

Lista de Exercícios 3 - Análise de Dados Longitudinais

1. Potthoff and Roy (1964) apresentaram um conjunto de dados de crescimento de 11 meninas e 16 meninos. As medidas referem-se à distância do centro da pituitaria à fissura do maxilar em quatro idades (8, 10, 12 e 14 anos). Os dados estão apresentados na tabela abaixo. O objetivo deste estudo é descrever e comparar o crescimento de meninos e meninas. Analise estes dados.

Menina	Idade				Menino	Idade			
	8	10	12	14		8	10	12	14
1	21	20	21,5	23	1	26	25	29	31
2	21	21,5	24	25,5	2	21,5	22,5	23	26,5
3	20,5	24	24,5	26	3	23	22,5	24	27,5
4	23,5	24,5	25	26,5	4	25,5	27,5	26,5	27
5	21,5	23	22,5	23,5	5	20	23,5	22,5	26
6	20	21	21	22,5	6	24,5	25,5	27	28,5
7	21,5	22,5	23	25	7	22	22	24,5	26,5
8	23	23	23,5	24	8	24	21,5	24,5	25,5
9	20	21	22	21,5	9	23	20,5	31	26
10	16,5	19	19	19,5	10	27,5	28	31	31,5
11	24,5	25	28	28	11	23	23	23,5	25
					12	21,5	23,5	24	28
					13	17	24,5	26	29,5
					14	22,5	25,5	25,5	26
					15	23	24,5	26	30
					16	22	21,5	23,5	25

2. Um estudo longitudinal foi conduzido de forma que cada indivíduo foi avaliado nas mesmas n ocasiões. Considere o modelo linear misto para dados longitudinais tal que:

$$Y_i = X_i\beta + Z_ib_i + \epsilon_i,$$

em que $b_i \sim N_n(0, D)$ independente de $\epsilon_i \sim N_n(0, \Sigma)$, $i = 1, \dots, m$.

- (a) Qual é a distribuição de Y_i . Use esta distribuição para encontrar os estimadores de máxima verossimilhança da mesma forma como foi feito para o modelo marginal.
- (b) A estimação dos efeitos aleatórios pode ser feita usando o BLUP ("Best Linear Unbiased Predictor"). Ou seja, considere

$$L(\beta, \theta, b) = p(y/b)p(b),$$

em que θ são os parâmetros de D . Mostre que a estimativa de b é a solução do seguinte sistema

$$(Z'\Sigma^{-1}Z + D^{-1})b = Z'\Sigma^{-1}(y - X\beta),$$

e que a informação de Fisher é dada por

$$Z\Sigma^{-1}Z + D^{-1}.$$