Ages[15:21],y=Tabelas3[[40]]$ndx[15:21], type="b",col="green")
lines(x=Tabelas[[1]]$Ages[15:21],y=f.2016$dx[15:21]/100000, type="b",col="grey")
legend("topright", c("Lambda = 1","Lambda = 0","Lambda = 2","2016"), cex=0.8,
      col=c("blue","red","green","grey"), lty=1)
par(mfrow=c(1,1))

```

## MORTALIDADE E SOBREVIVENTES

```

mort <- array(c(1,35,1000))
populacao <- 10000
sobre <- array(c(1,populacao,1000))
for(i in 1:1000){
  mortalidade <- i
  UDD <- c(1-((1-sxt_test2[15,10,mortalidade])/5),1-((1-sxt_test2[16,15,mortalidade])/5),
    1-((1-sxt_test2[17,20,mortalidade])/5),1-((1-sxt_test2[18,25,mortalidade])/5),
    1-((1-sxt_test2[19,30,mortalidade])/5),1-((1-sxt_test2[20,35,mortalidade])/5),
    1-((1-sxt_test2[21,40,mortalidade])/5))
  UDD <- rep(UDD, each=5)
}

```

```

sobrevivente <- sample(x = seq(from=0, to=35),size = populacao,replace = TRUE,prob = c((1-
UDD[1]),UDD[1]*(1-UDD[2]),prod(UDD[1:2])*(1-UDD[3]),prod(UDD[1:3])*(1-
UDD[4]),prod(UDD[1:4])*(1-UDD[5]),prod(UDD[1:5])*(1-UDD[6]),

                                prod(UDD[1:6])*(1-UDD[7]),prod(UDD[1:7])*(1-
UDD[8]),prod(UDD[1:8])*(1-UDD[9]),prod(UDD[1:9])*(1-UDD[10]),prod(UDD[1:10])*(1-
UDD[11]),prod(UDD[1:11])*(1-UDD[12]),

                                prod(UDD[1:12])*(1-UDD[13]),prod(UDD[1:13])*(1-
UDD[14]),prod(UDD[1:14])*(1-UDD[15]),prod(UDD[1:15])*(1-UDD[16]),prod(UDD[1:16])*(1-
UDD[17]),prod(UDD[1:17])*(1-UDD[18]),prod(UDD[1:18])*(1-UDD[19]),

                                prod(UDD[1:19])*(1-UDD[20]),prod(UDD[1:20])*(1-
UDD[21]),prod(UDD[1:21])*(1-UDD[22]),prod(UDD[1:22])*(1-UDD[23]),prod(UDD[1:23])*(1-
UDD[24]),prod(UDD[1:24])*(1-UDD[25]),prod(UDD[1:25])*(1-UDD[26]),

                                prod(UDD[1:26])*(1-UDD[27]),prod(UDD[1:27])*(1-
UDD[28]),prod(UDD[1:28])*(1-UDD[29]),prod(UDD[1:29])*(1-UDD[30]),prod(UDD[1:30])*(1-
UDD[31]),prod(UDD[1:31])*(1-UDD[32]),

                                prod(UDD[1:32])*(1-UDD[33]),prod(UDD[1:33])*(1-
UDD[34]),prod(UDD[1:34])*(1-UDD[35]),prod(UDD[1:35])))

mort[,i] <- UDD

sobre[,i] <- sobrevivente

}

```

## **ANUIDADE**

```

anuidade_array <- array(c(1,35,100))

for(i in 1:100){
  for(h in 1:35){
    anuidade_soma <- c()
    for (p in 1:populacao){
      anuidade <- 0
      if (sobre[1,p,i]>h){
        for (l in h:35){
          anuidade <- anuidade + ((v**l)*prod(mort[,h:l,i]))
        }
      }
      anuidade <- anuidade +1
    }
  }
}

```

