PROVA DE ESTATÍSTICA & PROBABILIDADES
SELEÇÃO – MESTRADO/UFMG – 2010/2011

Instruções:

a) Cada questão respondida corretamente vale 1 (um) ponto.
c) Cada questão respondida incorretamente vale -1 (menos um) ponto.
b) Cada questão deixada em branco vale 0 (zero) pontos (neste caso marque TODAS as alternativas).
d) Pelo menos 9 (nove) questões devem ser respondidas pelo candidato.
e) A nota final será a soma dos pontos (negativos e positivos) de todas as questões.
f) As opções escolhidas devem ser assinaladas na folha de respostas no final da prova.

Questão 1: Quantas maneiras distintas há para arranjar as letras na palavra MISSISSIPPI?

a) 39.916.800
b) 207.900
c) 34.650
d) 17.325

Questão 2: Um lote contém 30 peças, das quais se sabe serem 9 defeituosas. Se a ordem da inspeção das peças se fizer ao acaso, qual a probabilidade de que a peça inspecionada em 15º lugar seja a última peça defeituosa contida no lote?

a) $\dfrac{\binom{9}{9}\binom{21}{6}}{\binom{30}{15}}$

b) $\dfrac{\binom{9}{8}\binom{21}{6}}{\binom{30}{14}} \cdot \dfrac{1}{30-15+1}$

c) $\dfrac{\binom{15}{9}\binom{21}{6}}{\binom{30}{15}}$

d) $\dfrac{\binom{9}{8}\binom{21}{6}}{\binom{30}{14}} \cdot \dfrac{1}{30-15}$

Questão 3: Um geólogo afirma que existe uma probabilidade de 4/5 de existir petróleo em determinada região. Além disso, caso realmente tenha petróleo na região, a probabilidade de ele sair na primeira perfuração é de 1/2. Qual a probabilidade de ter petróleo nesta região, se na primeira perfuração não se encontrou petróleo?

a) 0
b) 1/5
c) 1/3
d) 2/3

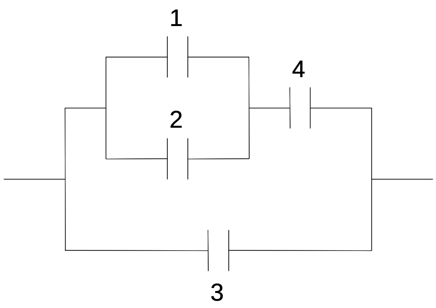
Questão 4: A moeda A tem probabilidade *p* de sair cara e as moedas B e C têm a probabilidade *q* de sair cara. As três moedas (A, B e C) são colocadas dentro de um saco e uma delas é escolhida ao acaso (todas as três moedas têm igual probabilidade de serem escolhidas). A moeda escolhida é então lançada duas vezes e obtém-se cara nestes dois lançamentos. Qual é a probabilidade de que a moeda escolhida seja a moeda B?

a) $\dfrac{q^2}{p^2+2q^2}$
b) $\dfrac{p^2}{q^2+2p^2}$
c) $\dfrac{1}{\dfrac{p^2}{q^2}+1}$
d) q^2

Questão 5: Um avião caiu em algum local desconhecido do Oceano Atlântico. Uma equipe atribui uma probabilidade provisória *p* de que o avião esteja em um setor constituído por um quadrado cujo lado mede 1.000 milhas náuticas. Sabe-se que, caso o avião esteja de fato afundado neste setor, a probabilidade de que uma busca ali tenha sucesso é *q*. Uma busca é realizada neste setor e o avião não é encontrado. Qual é probabilidade de que o avião esteja afundado neste setor?

a) 0
b) $1-p$
c) $\dfrac{1-q}{\dfrac{1}{p}-q}$
d) $\dfrac{1}{1+\dfrac{1-p}{1-q}}$

Questão 6: A probabilidade de fechamento de cada relé do circuito a seguir é dada por ρ. Se todos os relés funcionam independentemente, qual será a probabilidade de que uma corrente circule entre os terminais do circuito, ou seja, qual a probabilidade de ocorrer um caminho fechado entre os extremos do diagrama?



a) $2\rho - \rho^2$
b) $2\rho^2 - \rho^3$
c) $\rho^4 - 3\rho^3 + 2\rho^2 - \rho$
d) $\rho^4 - 3\rho^3 + 2\rho^2 + \rho$

Questão 7: Um time de futebol tem probabilidade de 20% de ganhar, 30% de empatar e de 50% de perder contra outros adversários de um campeonato. Cada vitória rende 3 pontos e cada empate rende 1 ponto. Em cinco jogos, qual a probabilidade aproximada deste time obter pelo menos 11 pontos?

a) 0,0016
b) 0,0040
c) 0,0054
d) 0,0294

Questão 8: Um funcionário de uma montadora de computadores apanha circuitos de uma esteira que passa ao seu lado. Ele testa cada um deles. Se o circuito estiver perfeito, adiciona-o ao computador. Caso esteja com defeito, descarta o circuito. Cada computador precisa de 5 circuitos para ser montado e a proporção de circuitos defeituosos é 5%. Quais são, respectivamente, (i) a probabilidade aproximada de um funcionário precisar testar mais de 6 circuitos para montar um computador e (ii) o número médio de circuitos que a indústria deve testar para montar 190 computadores com circuitos sem defeitos?

