Modelos Lineares Generalizados

2013

Exercícios

Exercício 1. Suponha que $Y_i \sim \text{Poisson}(\lambda)$ para $i = 1, \ldots, 5$. Suponha que o vetor observado foi $y = (2, 5, 4, 2, 7)^\top$ com média $\bar{y} = 4$

1. Encontre a função de verossimilhança dos dados.
2. Ache a primeira e segunda derivada do log-verossimilhança.
3. Implemente, manualmente, o método Newton-Raphson e itere até obter a convergência.
4. Como o valor obtido se compara o estimador de máximo verossimilhança $\hat{\lambda} = \bar{y}$?

Exercício 2. Mostre que para o modelo linear tradicional $h_{ii} = \frac{\partial \hat{y}_i}{\partial y_i}$

Exercıicio 3. Seja $Y_i \sim \text{Bernoulli}(p_i)$ para $i = 1, \ldots, N$. Suponha que $p_i = F(x_i\beta)$, onde x_i e β são escalares e F é uma CDF diferenciavel e estritamente monotonica.

a) Mostre que a função score

$$U = \sum_{i=1}^{N} \left[(Y_i - F(x_i\beta)) \frac{f(x_i\beta)x_i}{F(x_i\beta)(1 - F(x_i\beta))} \right]$$

(Dica: $U = \frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta}$).

Exercício 4. Suponha que X_1 e X_2 são duas variáveis independentes com distribuição

$$f(x; \theta) = \theta x^{\theta - 1} \quad {}_{0<x<1}.$$

Defina $Y = \max(X_1, X_2)$.

a) Ache a distribuição de Y.
b) Seja $W = \log(Y)$, a distribuição de W pertence a família exponencial?
b) Qual a média e variância de W?