```

    }else{
      anuidade <- 0
    }
    anuidade_soma <- append(anuidade_soma,anuidade)
  }
  anuidade_array[h,i] <- sum(anuidade_soma)
}
cat(i,"\n")
}

anuidade_dp<-c()
anuidade_vetor <- c()
for(i in 1:35){
  anuidade_vetor <- append(anuidade_vetor,mean(anuidade_array[,i,1:100]))
  anuidade_dp <- append(anuidade_dp,sqrt(var(anuidade_array[,i,1:100])))
}
anuidade_vetor[c(1,6,11,16,21,26,31)]
#Coeficiente de variacao
cv <- (anuidade_dp/anuidade_vetor)*100
cv[c(1,6,11,16,21,26,31)]

probs <- c()
for(i in 1:35){
  probs <- append(probs,quantile(anuidade_array[,i],c(0.995)))
}

(((probs[c(1,6,11,16,21,26,31)]/anuidade_vetor[c(1,6,11,16,21,26,31)]))-1)*100

```

## **RESERVA**

```
reserva <- c(10.50)
```

```

for(i in 2:35){
  reserva <- append(reserva,reserva[i-1]*(1+juros) +reserva[i-1]*(1+juros)*((mean(mort[,i,])-
mean(mort[,i-1,]))/mean(mort[,i,])) -1)
}
reserva
numero <- sample(1:1000,size=1)
participantes <- c(populacao)
for (i in 1:34){
  participantes <- append(participantes,sum(ifelse(sobre[,numero]>i,1,0)))
}
participantes

reserva_portifolio <- reserva*participantes

```

## **BJ E RESSEGURO**

```

bj_array0 <- array(c(1,36,1000))
bj_array1 <- array(c(1,36,1000))
bj_array2 <- array(c(1,36,1000))
for(i in 1:1000){
  bj0 <- c()
  bj1 <- c()
  bj2 <- c()
  bj_res_1.1<- c()
  UDD0 <- c(1-((1-sxt_test2[15,10,i])/5),1-((1-sxt_test2[16,15,i])/5),
    1-((1-sxt_test2[17,20,i])/5),1-((1-sxt_test2[18,25,i])/5),
    1-((1-sxt_test2[19,30,i])/5),1-((1-sxt_test2[20,35,i])/5),
    1-((1-sxt_test2[21,40,i])/5))
  UDD0 <- rep(UDD0, each=5)
  sobrevivente0 <- sample(x = seq(from=0, to=35),size = populacao,replace = TRUE,prob = c((1-
UDD0[1]),UDD0[1]*(1-UDD0[2]),prod(UDD0[1:2])*(1-UDD0[3]),prod(UDD0[1:3])*(1-
UDD0[4]),prod(UDD0[1:4])*(1-UDD0[5]),prod(UDD0[1:5])*(1-UDD0[6]),

```

```

prod(UDD0[1:6])*(1-
UDD0[7]),prod(UDD0[1:7])*(1-UDD0[8]),prod(UDD0[1:8])*(1-UDD0[9]),prod(UDD0[1:9])*(1-
UDD0[10]),prod(UDD0[1:10])*(1-UDD0[11]),prod(UDD0[1:11])*(1-UDD0[12]),

prod(UDD0[1:12])*(1-
UDD0[13]),prod(UDD0[1:13])*(1-UDD0[14]),prod(UDD0[1:14])*(1-UDD0[15]),prod(UDD0[1:15])*(1-
UDD0[16]),prod(UDD0[1:16])*(1-UDD0[17]),prod(UDD0[1:17])*(1-UDD0[18]),prod(UDD0[1:18])*(1-
UDD0[19]),

prod(UDD0[1:19])*(1-
UDD0[20]),prod(UDD0[1:20])*(1-UDD0[21]),prod(UDD0[1:21])*(1-UDD0[22]),prod(UDD0[1:22])*(1-
UDD0[23]),prod(UDD0[1:23])*(1-UDD0[24]),prod(UDD0[1:24])*(1-UDD0[25]),prod(UDD0[1:25])*(1-
UDD0[26]),

prod(UDD0[1:26])*(1-
UDD0[27]),prod(UDD0[1:27])*(1-UDD0[28]),prod(UDD0[1:28])*(1-UDD0[29]),prod(UDD0[1:29])*(1-
UDD0[30]),prod(UDD0[1:30])*(1-UDD0[31]),prod(UDD0[1:31])*(1-UDD0[32]),

prod(UDD0[1:32])*(1-
UDD0[33]),prod(UDD0[1:33])*(1-UDD0[34]),prod(UDD0[1:34])*(1-UDD0[35]),prod(UDD0[1:35]))

```

