

3.7 Exercícios

1. O tempo em dias para o desenvolvimento de tumor em ratos expostos a uma substância cancerígena segue uma distribuição de Weibull tal que:

$$S(t) = \exp \left\{ - \left(\frac{t}{\alpha} \right)^\gamma \right\},$$

com $\alpha = 100$ e $\gamma = 2$.

- (a) Qual é a probabilidade de um rato sobreviver sem tumor aos primeiros 30 dias? E aos primeiros 45 dias?
 - (b) Qual é o tempo médio até o aparecimento do tumor?
 - (c) Qual é o tempo mediano até o aparecimento do tumor?
 - (d) Encontre a taxa de falha de aparecimento de tumor aos 30, 45 e 60 dias. Interprete estes valores.
2. Deseja-se comparar duas populações de tempos de vida. Uma amostra de tamanho n ($r \leq n$ falhas) foi obtida da população 1 que tem distribuição exponencial com média α . Uma amostra de tamanho m ($s \leq m$ falhas) foi obtida da população 2 que tem distribuição exponencial com média $\alpha + \Delta$.
- (a) Estabeleça as hipóteses que se deseja testar.
 - (b) Apresente a função de verossimilhança para $\theta = (\alpha, \Delta)'$.
 - (c) Apresente o vetor escore ($U(\theta)$) e a matriz de informação observada ($-\mathcal{F}(\theta)$).

- (d) Obtenha as expressões dos testes de Wald e da razão de verossimilhanças para as hipóteses apresentadas em (a).
3. Os dados mostrados a seguir representam o tempo até a ruptura de um tipo de isolante elétrico sujeito a uma tensão de estresse de 35 Kvolts. O teste consistiu em deixar 25 destes isolantes funcionando até que 15 deles falhassem (censura do tipo II), obtendo-se os seguintes resultados (em minutos):

| | | | | | | | |
|------|------|------|-------|-------|-------|-------|------|
| 0,19 | 0,78 | 0,96 | 1,31 | 2,78 | 3,16 | 4,67 | 4,85 |
| 6,50 | 7,35 | 8,27 | 12,07 | 32,52 | 33,91 | 36,71 | |

Este exercício foi proposto no Capítulo 2 para ser resolvido utilizando-se métodos não-paramétricos. O que se deseja aqui é que o exercício seja repetido utilizando-se modelos paramétricos. Inicialmente, deve-se identificar um modelo paramétrico para explicar estes dados e, em seguida, responder novamente às mesmas perguntas. Isto é, a partir destes dados amostrais, deseja-se obter as seguintes informações:

- Uma estimativa para o tempo mediano de vida deste tipo de isolante elétrico funcionando a 35 Kvolts.
 - Uma estimativa (por ponto e por intervalo) para a fração de defeituosos esperada nos dois primeiros minutos de funcionamento.
 - Uma estimativa (por ponto e por intervalo) para o tempo médio de vida destes isoladores funcionando a 35 Kvolts.
 - O tempo necessário para 20% dos isolantes estarem fora de operação.
4. O fabricante de um tipo de isolador elétrico quer conhecer o comportamento de seu produto funcionando a uma temperatura de 200°C. Um teste de vida foi realizado nestas condições usando-se 60 isoladores elétricos. O teste terminou quando 45 deles havia falhado (censura

do tipo II). As 15 unidades que não haviam falhado ao final do teste foram, desta forma, censuradas no tempo $t = 2729$ horas. O fabricante tem interesse em estimar o tempo médio e mediano de vida do isolador e o percentual de falhas após 500 horas de uso. Os tempos (em horas) obtidos são apresentados na Tabela 3.5.

Responda às questões de interesse do fabricante fazendo uso do modelo paramétrico que se apresentar mais apropriado para descrever os dados.

Tabela 3.5: Tempos (horas) dos isolantes elétricos funcionando a 200°C.

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|-----|-----|
| 151 | 164 | 336 | 365 | 403 | 454 | 455 | 473 | 538 | 577 | 592 | 628 | 632 | 647 | 675 | 727 | 785 |
| 801 | 811 | 816 | 867 | 893 | 930 | 937 | 976 | 1008 | 1040 | 1051 | 1060 | 1183 | 1329 | 1334 | | |
| 1379 | 1380 | 1633 | 1769 | 1827 | 1831 | 1849 | 2016 | 2282 | 2415 | 2430 | 2686 | 2729 | | | | |
| 2729+ | 2729+ | 2729+ | 2729+ | 2729+ | 2729+ | 2729+ | 2729+ | 2729+ | 2729+ | 2729+ | 2729+ | 2729+ | | | | |
| 2729+ | 2729+ | 2729+ | 2729+ | 2729+ | 2729+ | 2729+ | 2729+ | | | | | | | | | |

5. Ajuste um modelo paramétrico aos dados do Exercício 3 do Capítulo 2. Compare os resultados com aqueles obtidos no Capítulo 2.