a) 0,03 e 1000
b) 0,03 e 997,5
c) 0,19 e 1000
d) 0,19 e 997,5

Questão 9: Uma peça metalúrgica especial é usinada e testada para identificar se há defeitos. Caso seja encontrado algum defeito, a peça é descartada e uma nova peça é novamente usinada. O processo se repete até que uma peça perfeita seja produzida. A probabilidade de que a peça seja produzida sem defeito a cada tentativa é de 30%. O custo para se produzir a peça na primeira tentativa é de R$ 500,00 e de R$ 300,00 a partir da segunda tentativa. Qual é o custo esperado para se produzir uma peça sem defeito?

a) R$ 1.500,00
b) R$ 1.200,00
c) R$ 850,00
d) R$ 450,00

Questão 10: Suponha que uma variável aleatória contínua tenha a função de densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}x + k, & 0 < x < 3, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Supondo que P(*X*>*b*) = 1/12, quais são os valores de *k* e *b*, respectivamente?

a) $k = 1/12, \quad b = (1+3\sqrt{5})/2$
b) $k = 1/6, \quad b = -1+\sqrt{15}$
c) $k = 1/12, \quad b = (-1+3\sqrt{5})/2$
d) $k = 1/6, \quad b = 1+\sqrt{15}$

Questão 11: Seja *X* uma variável aleatória contínua com a seguinte função de densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{18}, & -3 < x < 3, \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

e seja *Y* uma variável aleatória definida em função da variável aleatória *X*:

$$Y = \begin{cases} X^2, & -2 < x < 2 \\ 4, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A função de densidade de probabilidade de *Y*, *g*(*y*), é:

a) $g(y) = \begin{cases} 1/3 + \frac{1}{6\sqrt{y}}, & 0 < y < 4, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

b) $g(y) = \begin{cases} \sqrt{y}/3, & 0 < y < 4, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

c) $P(Y=4) = \frac{1}{3}$ e $g(y) = \begin{cases} \frac{1}{6\sqrt{y}}, & 0 < y < 4, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

d) $P(Y=4) = \frac{1}{6}$ e $g(y) = \begin{cases} \frac{1}{6} + \frac{1}{6\sqrt{y}}, & 0 < y < 4, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

Questão 12: Sejam *X* e *Y* duas variáveis aleatórias contínuas e independentes com as seguintes funções de densidade de probabilidades:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{36}, & -3 < x < 3, \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \qquad \text{e} \qquad f(y) = \begin{cases} 2y/3, & 0 \le y \le 1, \\ 1 - y/3, & 1 < y \le 3 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Suponha $T = 5X + Y2$. A $E(T)$ é:

a) $\frac{41}{6}$

b) $\frac{14}{3}$

c) $\frac{13}{6}$

d) $\frac{1}{2}$

Questão 13: Para uma população na qual o tempo até a morte seja uma variável aleatória T uniformemente distribuída em [0, 100], considere um casal cujas idades sejam 45 e 50. Assuma que a morte deles seja eventos independentes. Quais são, respectivamente, as probabilidades para que: (i) ambos vivam ao menos 20 anos e (ii) ambos morram nos próximos 20 anos?

a) 846/990 e 612/990
b) 846/990 e 144/990
c) 378/990 e 612/990
d) 378/990 e 144/990

Questão 14: Garrafas de um refrigerante popular devem conter 300 mililitros (ml). Entretanto, a máquina de encher não tem uma precisão absoluta e ocorrem variações de uma garrafa para outra. A distribuição do conteúdo é aproximadamente normal, com desvio-padrão σ =0,50 ml, conhecido de análises anteriores. Um estudante desconfia que o conteúdo médio seja inferior aos 300 ml anunciados e mede o conteúdo de quatro garrafas, obtendo os seguintes resultados:

299,4	301,0	298,9	297,7

Analisando os resultados obtidos pelo estudante, assinale a alternativa que apresenta corretamente as hipóteses a serem testadas de forma a garantir que o erro tipo I seja o mais grave, o valor da estatística de teste e qual a conclusão que chegaria o estudante, a um nível de significância de 1%.

a) H_0: μ≥300 *versus* H_1: μ≤300; -1,5; não rejeita H_0.
b) H_0: μ=300 *versus* H_1: μ≤300; -3,0; rejeita H_0.
c) H_0: μ=300 *versus* H_1: μ≥300; -1,5; não rejeita H_0.
d) H_0: μ=300 *versus* H_1: μ≠300; -3,0; rejeita H_0.

Questão 15: Para um modelo de regressão linear simples sem intercepto, $Y_i \mid X_i = \beta_1 \cdot X_i + \varepsilon_i$, onde ε_i são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, $\varepsilon_i \sim \mathrm{Normal}(\mu_\varepsilon = 0, \sigma^2)$. O estimador de mínimos quadrados para o parâmetro β_1, considerando uma amostra de tamanho *n* é:

a) $\hat{\beta}_1 = \dfrac{\sum_i y_i x_i}{\sum_i x_i^2}$

b) $\hat{\beta}_1 = \dfrac{\sum_i y_i x_i}{\sum_i y_i^2}$

c) $\hat{\beta}_1 = \dfrac{\sum_i y_i x_i}{\sum_i x_i}$

d) $\hat{\beta}_1 = \bar{y}$

***

PROVA DE ESTATÍSTICA & PROBABILIDADES
SELEÇÃO – MESTRADO/UFMG – 2010/2011
22/11/2010

Instruções:

a) No quadro abaixo, assinale com um X a opção de resposta escolhida para cada questão
b) USE CANETA

Questão	Resposta				Pontuação
	(a)	(b)	(c)	(d)	
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					

NOME COMPLETO: ____

IDENTIDADE/PASSAPORTE Nº: ____

ASSINATURA: ____