

# Modelos Lineares Generalizados

2013

## Exercícios

**Exercício 1.** Mostre que:

- $GA$  é um g-inverso de  $GA$  se  $G = A^-$ .
- Seja  $c$  um escalar. Um g-inverso de  $cA$  é  $G/c$ , mostre.
- Mostre que  $\mathbf{I}_n/n$  é um g-inverso da matriz  $J_n$ .

**Exercício 2.** Seja  $G$  um g-inverso da matriz  $A'A$ . Mostre que

- $AG'A'A = A$
- $A'AGA' = A'$
- $A'AG'A' = A'$
- $AG'A' = AGA'$
- $AG'A'$  é simétrica

**Exercício 3.** Mostre que se  $P = X(X'X)^-X'$  então  $PX = X$

**Exercício 4.** Mostre que

- $X'XW = X'X$ , onde  $W = GX'X$  e  $G = (X'X)^-$ .
- $I_n - XGX'$  é simétrica e idepotente.

**Exercício 5.** Verifique a condição de consistência para existência da solução de mínimos quadrados, ou seja,  $r(X'X, X'y) = r(X'X)$ .

**Exercício 6.** Seja  $Y = X\beta + \varepsilon$ , uma regressão múltipla.

- $(X'X)\beta$  é estimável.
- Mostre que  $E(\tilde{\beta})$  é estimável.

**Exercício 7.** Seja  $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$ , onde  $i = 1, 2$  e  $j = 1, \dots, n$

- Reescreva o modelo na forma  $Y = X\beta + \varepsilon$  e encontre  $X$  onde  $\beta = (\mu, \tau_1, \tau_2)$ .
- Seja  $c' = (0, 1, -1)$ , dessa forma  $c'\beta$  é estimável?
- Seja  $c' = (0, 1, 0)$ , mostre que  $c'\beta$  não é estimável.

**Exercício 8.** Mostre que

- O valor esperado de qualquer observação é estimável.
- Qualquer combinação linear de funções estimáveis é estimável.
- Dado uma função estimável  $c'\beta$ , a quantidade  $c'\tilde{\beta}$  é invariante a escolha de  $\tilde{\beta}$ .