

## Lista de Exercícios 1 - Análise de Dados Longitudinais

1. Suponha que você está planejando um estudo clínico aleatorizado cujo objetivo é reter usuários de droga em programas de reabilitação. Existem dois tipos de tratamentos. Identifique uma resposta que leve a análises transversal, longitudinal e de sobrevivência (tempo até a ocorrência de um evento).
2. Um investigador está interessado em comparar um grupo de indivíduos em dois momentos do tempo (1,2). Ou seja, uma medida contínua é registrada antes e após o uso de um medicamento em um mesmo indivíduo. O objetivo é determinar se existe mudança da média ao longo do tempo.  
Considere uma amostra de  $N$  indivíduos em que  $t_{ij}$  é a medida do  $i$ -ésimo indivíduo no  $j$ -ésimo tempo  $i = 1, 2, \dots, N$  e  $j = 1, 2$ 
  - (a) Formule as hipóteses estatísticas para esta situação.
  - (b) Apresente o teste estatístico a ser utilizado (teste-t). Quais são as suposições para este teste?
  - (c) Mostre que sob  $H_0$ , a estatística de teste tem uma distribuição  $t$  com  $N - 1$  graus de liberdade.
  - (d) Gere dois bancos de dados com  $N = 100$  tal que: (1) sob  $H_0$  e (2) sob  $H_1$ . Teste as hipóteses estabelecidas em (a) para os dois bancos.
  - (e) Quais são os passos e suposições para realizar este estudo se houvesse uma terceira medida no tempo. O objetivo do estudo seria comparar as médias nos três momentos.
3. Responda às seguintes perguntas relacionadas ao delineamento de Estudos Longitudinais.
  - (a) O que é um estudo longitudinal? Apresente suas características. Apresente suas vantagens e desvantagens com relação aos estudos transversais. Quais são os objetivos mais comuns destes estudos. Apresente um exemplo.

- (b) Descreva os estudos de coorte e clínico aleatorizado. Apresente suas vantagens e desvantagens.
- (c) O que é efeito de coorte? Apresente um exemplo.
- (d) O que são os efeitos de idade e de período?
- (e) O que são os vieses de seleção e informação em estudos longitudinais.

4. **Experimento em Blocos Aleatorizados (Pinheiro e Bates, 2000, p.12)** - Um experimento ergométrico foi realizado para comparar 4 tipos de bancos (tratamentos). Cada um de nove indivíduos, que representam uma amostra da população de interesse, foram submetidos aos 4 tratamentos. A resposta medida foi o esforço, na escala de Borg (contínua), para levantar de cada banco. Os dados estão disponíveis no pacote nlme do R, com nome ergoStool. Analise estes dados: utilizando técnicas básicas (ANOVA) e, eventualmente, um modelo de efeito aleatório. Quais são as conclusões?

5. Seleciona-se uma amostra aleatória de  $N$  pessoas, sendo  $N/2$  homens e  $N/2$  mulheres. Em cada indivíduo, realizam-se duas medidas: uma no início e outra no final do experimento. Seja  $Y_{it}$  a resposta do  $i$ -ésimo indivíduo no tempo  $t$  ( $t = 0, 1$ ). Como o objetivo do estudo é avaliar o efeito de grupo (sexo) na resposta, decidiu-se usar o modelo  $Y_{it} = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_{it}$ , em que  $x_i = 0$  (homem) e 1 (mulher). Considere que  $Var(\epsilon_{it}) = \sigma^2$  e que  $Corr(\epsilon_{i0}, \epsilon_{i1}) = \rho$ . Mostre que:

- (a) o estimador de mínimos quadrados de  $\beta_1$  é dado:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_i x_i (y_{i0} + y_{i1}) - \sum_i (1 - x_i) (y_{i0} + y_{i1})}{N};$$

- (b) e a variância é dada por:

$$Var(\hat{\beta}_1) = \frac{2\sigma^2}{N}(1 + \rho).$$

6. Considere os seguintes modelos:

$$Y_{ij} = \beta_0 + \beta x_{ij} + \epsilon_{ij} = \beta_0 + \beta x_{i1} + (\beta x_{ij} - \beta x_{i1}) + \epsilon_{ij} \quad (\text{Efeito Transversal igual a Longitudinal}),$$

e

$$Y_{ij} = \beta_0 + \beta_T x_{i1} + \beta_L (x_{ij} - x_{i1}) + \epsilon_{ij} \quad (\text{Efeitos Longitudinal e Transversal diferentes}),$$

$$i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, n \text{ e } E(\epsilon_{ij}) = 0.$$

- (a) Encontre o estimador de mínimos quadrados de  $\beta$  para o primeiro modelo.
- (b) Se o modelo verdadeiro é o segundo, encontre  $E(\hat{\beta})$ , para  $\hat{\beta}$  encontrado em (a).
- (c) Um estudo longitudinal foi realizado em que cada indivíduo foi avaliado em duas ocasiões. Suponha que  $x_{ij}$  é a idade do  $i$ -ésimo indivíduo na  $j$ -ésima avaliação e todos os indivíduos foram avaliados em visitas com espaçamento de dois anos ( $x_{i2} - x_{i1} = 2$ ). Encontre  $E(\hat{\beta})$  a partir da expressão obtida em (b).
- (d) Considere os seguintes dados referentes a cinco indivíduos avaliados em três ocasiões (1, 5 e 10 dias). Ajuste os dois modelos, interprete e compare os coeficientes estimados.

indivíduo (i)	$Y_{i1}$	$Y_{i2}$	$Y_{i3}$	$x_{i1}$	$x_{i2}$	$x_{i3}$
1	10	12	16	1	3	5
2	9	10	14	2	4	6
3	8	11	15	3	5	7
4	6	8	12	4	6	8
5	7	10	15	5	7	9