```

UDD1 <- c(1-((1-sxt_test[15,10,i])/5),1-((1-sxt_test[16,15,i])/5),
1-((1-sxt_test[17,20,i])/5),1-((1-sxt_test[18,25,i])/5),
1-((1-sxt_test[19,30,i])/5),1-((1-sxt_test[20,35,i])/5),
1-((1-sxt_test[21,40,i])/5))

```

```

UDD1 <- rep(UDD1, each=5)

```

```

sobrevivente1 <- sample(x = seq(from=0, to=35),size = populacao,replace = TRUE,prob = c((1-
UDD1[1]),UDD1[1]*(1-UDD1[2]),prod(UDD1[1:2])*(1-UDD1[3]),prod(UDD1[1:3])*(1-
UDD1[4]),prod(UDD1[1:4])*(1-UDD1[5]),prod(UDD1[1:5])*(1-UDD1[6]),

```

```

prod(UDD1[1:6])*(1-
UDD1[7]),prod(UDD1[1:7])*(1-UDD1[8]),prod(UDD1[1:8])*(1-UDD1[9]),prod(UDD1[1:9])*(1-
UDD1[10]),prod(UDD1[1:10])*(1-UDD1[11]),prod(UDD1[1:11])*(1-UDD1[12]),

prod(UDD1[1:12])*(1-
UDD1[13]),prod(UDD1[1:13])*(1-UDD1[14]),prod(UDD1[1:14])*(1-UDD1[15]),prod(UDD1[1:15])*(1-
UDD1[16]),prod(UDD1[1:16])*(1-UDD1[17]),prod(UDD1[1:17])*(1-UDD1[18]),prod(UDD1[1:18])*(1-
UDD1[19]),

```

```

prod(UDD1[1:19])*(1-
UDD1[20]),prod(UDD1[1:20])*(1-UDD1[21]),prod(UDD1[1:21])*(1-UDD1[22]),prod(UDD1[1:22])*(1-
UDD1[23]),prod(UDD1[1:23])*(1-UDD1[24]),prod(UDD1[1:24])*(1-UDD1[25]),prod(UDD1[1:25])*(1-
UDD1[26]),

```

```

prod(UDD1[1:26])*(1-
UDD1[27]),prod(UDD1[1:27])*(1-UDD1[28]),prod(UDD1[1:28])*(1-UDD1[29]),prod(UDD1[1:29])*(1-
UDD1[30]),prod(UDD1[1:30])*(1-UDD1[31]),prod(UDD1[1:31])*(1-UDD1[32]),

```

```
                                prod(UDD1[1:32])*(1-
UDD1[33]),prod(UDD1[1:33])*(1-UDD1[34]),prod(UDD1[1:34])*(1-UDD1[35]),prod(UDD1[1:35]))))
```

```
UDD2 <- c(1-((1-sxt_test3[15,10,i])/5),1-((1-sxt_test3[16,15,i])/5),
1-((1-sxt_test3[17,20,i])/5),1-((1-sxt_test3[18,25,i])/5),
1-((1-sxt_test3[19,30,i])/5),1-((1-sxt_test3[20,35,i])/5),
1-((1-sxt_test3[21,40,i])/5))
```

```
UDD2 <- rep(UDD2, each=5)
```

```
sobrevivente2 <- sample(x = seq(from=0, to=35),size = populacao,replace = TRUE,prob = c((1-
UDD2[1]),UDD2[1]*(1-UDD2[2]),prod(UDD2[1:2])*(1-UDD2[3]),prod(UDD2[1:3])*(1-
UDD2[4]),prod(UDD2[1:4])*(1-UDD2[5]),prod(UDD2[1:5])*(1-UDD2[6]),
```

```
                                prod(UDD2[1:6])*(1-UDD2[7]),prod(UDD2[1:7])*(1-
UDD2[8]),prod(UDD2[1:8])*(1-UDD2[9]),prod(UDD2[1:9])*(1-UDD2[10]),prod(UDD2[1:10])*(1-
UDD2[11]),prod(UDD2[1:11])*(1-UDD2[12]),
```

```
                                prod(UDD2[1:12])*(1-
UDD2[13]),prod(UDD2[1:13])*(1-UDD2[14]),prod(UDD2[1:14])*(1-UDD2[15]),prod(UDD2[1:15])*(1-
UDD2[16]),prod(UDD2[1:16])*(1-UDD2[17]),prod(UDD2[1:17])*(1-UDD2[18]),prod(UDD2[1:18])*(1-
UDD2[19]),
```

```
                                prod(UDD2[1:19])*(1-
UDD2[20]),prod(UDD2[1:20])*(1-UDD2[21]),prod(UDD2[1:21])*(1-UDD2[22]),prod(UDD2[1:22])*(1-
UDD2[23]),prod(UDD2[1:23])*(1-UDD2[24]),prod(UDD2[1:24])*(1-UDD2[25]),prod(UDD2[1:25])*(1-
UDD2[26]),
```

```
                                prod(UDD2[1:26])*(1-
UDD2[27]),prod(UDD2[1:27])*(1-UDD2[28]),prod(UDD2[1:28])*(1-UDD2[29]),prod(UDD2[1:29])*(1-
UDD2[30]),prod(UDD2[1:30])*(1-UDD2[31]),prod(UDD2[1:31])*(1-UDD2[32]),
```

```
                                prod(UDD2[1:32])*(1-
UDD2[33]),prod(UDD2[1:33])*(1-UDD2[34]),prod(UDD2[1:34])*(1-UDD2[35]),prod(UDD2[1:35]))))
```

```
for(j in 0:35){
```

```
  bj0<- append(bj0,sum(ifelse(sobrevivente0>j,1,0)))
```

```
  bj1<- append(bj1,sum(ifelse(sobrevivente1>j,1,0)))
```

```
  bj2<- append(bj2,sum(ifelse(sobrevivente2>j,1,0)))
```

```
}
```

```
bj_array0[,,i] <- bj0
```

```
bj_array1[,,i] <- bj1
```

```

bj_array2[,i] <- bj2

}

bj_res <- array(c(1,36,1000))
for(i in 1:1000){
  for(j in 1:36){
    if(bj_array2[,j,i]>2*bj_array0[,j,i]){
      bj_res[,j,i] <- bj_array2[,j,i] - (2*bj_array0[,j,i]-1.1*bj_array0[,j,i])
    }else if(bj_array2[,j,i]<1.1*bj_array0[,j,i]){
      bj_res[,j,i] <- bj_array2[,j,i]
    }else{
      bj_res[,j,i] <-1.1*bj_array0[,j,i]
    }
  }
}

```

```

bj_dp_res<-c()
bj_vetor_res <- c()
for(i in 1:35){
  bj_vetor_res <- append(bj_vetor_res,mean(bj_res[,i,1:1000]))
  bj_dp_res <- append(bj_dp_res,sqrt(var(bj_res[,i,1:1000])))
}
bj_vetor_res[c(1,6,11,16,21,26,31)]

```

```

bj_dp<-c()
bj_vetor <- c()
for(i in 1:35){
  bj_vetor <- append(bj_vetor,mean(bj_array2[,i,1:1000]))
  bj_dp <- append(bj_dp,sqrt(var(bj_array2[,i,1:1000])))
}

```

```
}
```

```
bj_vetor[c(1,6,11,16,21,26,31)]
```

```
cv<- (bj_dp/bj_vetor)*100
```

```
cv[c(1,6,11,16,21,26,31)]
```